۱. جعبه‌ی A شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه و جعبه B شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه می‌باشد؛ از جعبه‌ی A به طور تصادفی ۲ مهره وارد جعبه B می‌کنیم. سپس از جعبه‌ی B مهره‌ای خارج می‌کنیم؛ با چه احتمالی مهره خارج شده سفید است؟

۱) $\frac{۱۹}{۴۸}$ ۲) $\frac{۱۳۱}{۳۳۶}$ ۳) $\frac{۶۵}{۱۶۸}$ ۴) $\frac{۶۷}{۱۶۸}$

۲. اگر احتمال گل شدن هر ضربه‌ی پنالتی $\frac{۲}{۵}$ باشد، با چه احتمالی دقیقاً ۲ پنالتی از ۳ ضربه‌ی پنالتی گل می‌شود؟

۱) $\frac{۱۲}{۱۲۵}$ ۲) $\frac{۳۶}{۱۲۵}$ ۳) $\frac{۱۲}{۲۵}$ ۴) $\frac{۴}{۲۵}$

۳. در جعبه‌ای ۶ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه وجود دارد. از این جعبه ۵ مهره به تصادف، پی‌درپی و با جایگذاری خارج می‌کنیم. احتمال این‌که فقط دو مهره‌ی سفید مشاهده شود کدام است؟

۱) ۰/۴۲۵۴ ۲) ۰/۲۳۰۴ ۳) ۰/۱۵۷۶ ۴) ۰/۱۲۲۱

۴. در یک خانواده با شش فرزند، تعداد فرزندان دختر و پسر باهم برابر است. احتمال آنکه فرزندان از نظر جنسیت یک در میان باشند کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳۲}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱}{۲۰}$

۵. تاسی را ۳ بار می‌اندازیم. مطلوب است احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده کوچکتر از ۵ باشد؟

۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۵۴}$ ۳) $\frac{۱}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱}{۲۷}$

۶. در پرتاب دو تاس با هم احتمال اینکه اعداد رو شده یکسان باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۷. اگر پیشامد ناتهی B زیرمجموعه‌ی پیشامد A باشد، آن‌گاه در مورد احتمال‌های آن‌ها کدام گزینه درست است؟

۱) $P(A|B)=P(B)$ ۲) $P(A|B)=P(A)$

۳) $P(A|B)=۱$ ۴) $P(A|B)=۰$

۸. در خانواده‌ای ۶۰ درصد فرزندان دختر و ۲۴ درصد فرزندان پسر، باهوش به دنیا می‌آیند. احتمال اینکه در این خانواده، فرزندی باهوش متولد شود چه‌قدر است؟

۱) ۳۲٪ ۲) ۴۲٪ ۳) ۵۰٪ ۴) ۸۴٪

۹. ۲ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه در کیسه‌ای موجود است. یک مهره از این کیسه به تصادف خارج می‌کنیم و بعد از مشاهده‌ی رنگ آن، آن مهره را به همراه دو مهره از رنگ دیگر به کیسه بر می‌گردانیم. اگر مجدداً سه مهره از کیسه خارج کنیم، احتمال این که فقط دو مهره از این ۳ مهره، سفید باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۹}{۲۸}$ ۳) $\frac{۱۱}{۲۸}$ ۴) $\frac{۱۳}{۲۸}$

۱۰. در یک جمع سه نفره، با چه احتمالی همه در یک روز هفته به دنیا آمده‌اند؟

۱) $\frac{۱}{۲۴۳}$ ۲) $\frac{۲۴۲}{۲۴۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴۹}$ ۴) $\frac{۴۸}{۴۹}$

۱۱. به‌طور متوسط از هر ۵ نفری که وارد یک فروشگاه می‌شوند، ۲ نفر خرید می‌کنند. اگر ۳ نفر وارد این فروشگاه شوند، با چه احتمالی دو نفر خرید نمی‌کنند؟

۱) $\frac{۵۴}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۱۰۸}{۶۲۵}$ ۳) $\frac{۵۴}{۱۲۵}$ ۴) $\frac{۱۸}{۱۲۵}$

۱۲. آزمایشی فقط دو نتیجه‌ی پیروزی و شکست دارد. اگر X تعداد پیروزی‌ها در ۴ بار انجام آزمایش باشد و بدانیم $P(X=۴)=\frac{۱۶}{۸۱}$، حاصل $P(X=۳)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳۲}{۸۱}$ ۲) $\frac{۲۴}{۸۱}$ ۳) $\frac{۱۶}{۸۱}$ ۴) $\frac{۸}{۸۱}$

۱۳. به‌طور متوسط از هر ۵ بیماری که به یک بیمارستان مراجعه می‌کنند، ۱ نفر از آنان بستری می‌شود. ۵ نفر به این بیمارستان مراجعه کرده‌اند، به چه احتمالی دقیقاً ۳ نفر از آن‌ها بستری می‌شوند؟

۱) $\frac{۶۴}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۳۲}{۶۲۵}$ ۳) $\frac{۶۴}{۱۲۵}$ ۴) $\frac{۳۲}{۱۲۵}$

۱۴. از بین ۵ دانشجوی سال اولی، ۴ دانشجوی سال دومی و ۳ دانشجوی سال سومی سه نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که تنها یک دانشجوی سال دومی و حداکثر ۱ دانشجوی سال اولی انتخاب شود، کدام است؟

۱) $\frac{۱۸}{۵۵}$ ۲) $\frac{۲۳}{۵۵}$ ۳) $\frac{۲۴}{۵۵}$ ۴) $\frac{۳۷}{۵۵}$

۱۵. تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که مجموع اعداد رو شده عددی اول باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱۴}{۳۶}$ ۳) $\frac{۱۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۱۶}{۳۶}$

۱۶. در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۵ مهره‌ی سبز و ۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد. دو مهره به تصادف، پی‌درپی و بدون جایگذاری از کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی مهره‌ی اول آبی و دومی قرمز است؟

۱) $\frac{۱}{۱۱}$ ۲) $\frac{۲}{۱۱}$ ۳) $\frac{۸}{۵۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵۵}$

۱۷. A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S هستند، به‌طوری که $P(A)=P(B|A)=۰/۳$ و $P(A|B)=۰/۶$، احتمال وقوع پیشامد B کدام است؟

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۳۵

۱۸. از بین ۵ سکه‌ی اصل و ۴ سکه‌ی تقلبی، ۴ سکه به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر در بین سکه‌های انتخابی، سکه تقلبی موجود باشد، چه قدر احتمال دارد تنها یک سکه‌ی تقلبی در بین سکه‌ها باشد؟

۱) $\frac{۴۰}{۱۲۱}$ ۲) $\frac{۶۴}{۱۲۱}$ ۳) $\frac{۴}{۱۱}$ ۴) $\frac{۷}{۱۱}$

۱۹. جعبه‌ی A شامل ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و جعبه‌ی B شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه است. از جعبه‌ی A مهره ای خارج کرده و بدون نگاه کردن در جعبه‌ی B قرار می‌دهیم. حال از جعبه‌ی B مهره‌ای به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال سفید بودن مهره کدام است؟

۱) $\frac{۴۱}{۸۱}$ ۲) $\frac{۱۸۱}{۳۲۴}$ ۳) $\frac{۴۰}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱۰۱}{۳۲۴}$

۲۰. احتمال اینکه شخصی گروه خونی O داشته باشد، ۶۵ درصد و احتمال اینکه اضافه وزن داشته باشد، ۶۰ درصد است. با کدام احتمال شخص گروه خونی O دارد ولی اضافه وزن ندارد؟

۱) ۲۵ درصد ۲) ۳۹ درصد ۳) ۴۰ درصد ۴) ۲۶ درصد

۲۱. احتمال این که شخصی گروه خونی A^+ داشته باشد، ۰/۲ و احتمال این‌که ناراحتی قلبی داشته باشد،۰/۳ است. احتمال این‌که این شخص ناراحتی قلبی یا گروه خونی A^+ داشته باشد کدام است؟

۱) ۰/۴۴ ۲) ۰/۴۶ ۳) ۰/۴۸ ۴) ۰/۵

۲۲. از میان ۴ نفر از دانش‌آموزان با چه احتمالی دقیقاً دو نفر در فصل پاییز به دنیا آمده‌اند؟

۱) $\frac{۹}{۲۵۶}$ ۲) $\frac{۹}{۱۲۸}$ ۳) $\frac{۲۷}{۲۵۶}$ ۴) $\frac{۲۷}{۱۲۸}$

۲۳. در جامعه‌ای از هر ۵ نفر، به طور متوسط ۳ نفر ریزش مو دارند. با چه احتمالی از بین ۳ نفر انتخابی از این جامعه، دو نفر ریزش مو دارند؟

۱) $\frac{۵۴}{۱۲۵}$ ۲) $\frac{۲۴}{۱۲۵}$ ۳) $\frac{۱۰۸}{۶۲۵}$ ۴) $\frac{۳۶}{۶۲۵}$

۲۴. دوتاس راباهم پرتاب می‌کنیم. اگرمتغیر تصادفی X مجموع اعداد روشده درپرتاب این دوتاس باشد،حاصل $P(۲ < X < ۱۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳۵}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۸}{۹}$

۲۵. جعبه‌ای شامل ۴مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه است. از داخل جعبه، ابتدا یک مهره با جایگذاری بر می‌داریم. سپس دو مهره‌ی دیگر یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دومین مهره‌ی سفید، بلافاصله بعد از اولین مهره‌ی سیاه خارج می‌شود؟

۱) $\frac{۵}{۴۲}$ ۲) $\frac{۱۰}{۶۳}$ ۳) $\frac{۵}{۵۴}$ ۴) $\frac{۱۰}{۸۱}$

۲۶. در یک کلاس ۲۰ نفره دو برادر حضور دارند. می‌خواهیم از میان دانش‌آموزان این کلاس یک گروه ۳ نفره انتخاب کنیم. چه قدر احتمال دارد حداقل یکی از این دو برادر در گروه انتخابی باشد؟

۱) $\frac{۶۹}{۹۵}$ ۲) $\frac{۲۷}{۹۵}$ ۳) $\frac{۹۱}{۳۸۰}$ ۴) $\frac{۲۸۹}{۳۸۰}$

۲۷. تمام اعداد سه رقمی (با ارقام متمایز) را که می‌توان با رقم‌های ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ساخت، روی کارت‌های مشابه نوشته و در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس یکی از این کارت‌ها را به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال آن‌که عدد روی کارت عددی زوج و بزرگ‌تر از ۳۰۰ باشد، چه‌قدر است؟

۱) ۰٫۳۲ ۲) ۰٫۳۶ ۳) ۰٫۳۸ ۴) ۰٫۴۸

۲۸. در ظرف A ، ۵ مهره‌ی زرد و ۳ مهره‌ی نارنجی و در ظرف B، ۴ مهره‌ی زرد و۲ مهره‌ی نارنجی وجود دارد. از هر یک از ظرف ها، ۲ مهره خارج می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد که تمام مهره‌های خارج شده هم‌رنگ نباشند؟

۱) ۰٫۸۵ ۲) ۰٫۸۰ ۳) ۰٫۷۵ ۴) ۰٫۷۰

۲۹. خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر بدانیم فرزند اول دختر است، آن‌گاه با کدام احتمال این خانواده حداقل دو دختر دارد ولی همه‌ی فرزندان دختر نیستند؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۳۰. دو تاس را پرتاب می‌کنیم، اگر حاصل‌ضرب اعداد ظاهر شده مضرب ۴ باشد، احتمال آن که اعداد رو شده‌ی تاس‌ها اعداد متوالی باشند کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۱۵}$ ۳) $\frac{۲}{۱۰}$ ۴) $\frac{۴}{۱۰}$

۳۱. احتمال به هدف زدن یک تیر توسط تیرانداز ۰٫۳ می‌باشد. او آنقدر شلیک می‌کند تا به هدف بزند. احتمال آن‌که بیش از ۳ شلیک لازم باشد چقدر است؟

۱) ۰٫۳۴۰ ۲) ۰٫۳۴۳ ۳) ۰٫۳۴۸ ۴) ۰٫۳۳۴

۳۲. احتمال عدم موفقیت یک عمل برای شخص A برابر ۰٫۲ و برای شخص B برابر ۰٫۲۵ است. با کدام احتمال، این عمل جراحی حداقل برای یکی از این دو نفر موفقیت‌آمیز است؟

۱) ۰٫۹ ۲) ۰٫۹۲ ۳) ۰٫۹۵ ۴) ۰٫۹۸

۳۳. ۴۰ درصد از ژن‌های تعیین‌کننده‌ی عامل RH خون منفی‌اند. در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی چه‌قدر احتمال دارد فرزند سوم حداقل با RH یکی از فرزندان قبل از خود یکسان باشد؟

۱) ۰٫۱۶۷۶ ۲) ۰٫۸۳۲۴ ۳) ۰٫۱۳۴۴ ۴) ۰٫۸۶۵۶

۳۴. در یک ظرف ۱ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سفید قرار دارد. چهار مهره به صورت متوالی و با جایگذاری از این ظرف خارج می‌کنیم، با چه احتمالی ۳ تا از مهره‌های خارج شده سیاه هستند؟

۱) $\frac{۲}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۴}{۶۲۵}$ ۳) $\frac{۸}{۶۲۵}$ ۴) $\frac{۱۶}{۶۲۵}$

۳۵. تیراندازی ۳ تیر پرتاب می‌کند. اگر یک تیر به هدف اصابت کند، دو تاس و اگر دو تیر به هدف اصابت کند، ۳ تاس می‌اندازد. اگر احتمال برخورد تیر به هدف برابر $\frac{۱}{۴}$ باشد، با چه احتمالی عدد ظاهر شده‌ی فقط دو تاس مضرب ۳ است؟

۱) $\frac{۵}{۶۴}$ ۲) $\frac{۱۵}{۱۲۸}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۹۲}$ ۴) $\frac{۸۱}{۲۵۶}$

۳۶. دو تاس سفید و قرمز را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر X، قدر مطلق تفاضل اعداد رو شده‌ی دو تاس باشد، آن‌گاه $P(X \leq ۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱۱}{۳۶}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۱۸}$

۳۷. در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره پی‌درپی و بدون جای‌گذاری و به تصادف خارج می کنیم. احتمال این که مهره‌های اول و سوم همرنگ باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۳}{۱۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۴}$

۳۸. اگر $P(A) = ۰/۷$، $P(B') = ۰/۸$ و $P(A' \cup B) = ۰/۴$ باشد، آن‌گاه $P(B|A')$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۳۹. نظرسنجی‌ها نشان داده است که احتمال پیروزی نامزد «الف» در انتخابات ۵۰% است، اما اگر نامزد «الف» در مناظره‌ی انتخاباتی با رقیبش پیروز شود، این احتمال به ۶۰% افزایش می‌یابد. اگر بدانیم احتمال پیروزی نامزد «الف» در مناظره ۲۰% است، با کدام احتمال حداقل یکی از دو اتفاق پیروزی در انتخابات یا پیروزی در مناظره برای او اتفاق می‌افتد؟

۱) ۰/۵۸ ۲) ۰/۶۰ ۳) ۰/۶۲ ۴) ۰/۶۴

۴۰. در ظرفی ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی قرمز قراردارد. ۴ مرتبه مهره‌ای از ظرف خارج کرده و پس از مشاهده به ظرف برمی گردانیم. با چه احتمالی تعداد مهره‌های سفید و قرمز خارج شده از ظرف با هم برابراست؟

۱) $\frac{۱۰۸}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۲۱۶}{۶۲۵}$ ۳) $\frac{۳۲۴}{۶۲۵}$ ۴) $\frac{۵۴}{۶۲۵}$

۴۱. در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی آبی، ۲ مهره‌ی قرمز و ۴ مهره‌ی سفید وجود دارد. در مرحله‌ی اول به تصادف ۳ مهره با هم از جعبه برمی‌داریم و سپس به جعبه برمی‌گردانیم. اگر در بین مهره‌های خروجی رنگ قرمز وجود داشت، در مرحله‌ی دوم دو مهره‌ی دیگر و در غیر این صورت یک مهره‌ی دیگر برمی‌داریم. با کدام احتمال تمام مهره‌های خروجی هر دو مرحله هم‌رنگ‌اند؟

۱) $\frac{۲}{۱۰۵}$ ۲) $\frac{۱}{۷۵}$ ۳) $\frac{۱}{۱۰۵}$ ۴) $\frac{۲}{۷۵}$

۴۲. ظرف A شامل ۴ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سفید و ظرف B شامل ۳ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی سفید می‌باشد. از ظرف A، ۲ مهره و از ظرف B، ۳ مهره انتخاب کرده و در ظرف C (خالی) می‌ریزیم. سپس از ظرف C مهره‌ای انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این مهره سیاه باشد کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱۹}{۴۰}$ ۳) $\frac{۵۹}{۱۲۰}$ ۴) $\frac{۵۳}{۱۲۰}$

۴۳. احتمال بهبودی شخص Aپس از یک عمل جراحی ۴۰ درصد و احتمال بهبودی شخص B، ۷۰ درصد است. اگر این دو نفر تحت عمل قرار بگیرند، چه قدر احتمال دارد که فقط یک نفر از آن‌ها پس از عمل جراحی بهبود یابد؟

۱) ۰/۵۴ ۲) ۰/۴۲ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۸

۴۴. برای قبولی در یک طرح استخدامی لازم است افراد در دو آزمون شرکت کنند و فردی که در هر دو آزمون قبول شود، استخدام می‌شود. اگر احتمال قبولی فرد در حداقل یکی از این دو آزمون $\frac{۷}{۱۶}$ باشد و احتمال قبولی فرد در هریک از آزمون‌هایکسان باشد، احتمال استخدام این فرد کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

۴۵. احتمال این که شخصی دارای ناراحتی کلیه باشد، ۲۵٪ است و احتمال این که او ناراحتی قلبی داشته باشد، ۲۰٪ است. احتمال آن که دقیقاً یکی از دو ناراحتی را داشته باشد، کدام است؟

۱) ۱۰٪ ۲) ۲۵٪ ۳) ۳۵٪ ۴) ۴۵٪

۴۶. درخانواده‌ای با شش فرزند با چه احتمالی آخرین فرزند، سومین پسر خانواده است؟

۱) $\frac{۱}{۳۲}$ ۲) $\frac{۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۵}{۳۲}$ ۴) $\frac{۷}{۳۲}$

۴۷. در یک کلاس ۱۲ نفری، روی هر نیمکت، دو دانش‌آموز نشسته است. اگر ۳ نفر به تصادف از دانش‌آموزان این کلاس انتخاب شود، احتمال آن که هیچ دو نفری از آن‌ها، از یک نیمکت نباشند کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۱۱}$ ۲) $\frac{۴}{۱۱}$ ۳) $\frac{۶}{۱۱}$ ۴) $\frac{۸}{۱۱}$

۴۸. تاسی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که در هیچ دو پرتاب متوالی، اعداد زوج ظاهر نشود، چه قدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۴۹. خانواده‌ای دارای دو فرزند است. اگر بدانیم که حداقل یکی از این فرزندان پسر است، احتمال آن‌که این خانواده فرزند دختر داشته باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۵۰. ۶۰ درصد افراد یک روستا، زن هستند. ۷۰ درصد زنان و ۶۰ درصد مردان دفترچه‌ی سلامت دارند. اگر یک فرد از این روستا انتخاب کنیم، با چه احتمالی زن است یا دفترچه‌ی سلامت ندارد؟

۱) ۰٫۷۴ ۲) ۰٫۸۶ ۳) ۰٫۷۶ ۴) ۰٫۸۴

۵۱. در جامعه‌ای نسبت زنان به مردان ۳ به ۲ می‌باشد. اگر ۴۰ درصد مردان و ۵۰ درصد زنان تحصیلات داشته باشند و یک نفر انتخاب شود، احتمال آن‌که این نفر زن یا تحصیل کرده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۹}{۲۵}$ ۲) $\frac{۲۱}{۲۵}$ ۳) $\frac{۶۹}{۲۵۰}$ ۴) $\frac{۷}{۲۵}$

۵۲. در مطالعات ژنتیکی نشان داده شده است که ۴۰ درصد ژن‌های تعیین‌کننده عامل RH خون منفی‌اند. در یک خانواده دو فرزندی، با چه احتمالی خون حداقل یکی از فرزندان RH مثبت است؟

۱) ۰٫۹۴۴ ۲) ۰٫۸۴ ۳) ۰٫۹۷۴۴ ۴) ۰٫۸۶۴

۵۳. در یک شرکت بسته‌بندی کالا، درصد محصولات تولیدی با دستگاه‌های A و B به‌ترتیب ۴۰ و ۶۰ می‌باشد، می‌دانیم که ۸ درصد از محصولات A و ۳ درصد از محصولات B معیوب هستند. اگر ۳ کالا به تصادف از بین محصولات این شرکت انتخاب کنیم، با کدام احتمال فقط ۲ تا از آن‌ها معیوب است؟

۱) ۰٫۰۰۷۱۲۵ ۲) ۰٫۰۰۷۲۷۵ ۳) ۰٫۰۰۲۳۷۵ ۴) ۰٫۰۰۲۲۲۵

۵۴. توزیع احتمال برای متغیر تصادفی X از دستور $P(X=k)=\frac{k}{۵N}; k=۱,۲,۳,۴,۵$ پیروی می‌کند. احتمال آن که مقدار این متغیر تصادفی کم‌تر از سه باشد، چه‌قدر است؟

۱) ۰٫۲ ۲) ۰٫۴ ۳) ۰٫۱۲ ۴) ۰٫۲۴

۵۵. در یک اتوبوس ۵ مرد و ۴ زن وجود دارد. این اتوبوس شروع به حرکت می‌کند. اگر ۱ نفر در ایستگاه اوّل، ۱ نفر در ایستگاه دوم و مابقی در آخرین ایستگاه پیاده شوند، احتمال آن‌که همه‌ی مردها در یک ایستگاه پیاده شده باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۶. کلمه‌ی پنج حرفی با حروف کلمه‌ی "حفاظت" می‌نویسیم. احتمال این که در این کلمه حرف وسط نقطه‌دار باشد، کدام است؟

۱) ۰٫۴ ۲) ۰٫۶ ۳) ۰٫۵ ۴) ۰٫۳

۵۷. ۷ مهره ی یکسان با شماره‌های ۱، ۲، ..... و ۷ در کیسه‌ای وجود دارند. اگر سه مهره را با هم و به تصادف از کیسه خارج کنیم با کدام احتمال مجموع اعداد نوشته شده روی این مهره‌ها عددی زوج است؟

۱) $\frac{۱۶}{۳۵}$ ۲) $\frac{۱۷}{۳۵}$ ۳) $\frac{۱۸}{۳۵}$ ۴) $\frac{۱۹}{۳۵}$

۵۸. اگر ۸ جفت کفش متمایز بر روی هم ریخته شود و از بین آن‌ها ۴ لنگه به تصادف انتخاب کنیم، احتمال اینکه در بین آن‌ها دقیقاً یک جفت کفش باشد کدام است؟

۱) $\frac{۴۸}{۶۵}$ ۲) $\frac{۳۶}{۶۵}$ ۳) $\frac{۲۴}{۶۵}$ ۴) $\frac{۱۲}{۶۵}$

۵۹. در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی آبی و ۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد. از این کیسه ۴ مهره به تصادف، پی‌درپی و بدون جای‌گذاری خارج می کنیم. با کدام احتمال مهره‌های اول و چهارم غیرهم‌رنگ هستند؟

۱) $\frac{۵}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۱}{۴۲}$ ۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۴) $\frac{۲۳}{۴۲}$

۶۰. شش کارت سبز با شماره‌های ۱ تا ۶ و شش کارت زرد با شماره‌های ۱ تا ۶ داریم. به تصادف دو کارت از بین آن‌ها بیرون می کشیم. اگر مجموع شماره‌های دو کارت ۸ باشد، با کدام احتمال دو کارت هم‌رنگ هستند؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۶۱. سه تاس را پرتاب کرده‌ایم. عدد رو شده‌ی هر تاس کم‌تر از ۵ است. با چه احتمالی حداقل عدد رو شده دو تاس یکسان است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۶۲. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ی S باشند به طوری که $A \subset B$ و $P(A) = \frac{۱}{۳}$ و $P(B) = \frac{۱}{۲}$ باشد، آن‌گاه حاصل $P(B|A')$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۶۳. ظرفی شامل ۳ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی سفید است. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر فقط یک تاس، مضرب ۳ ظاهر شود، ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. در غیر این صورت مهره‌ای انتخاب نمی‌کنیم. با چه احتمالی ۲ مهره‌ی سفید خارج می‌شود؟

۱) $\frac{۵۵}{۲۵۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲۸}$ ۳) $\frac{۵۵}{۸۴}$ ۴) $\frac{۹}{۲۸}$

۶۴. ۳ مهره‌ی متفاوت و ۶ جعبه‌ی متمایز وجود دارد، در قرار دادن مهره‌ها داخل جعبه‌ها؛ با چه احتمالی دو مهره در یک جعبه و یک مهره در جعبه‌ای دیگر قرار می گیرد؟

۱) $\frac{۵}{۷۲}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵}{۱۴۴}$

۶۵. هر یک از کشورهای D, C, B, A دارای ۵ شناگر می‌باشند؛ با چه احتمالی ۴ شناگری که برای مسابقات المپیک انتخاب می‌شوند دارای سه ملیت متفاوتند؟

۱) $\frac{۲۰۰}{۹۶۹}$ ۲) $\frac{۲۰۰}{۳۲۳}$ ۳) $\frac{۵۰}{۹۶۹}$ ۴) $\frac{۵۰}{۳۲۳}$

۶۶. درون ظرفی ۶ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه وجود دارد. در مرحله‌ی اول ۲ مهره با هم و بدون جایگذاری از ظرف خارج می‌کنیم و در مرحله‌ی دوم ۱ مهره‌ی دیگر از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط در یکی از مرحله‌ها، ۱ مهره‌ی سفید خارج می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۱۰}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۱۱}{۳۰}$

۶۷. در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی سفید، ۳ مهره‌ی سبز و۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد.از این جعبه سه مهره به تصادف، پی‌درپی و بدون جای گذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مهره‌های اوّل و سوم هم رنگ نباشند، کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۸}$ ۲) $\frac{۱۳}{۱۸}$ ۳) $\frac{۷}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۸}$

۶۸. به تصادف ۴ موش را از ظرفی شامل ۳ موش سیاه و ۵ موش سفید خارج می‌کنیم. اگر بدانیم حداقل ۱ موش سیاه خارج شده، احتمال آن که حداکثر ۲ موش سیاه را بیرون آورده باشیم، چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۷}{۱۳}$ ۲) $\frac{۹}{۱۴}$ ۳) $\frac{۱۲}{۱۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۶۹. مطالعات ژنتیکی نشان داده است که ۴۰ درصد ژن‌های تعیین‌کننده‌ی عامل RH خون منفی‌اند. احتمال این که در خانواده‌ای دومین فرزند با RH منفی، فرزند سوم خانواده باشد، تقریباً کدام است؟

۱) ۰٫۴۸ ۲) ۰٫۰۴۳ ۳) ۰٫۳۴ ۴) ۰٫۳۸

۷۰. در داخل کیسه‌ای ۶ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی زرد و ۵ مهره‌ی سیاه وجود دارد. سه مهره به تصادف از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال سه مهره خارج شده‌ی فقط از ۲ رنگ مختلف هستند؟

۱) $\frac{۲۲}{۶۵}$ ۲) $\frac{۲۴}{۹۱}$ ۳) $\frac{۴۳}{۶۵}$ ۴) $\frac{۶۷}{۹۱}$

۷۱. با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ به طور تصادفی عددی سه رقمی ساخته‌ایم، احتمال آن که رقم دهگان و صدگان برابر هم و بزرگتر از رقم یکان باشد چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۲}{۲۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵۰}$ ۳) $\frac{۷}{۶۰}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۰۰}$

۷۲. در پرتاب سه تاس متمایز اگر اعداد رو شده متمایز باشند، احتمال این که اعداد متوالی باشند کدام است؟

۱) ۰٫۲ ۲) ۰٫۳ ۳) ۰٫۳۵ ۴) ۰٫۲۵

۷۳. ۴ نفر در یک کلاس حضور دارند. چه‌قدر احتمال دارد که هیچ دو نفری از آنها در یک روز از هفته متولد نشده باشند؟

۱) $\frac{۲۴۲}{۳۴۳}$ ۲) $\frac{۲۱۰}{۳۴۳}$ ۳) $\frac{۲۱۱}{۳۴۳}$ ۴) $\frac{۱۲۰}{۳۴۳}$

۷۴. یک خانواده دارای دو فرزند است که هر فرزند به طور مستقل با احتمال $\frac{۱}{۳}$ پسر و با احتمال $\frac{۲}{۳}$ دختر است. اگر بدانیم این خانواده حداکثر یک فرزند پسر دارد، احتمال آن که هر دو فرزند دختر باشند، کدام است؟

۱) ۰٫۲۵ ۲) ۰٫۴ ۳) ۰٫۵ ۴) ۰٫۶۶

۷۵. جعبه‌ای شامل ۲ مهره‌ی قرمز، ۶ مهره‌ی سفید و ۱ مهره‌ی سیاه است. ۲ مهره به تصادف از جعبه انتخاب می‌کنیم. اگر هر دو مهره هم‌رنگ باشند ۲ تاس، در غیر این‌صورت ۳ تاس پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال فقط عدد رو شده‌ی یکی از تاس‌ها مضرب ۳ است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۴۴}{۲۴۳}$ ۴) $\frac{۳۱}{۷۲}$

۷۶. ۷ نفر که دو برادر در بین آن‌ها حضور دارند مفروضند. از بین آن‌ها ۵ نفر را انتخاب می‌کنیم و در یک ردیف کنار هم می‌نشانیم. با چه احتمالی دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف نشسته‌اند؟

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۱}{۳۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲۱}$

۷۷. چهار دانش‌آموز، هر کدام، یک کتاب به معلم خود می‌دهند. سپس معلم به طور تصادفی کتاب‌ها را به آن‌ها باز می‌گرداند. احتمال آن که هیچ دانش‌آموزی کتاب خود را دریافت نکرده باشد، چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۷}{۲۴}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۷۸. ۳۰ درصد مردم روزنامه‌ی A و ۴۰ درصد روزنامه‌ی B مطالعه و هیچ فردی هر دو روزنامه را مطالعه نمی‌کند. احتمال این که روزنامه‌ی A رویدادی را پوشش دهد $\frac{۲}{۳}$ و احتمال این که روزنامه‌ی B پوشش دهد $\frac{۳}{۴}$ است. احتمال این که فردی از این رویداد اطلاع نیابد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۷۹. ۶۰ درصد افراد جامعه‌ای را زنان تشکیل می‌دهند. ۷۰ درصد از مردان و ۲۰ درصد از زنان مبتلا به چاقی هستند. اگر ۳ نفر از این جامعه انتخاب کنیم، احتمال آن‌که حداقل ۲ نفر مبتلا به چاقی باشند، چه‌قدر است؟

۱) ۰٫۳۶ ۲) ۰٫۶۴ ۳) ۰٫۴۲۲۵ ۴) ۰٫۳۵۲

۸۰. در ظرفی ۳ مهره‌ی سفید، ۵ مهره‌ی قرمز و ۱ مهره‌ی صورتی وجود دارد. به طور تصادفی ۴ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر ۳ رنگ در بین مهره‌های خروجی دیده می‌شود؟

۱) $\frac{۵}{۴۲}$ ۲) $\frac{۵}{۱۴}$ ۳) $\frac{۲۵}{۴۲}$ ۴) $\frac{۹}{۱۴}$

۸۱. در یک جمع ۵ نفره، ۳ برادر حضور دارند. این ۵ نفر را در یک ردیف کنار هم می‌چینیم. با چه احتمالی فقط دو برادر کنار هم هستند؟

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۸۲. اگر $P(A|B') = P(B) = ۰٫۲$، آن‌گاه $P(A-B)$ کدام است؟

۱) ۰٫۱۶ ۲) ۰٫۱۳ ۳) ۰٫۲۶ ۴) ۰٫۰۴

۸۳. دو تاس را پرتاب کرده و پیشامد A را «فرد بودن حداقل یکی از تاس‌ها» تعریف کرده‌ایم. پیشامد B کدام باشد تا احتمال وقوع A به شرط وقوع B کم‌ترین مقدار را داشته باشد؟

۱) B: مجموع دو تاس کم‌تر از ۴ باشد. ۲) B: مجموع دو تاس ۴ باشد.

۳) B: مجموع دو تاس بیش‌تر از ۱۰ باشد. ۴) B: مجموع دو تاس ۱۰ باشد.

۸۴. سه تیر به سمت هدف شلیک می‌کنیم. اگر دو تیر به هدف اصابت کند دو تاس و اگر یک تیر به هدف اصابت کند سه تاس پرتاب می‌کنیم. اگر احتمال به هدف خوردن هر تیر $\frac{۱}{۳}$ باشد، با چه احتمالی مجموع اعداد تاس‌ها ۴ است؟

۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۱۸}$ ۳) $\frac{۲}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴}$

۸۵. جدول توزیع احتمال یک متغیر تصادفی به صورت زیر است. مقدار $P(X \neq ۱)$ کدام است؟

x	۰	۱	۲	۳	۴
$P(X=x)$	$\frac{a}{۸}$	$\frac{a}{۴}$	$\frac{a}{۲}$	a	$۲a$

۱) $\frac{۲}{۳۱}$ ۲) $\frac{۸}{۳۱}$

۳) $\frac{۲۹}{۳۱}$ ۴) $\frac{۲۰}{۳۱}$

۸۶. تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال رخ دادن کدام‌یک از پیشامدهای زیر از بقیه بیش‌تر است؟

۱) پیشامد A که در آن اعداد روشده یکسان هستند.

۲) پیشامد B که در آن اعداد روشده مضرب ۳ هستند.

۳) پیشامد C که در آن قدرمطلق تفاضل اعداد روشده برابر ۴ است.

۴) پیشامد D که در آن اعداد روشده زوج هستند.

۸۷. A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر هستند. اگر $P(A)=\frac{۱}{۳}$ و $P(A\cap B)=\frac{۱}{۶}$، حاصل $P(A|B)+P(B|A)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۱۸}$

۸۸. تیراندازی ۶۰ درصد تیرهایش به هدف می‌خورد. احتمال آن که او در ۳ بار تیراندازی فقط یک بار به هدف بزند، کدام است؟

۱) ۰٫۲۶۴ ۲) ۰٫۲۸۸ ۳) ۰٫۳۱۲ ۴) ۰٫۳۴۲

۸۹. به دانش آموزی ۸ پرسش تستی چهارگزینه‌ای داده‌ایم. اگر او به همه‌ی این پرسش‌ها به‌طور تصادفی پاسخ دهد، احتمال آنکه حداقل به ۷ پرسش پاسخ درست دهد چقدر است؟

۱) $\frac{۲۵}{۲^{۱۶}}$ ۲) $\frac{۳۵}{۲^{۱۶}}$ ۳) $\frac{۲۵}{۲^{۱۴}}$ ۴) $\frac{۷۵}{۲^{۱۶}}$

۹۰. یک تیرانداز به طور متوسط از هر ۵ تیر، ۳ تیر را به هدف می‌زند. اگر این تیرانداز۵ تیر پرتاب کند با چه احتمالی یک تیر او به هدف اصابت می‌کند؟

۱) $\frac{۲۴}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۴۸}{۶۲۵}$ ۳) $\frac{۲۴}{۱۲۵}$ ۴) $\frac{۴۸}{۳۱۲۵}$

۹۱. احتمال اینکه خانواده‌ای با ۵ فرزند، دقیقا ۳ دختر داشته باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۵}{۳۲}$ ۲) $\frac{۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۷}{۳۲}$ ۴) $\frac{۳}{۳۲}$

۹۲. از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره‌ی سبز، ۴ مهره‌ی آبی و ۲ مهره‌ی زرد است، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که هر سه مهره همرنگ باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۱}$ ۲) $\frac{۳}{۱۱}$ ۳) $\frac{۲}{۳۱}$ ۴) $\frac{۱۴}{۱۶۵}$

۹۳. در یک خانواده‌ی سه فرزندی با چه احتمالی فرزند اول و آخر دختر هستند؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۹۴. ظرف A شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ظرف B شامل ۵ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سفید است. مهره‌ای به تصادف از ظرف A برداشته و در ظرف B قرار می‌دهیم. حال یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و مهره‌ای به تصادف از آن خارج می کنیم. با کدام احتمال مهره‌ی خارج شده سفید است؟

۱) $\frac{۵}{۳۲}$ ۲) $\frac{۱۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۵}{۱۶}$ ۴) $\frac{۲۱}{۳۲}$

۹۵. از جعبه‌ای که شامل ۱۲ سیب سالم و ۵ سیب خراب است، ۳ سیب به تصادف برمی‌داریم. احتمال آن‌که در بین سیب‌های انتخاب شده هم سیب سالم موجود باشد و هم سیب خراب، کدام است؟

۱) $\frac{۴۵۱}{۶۸۰}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۷}$ ۳) $\frac{۲۳}{۳۴}$ ۴) $\frac{۴۵}{۶۸}$

۹۶. در جعبه‌ای ۳ کارت سفید، ۴ کارت سبز و ۲ کارت بنفش موجود است. اگر از این جعبه به طور متوالی و با جایگذاری ۲ کارت برداریم. احتمال آنکه کارت‌ها هم‌رنگ باشند کدام است؟

۱) $\frac{۳۲}{۸۱}$ ۲) $\frac{۳۱}{۸۱}$ ۳) $\frac{۲۹}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱۰}{۲۷}$

۹۷. احتمال پیشامد آن که مجموع عددهای رو شده در پرتاب تاس‌ها کم‌تر از پنج باشد، در فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس، چند برابر احتمال این پیشامد در فضای نمونه‌ای پرتاب سه تاس است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۹ ۴) ۱۶

۹۸. در گروه مردان ساکن یک محله، ۲۵ درصد ورزش می‌کنند و ۲۸ درصد کتاب مطالعه می‌کنند. اگر ۴۰ درصد ورزش یا مطالعه کنند، چه درصدی هم مطالعه و هم ورزش می‌کنند؟

۱) ۵ ۲) ۱۳ ۳) ۱۵ ۴) ۸

۹۹. تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم اعداد ظاهر شده یکسان هستند، احتمال آنکه مجموع آن‌ها ۶ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۷}{۳۶}$

۱۰۰. اگر $P(A|B)=\frac{۱}{۴}$، حاصل $P(A'|B)$ چند برابر $P(A|B)$ است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۰۱. تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج بیاید، سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر فرد بیاید، دوباره تاس پرتاب می‌کنیم. این عمل را آن قدر ادامه می‌دهیم تا مجاز به پرتاب سکه شویم. با کدام احتمال حداکثر بعد از پرتاب سوم تاس، سکه رو می‌آید؟

۱) $\frac{۷}{۱۶}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۹}{۱۶}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۱۰۲. اگر دو پیشامد A و B آن باشند که به ترتیب در پرتاب ۴ و ۸ سکه، تعداد حالت‌های رو، سه برابر تعداد حالت‌های پشت باشد، آن‌گاه نسبت احتمال پیشامد A به احتمال پیشامد B چگونه است؟

۱) کوچک‌تر از $\frac{۱}{۲}$ ۲) بین $\frac{۱}{۲}$ و ۱

۳) بین ۱ و ۲ ۴) بزرگ‌تر از ۲

۱۰۳. اگر در یک جمع سه نفره، همه در یک روز هفته متولد نشده باشند، احتمال این‌که دو نفر در روز شنبه متولد شده باشند، چه قدر است؟

۱) $\frac{۵}{۵۶}$ ۲) $\frac{۳}{۵۶}$ ۳) $\frac{۱۸}{۳۴۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴۳}$

۱۰۴. جعبه‌ی A شامل ۳ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی آبی و جعبه‌ی B شامل ۴ مهره‌ی قرمز و یک مهره‌ی سفید است. به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و مهره‌ای از آن خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که این مهره قرمز باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۱۰}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۷}{۲۰}$ ۴) $\frac{۳}{۱۰}$

۱۰۵. جعبه‌ی A شامل ۳ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی زرد و جعبه‌ی B شامل ۱ مهره‌ی قرمز و ۴ مهره‌ی سبز است. یکی از جعبه‌ها را به تصادف انتخاب می‌کنیم و ۳ مهره از آن برمی‌داریم. احتمال آنکه دقیقاً یک مهره‌ی قرمز خارج شده باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۹}{۴۰}$ ۲) $\frac{۲۹}{۸۰}$ ۳) $\frac{۱۹}{۴۰}$ ۴) $\frac{۹}{۲۰}$

۱۰۶. در ظرف A، ۳ سیب قرمز و ۴ سیب زرد و در ظرف B، ۵ سیب قرمز و ۳ سیب زرد وجود دارد. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و دو سیب به طور متوالی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آن که هر دو سیب قرمز باشند چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۰۷. نوعی بذر ذرت تهیه شده است که ادعا می‌شود ۹۰٪ بذرها جوانه خواهند زد. اگر ۳۰ دانه از این ذرت‌ها را در شرایط مناسب و یکسان بکاریم؛ احتمال آنکه تنها ۲۸ دانه جوانه بزنند، کدام است؟

۱) $\frac{۸۷}{۲۰}(۰٫۹)^{۲۸}$ ۲) $\frac{۸۹}{۲۰}(۰٫۹)^{۲۸}$ ۳) $\frac{۹۳}{۲۰}(۰٫۹)^{۲۸}$ ۴) $(۰٫۹)^{۲۸}(۰٫۱)^{۲}$

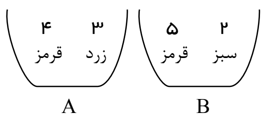
۱۰۸. خانواده‌ای دارای ۵ فرزند است. احتمال آن‌که این خانواده هم پسر داشته باشد و هم دختر و تعداد دخترها بیش‌تر از پسرها باشد، کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{7}{16}$ ۳) $\frac{15}{32}$ ۴) $\frac{17}{32}$

۱۰۹. تمام جایگشت‌های هفت‌حرفی از حروف کلمه‌ی «$compute$» که با حرف «c» شروع می‌شوند را می‌نویسیم. اگر یکی از آن‌ها را به تصادف انتخاب کنیم. احتمال آنکه چهارمین حرف آن «t» باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{2}{7}$ ۲) $\frac{1}{30}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۱۱۰. در شکل زیر، به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و از آن ۲ مهره به تصادف بر می‌داریم. اگر متغیر تصادفی X تعداد مهره‌های قرمز خارج شده باشد، $P(X=2)$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{8}{21}$
۳) $\frac{3}{7}$ ۴) $\frac{4}{21}$

۱۱۱. جدول توزیع احتمال آزمایشی به صورت زیر است. اگر متغیر تصادفی X، زوج باشد، ۲ مهره و در غیر این صورت ۳ مهره به تصادف از کیسه‌ای شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی قرمز برمی‌داریم. با کدام احتمال تمام مهره‌های خروجی هم‌رنگ نیستند؟

X	۰	۱	۲	۳
$P(X)$	a	$3a$	$3a$	a

۱) $\frac{11}{36}$ ۲) $\frac{25}{36}$ ۳) $\frac{5}{18}$ ۴) $\frac{5}{12}$

۱۱۲. در جعبه‌ای ۵ مهره‌ی سبز، ۴ مهره‌ی بنفش و ۱ مهره‌ی زرد وجود دارد. به تصادف از این جعبه ۳ مهره بر می‌داریم. احتمال آنکه از هر رنگ دقیقاً یک مهره انتخاب کرده باشیم، چقدر است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{5}{12}$

۱۱۳. با ارقام ۰ تا ۴، یک عدد سه رقمی با ارقام متمایز می‌نویسیم. با کدام احتمال عدد ساخته شده بر ۶ بخش‌پذیر است؟

۱) $\frac{5}{12}$ ۲) $\frac{13}{30}$ ۳) $\frac{13}{48}$ ۴) $\frac{5}{16}$

۱۱۴. تاسی را ۲ بار پرتاب می‌کنیم. اگر پیشامد A را «حالت‌هایی که مجموع اعداد ظاهر شده، کمتر از ۵ است» و پیشامد B را «حالت هایی که تاس اول عدد ۳ ظاهر شود» در نظر بگیریم. $P(B-A)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{7}{36}$ ۳) $\frac{5}{36}$ ۴) $\frac{2}{9}$

۱۱۵. در جعبه‌ای ۵ مهره‌ی سبز و ۳ مهره‌ی زرد موجود است. دو مهره به صورت متوالی و بدون جایگذاری از این جعبه بیرون می آوریم. با کدام احتمال، دومین مهره‌ی خارج شده سبز است؟

۱) $\frac{5}{7}$ ۲) $\frac{5}{8}$ ۳) $\frac{5}{14}$ ۴) $\frac{15}{56}$

۱۱۶. اگر $P(A|B)=\frac{3}{7}$ و $P(B')=\frac{4}{5}$، مقدار $P(A\cap B)$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{35}$ ۲) $\frac{12}{35}$ ۳) $\frac{4}{35}$ ۴) $\frac{23}{35}$

۱۱۷. اگر $P(A|B)=\frac{۲}{۵}$ و $P(B|A)=\frac{۱}{۳}$، حاصل $\frac{P(B)}{P(A)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۲}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱۵}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۱۸. از جعبه‌ای که شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه است، ۲ مهره را به طور متوالی و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. اگر بدانیم مهره‌ی دوم سفید است؛ احتمال آن‌که مهره‌ی اول نیز سفید باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۱۹. دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S را در نظر بگیرید. حاصل $P(A\cup B|A\cap B)+P(A'|A\cap B)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) $P(A\cup B)+P(A')$

۱۲۰. خانواده‌ای ۵ فرزند دارد. اگر متغیر تصادفی X را تعداد دخترهای این خانواده در نظر بگیریم، $P(X=۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۵}{۳۲}$ ۳) $\frac{۷}{۳۲}$ ۴) $\frac{۷}{۱۶}$

۱۲۱. تاسی را ۴ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه دقیقاً در ۳ پرتاب، عددهای یکسانی ظاهر شوند، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۵۴}$ ۳) $\frac{۷}{۵۴}$ ۴) $\frac{۱۷}{۲۱۶}$

۱۲۲. احتمال داشتن مهارت A برابر ۰٫۶۵ و احتمال داشتن مهارت B برابر ۰٫۵۵ است. در صورتی که احتمال داشتن حداقل یکی از دو مهارت A و B برابر ۰٫۷ باشد، احتمال این که شخصی هر دو مهارت را داشته باشد، کدام است؟

۱) ۰٫۶۵ ۲) ۰٫۶ ۳) ۰٫۵۵ ۴) ۰٫۵

۱۲۳. دو سکه را تا زمانی که برای اولین بار هر دو پشت ظاهر شوند، با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه در پرتاب چهارم این نتیجه حاصل شود، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۳) $\frac{۲۷}{۲۵۶}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۲۴. احتمال ابتلا به بیماری هپاتیت در یک جامعه ۰٫۰۲۵ است احتمال آنکه فردی سالم به این بیماری مبتلا شود و سپس بهبود پیدا کند، ۰٫۰۰۸۷۵ است. اگر فردی به این بیماری مبتلا شود، احتمال آنکه بهبود پیدا کند چقدر است؟

۱) $\frac{۱۷}{۴۰}$ ۲) $\frac{۳}{۱۰}$ ۳) $\frac{۷}{۲۰}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

۱۲۵. در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی زرد وجود دارد. ۳ مهره به تصادف، پی‌درپی و بدون جای‌گذاری از ظرف خارج می‌کنیم. احتمال این که مهره‌های اول و آخر هم‌رنگ نباشند، کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۸}$ ۲) $\frac{۷}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۸}$

۱۲۶. جعبه‌ی A شامل ۳ مهره‌ی زرد و ۴ مهره‌ی آبی و جعبه‌ی B شامل ۲ مهره‌ی زرد و ۵ مهره‌ی آبی است. به تصادف یکی از این جعبه‌ها را انتخاب می‌کنیم و ۳ مهره از آن برمی‌داریم. احتمال آنکه همه‌ی مهره‌های برداشته‌شده آبی باشد چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱۳}{۳۵}$ ۳) $\frac{۱}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

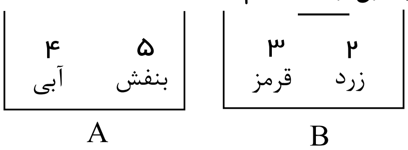
۱۲۷. جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سبز دارد. از این جعبه ۳ مهره به‌تصادف و با هم خارج می‌کنیم. اگر X تعداد مهره‌های سبز خارج شده باشد، $P(X=۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۳۵}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۱۶}{۳۵}$ ۴) $\frac{۱۸}{۳۵}$

۱۲۸. تاسی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال فقط اعداد ظاهر شده در پرتاب‌های اول و دوم یکسان هستند؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۵}{۳۶}$ ۳) $\frac{۱}{۳۶}$ ۴) $\frac{۱}{۲۱۶}$

۱۲۹. از یکی از جعبه‌های شکل زیر، به تصادف مهره‌ای بر می‌داریم. احتمال آنکه این مهره آبی نباشد، کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۷}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۳۰. در یک برج مسکونی ۱۰۰ خانواده زندگی می‌کنند که ۴۰ خانواده دارای یک فرزند، ۵۰ خانواده دارای دو فرزند و بقیه دارای سه فرزند هستند. یکی از این خانواده‌ها را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این خانواده دارای پسر باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۱۳}{۲۰}$ ۲) $\frac{۵۳}{۸۰}$ ۳) $\frac{۵۱}{۸۰}$ ۴) $\frac{۲۷}{۴۰}$

۱۳۱. ظرف A شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی قرمز و ظرف B شامل ۳ مهره‌ی سفید، ۲ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سبز است. به تصادف یکی از دو ظرف را انتخاب کرده و ۳ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال یک مهره‌ی سیاه و حداکثر ۱ مهره‌ی سفید خارج می‌شود؟

۱) $\frac{۱۵}{۲۸}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲۸}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۳}{۱۴}$

۱۳۲. در یک دانشکده $\frac{۳}{۵}$ دانشجویان دختر و مابقی پسر هستند. اگر به تصادف ۶ دانشجو از این دانشکده انتخاب کنیم، با کدام احتمال حداقل ۲ نفر آن‌ها پسر هستند؟

۱) $۱-(\frac{۴}{۵})^{۶}$ ۲) $۱-۹(\frac{۳}{۵})^{۶}$ ۳) $۱-۵(\frac{۳}{۵})^{۶}$ ۴) $۱-۴(\frac{۳}{۵})^{۵}$

۱۳۳. خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر متغیر تصادفی X را تعداد فرزندان دختر در نظر بگیریم، $P\left(X=۳\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۳۴. خانواده‌ای دارای ۵ فرزند است. اگر متغیر تصادفی X را تعداد فرزندان دختر این خانواده در نظر بگیریم، $P(X\geq ۴)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۵}{۳۲}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۷}{۳۲}$

۱۳۵. تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم اعداد ظاهرشده متمایز هستند، احتمال آنکه حاصل‌ضرب آن‌ها ۶ باشد چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴۸}$ ۲) $\frac{۱}{۲۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۳۶}$

۱۳۶. مریم و روناک به ترتیب هر کدام تاسی را پرتاب می‌کنند. اولین نفری که عدد ۶ بیاورد برنده است. احتمال آن‌که یکی از آن‌ها در دست دوم برنده شود، چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲۷۵}{۶^{۴}}$ ۴) $\frac{۳۷۵}{۶^{۴}}$

۱۳۷. می‌دانیم ۴۰ درصد ژن‌های تعیین‌کننده RH خون، منفی است. با کدام احتمال در خانواده‌ای با ۲ فرزند، RH خون هر دو فرزند، منفی است؟

۱) ۰٫۱۶   ۲) ۰٫۳۲   ۳) ۰٫۲۵۶   ۴) ۰٫۰۲۵۶

۱۳۸. اگر $\%$۴۰ ژن‌های تعیین‌کننده‌ی عامل RH خون منفی باشند، احتمال آنکه در خانواده‌ای با ۳ فرزند، فقط RH فرزندان اول و دوم منفی باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳۳۶}{۵^{۶}}$ ۲) $\frac{۳۲۶}{۵^{۶}}$ ۳) $\frac{۳۱۶}{۵^{۶}}$ ۴) $(\frac{۲}{۵})^{۶}$

۱۳۹. جعبه‌ای شامل ۵ لامپ سالم و ۲ لامپ معیوب است. به طور متوالی و بدون جایگذاری این لامپ‌ها را از جعبه برداشته و کنار می گذاریم تا دومین لامپ معیوب پیدا شود. با کدام احتمال دومین لامپ معیوب، در آزمایش سوم پیدا می‌شود؟

۱) $\frac{۲}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱}{۷}$ ۳) $\frac{۱۳}{۴۲}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۱۴۰. از مجموعه‌ی اعداد چهار رقمی، یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که در این عدد رقم صدگان با هیچ‌کدام از ارقام یکان و دهگان برابر نباشد، کدام است؟

۱) ۰٫۷۸ ۲) ۰٫۸۴ ۳) ۰٫۷۲ ۴) ۰٫۸۱

۱۴۱. به طور متوسط از هر ۲۰ مشتری مراجعه کننده به یک فروشگاه، ۱۲ نفر خرید می‌کنند. در یک فاصله‌ی زمانی معین، ۴ مشتری به این فروشگاه مراجعه می‌کنند. با کدام احتمال فقط ۳ نفر از آنان خرید می‌کنند؟

۱) ۰٫۳۶۵۴ ۲) ۰٫۳۴۵۶ ۳) ۰٫۳۲۸۲ ۴) ۰٫۳۱۷۲

۱۴۲. در آزمایش تصادفی پرتاب یک تاس، چند پیشامد وجود دارد که با هر دو پیشامد $A=\{۱,۶\}$ و $B=\{۲,۶\}$ ناسازگار است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۰ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۱۴۳. خانواده‌ای پنج فرزند دارد. می‌دانیم فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال اینکه خانواده دو پسر دیگر داشته باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۱۴۴. در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی قرمز موجود است. سه مهره به تصادف پی‌درپی و بدون جایگذاری از این جعبه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌ی اول سفید و دو مهره‌ی دیگر همرنگ نیستند؟

۱) $\frac{۴}{۵۵}$ ۲) $\frac{۵}{۵۴}$ ۳) $\frac{۱۹}{۱۱۰}$ ۴) $\frac{۱۷}{۲۲۰}$

۱۴۵. دو جعبه داریم. در جعبه‌ی اول ۳ مهره‌ی زرد و۴ مهره‌ی سبز و در جعبه‌ی دوم ۲ مهره‌ی بنفش و ۵ مهره‌ی آبی موجود است. به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و دو مهره را با هم از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال رنگ مهره‌ها متمایز است؟

۱) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۲) $\frac{۴}{۷}$ ۳) $\frac{۱۱}{۲۱}$ ۴) $\frac{۳}{۷}$

۱۴۶. در کارخانه‌ای با دو نوع محصول، ۴۰٪ محصولات از نوع A و بقیه از نوع B هستند. ۳۰٪ محصولات نوع A، معیوب هستند. کالایی به تصادف از این کارخانه انتخاب می‌کنیم. اگر احتمال معیوب بودن آن ۲۴٪ باشد، چند درصد از محصولات نوع B معیوب هستند؟

۱) ۲۰٪ ۲) ۱۵٪ ۳) ۲۵٪ ۴) ۳۰٪

۱۴۷. تاسی را ۲ بار پرتاب می‌کنیم. اگر متغیر تصادفی X را مجموع اعداد رو شده در نظر بگیریم، $P(X \leq ۵)$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۷}{۳۶}$

۱۴۸. در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ۳ مهره‌ی آبی وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال رنگ مهره‌های خارج شده، متفاوت است؟

۱) $\frac{۵}{۲۲}$ ۲) $\frac{۳}{۱۱}$ ۳) $\frac{۷}{۲۲}$ ۴) $\frac{۴}{۱۱}$

۱۴۹. دو تاس را با هم می‌اندازیم، احتمال آن‌که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۱۸}$

۱۵۰. دو تاس را با هم می‌اندازیم. با کدام احتمال دو عدد رو شده، متوالی هستند؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۷}{۱۸}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

۱۵۱. در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط دو مهره‌ی خارج شده، هم‌رنگ هستند؟

۱) $\frac{۴۱}{۱۲۰}$ ۲) $\frac{۳۷}{۶۰}$ ۳) $\frac{۷۹}{۱۲۰}$ ۴) $\frac{۳۱}{۶۰}$

۱۵۲. دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال آن‌که مجموع اعداد روشده مضرب ۳ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۱۸}$ ۴) $\frac{۷}{۱۸}$

۱۵۳. در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی سفید، ۵ مهره‌ی سبز و ۲ مهره‌ی زرد وجود دارد. دو مهره به تصادف از این کیسه برمی‌داریم. احتمال آنکه رنگ مهره‌های خارج‌شده یکسان باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۵۵}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱۶}{۵۵}$ ۴) $\frac{۱۷}{۵۵}$

۱۵۴. از بین ۵ نفر کلاس اولی، ۳ نفر کلاس دومی و ۴ نفر کلاس سومی، سه نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که فقط دو نفر کلاس اولی انتخاب شود کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲۲}$ ۲) $\frac{۹}{۲۲}$ ۳) $\frac{۱۳}{۲۲}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۲}$

۱۵۵. هر یک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶

۱۵۶. از مجموعه‌ی $A = \{۱, ۲, ۳, \cdots, ۱۰\}$ ، یک زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که این زیرمجموعه فاقد عدد ۱ باشد، کدام است؟

۱) ۰/۹ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۶۸

۱۵۷. دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه دقیقاً یکی از اعداد ظاهر شده اول باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۳۶}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

۱۵۸. از مجموعه‌ی $A = \{۱, ۲, ۳, \cdots, ۱۰\}$ ، به تصادف سه عدد انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه مجموع اعداد انتخاب شده، عددی زوج باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱۷}{۱۲۰}$ ۳) $\frac{۱۹}{۴۰}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۵۹. یکی از زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه‌ی $A = \{۱, ۲, ۳, \ldots ۱۰\}$ را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه بزرگترین عضو این زیرمجموعه ۸ باشد و کوچک‌ترین عضو آن ۱ نباشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱}{۷}$ ۳) $\frac{۴}{۲۱}$ ۴) $\frac{۲}{۷}$

۱۶۰. یکی از زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه‌ی $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, \cdots, ۱۰\}$ را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که در این زیرمجموعه، حداقل یکی از اعداد ۱ یا ۲ وجود داشته باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳۱}{۲۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳۱}{۱۰۵}$

۱۶۱. سه تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر متغیر تصادفی X، حاصل‌ضرب اعداد ظاهر شده باشد، $P(X = ۱۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۲۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۲۴}$ ۳) $\frac{۵}{۷۲}$ ۴) $\frac{۱۷}{۱۰۸}$

۱۶۲. از بین ۱۸ کارت که روی آن‌ها اعداد ۱ تا ۱۸ درج شده است، دو کارت را به طور متوالی و با جای‌گذاری برمی‌داریم. احتمال آن که اعداد هر دو کارت فرد باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱۶}{۸۱}$ ۲) $\frac{۱۵}{۳۲۴}$ ۳) $\frac{۲۸}{۱۵۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۶۳. تاسی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه در همه‌ی پرتاب‌ها مقسوم‌علیه ۸ ظاهر شده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶۴}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۸}{۲۷}$ ۴) $\frac{۵}{۶۴}$

۱۶۴. در پرتاب دو تاس با هم، اگر اختلاف ارقام رو شده حداکثر ۳ باشد، با کدام احتمال هر دو رقم ظاهر شده زوج هستند؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۷}{۳۰}$ ۳) $\frac{۴}{۱۵}$ ۴) $\frac{۳}{۱۰}$

۱۶۵. در یک روستا ۶۰ درصد جمعیت را مردان و بقیه را زنان تشکیل می‌دهند. ۸۰ درصد مردان و ۷۰ درصد زنان دفترچه‌ی سلامت دارند. اگر یک فرد به تصادف از این روستا انتخاب کنیم، با کدام احتمال دفترچه‌ی سلامت دارد؟

۱) ٪۲۴ ۲) ٪۲۵ ۳) ٪۷۵ ۴) ٪۷۶

۱۶۶. دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر هستند. اگر $P(A|B)+P(B|A)=\frac{۱}{۲}$ و $P(A\cap B)=\frac{۱}{۲۴}$، احتمال آن‌که حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۱}{۲۴}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۱۶۷. یک سکه و یک تاس را با هم می‌اندازیم، احتمال آن‌که تاس عدد ۵ یا سکه پشت بیاید، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۷}{۱۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۱۲}$

۱۶۸. احتمال آن‌که حسن دیر به مدرسه برسد، ۰٫۲ است. احتمال آن‌که او در یک هفته سه روز دیر به مدرسه برسد، چقدر است؟ (حسن هفته‌ای ۵ روز به مدرسه می‌رود.)

۱) ۰٫۰۵۱۲ ۲) ۰٫۰۱۰۲۴ ۳) ۰٫۲۰۴۸ ۴) ۰٫۰۰۵۱۲

۱۶۹. سه تاس پرتاب می‌کنیم. اگر متغیر تصادفی X، حاصل ضرب ۳ عدد رو شده در پرتاب ۳ تاس باشد، $P(X=$ (عدد اول کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱}{۷۲}$

۱۷۰. در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی سیاه، ۳ مهره‌ی قرمز و ۵ مهره‌ی زرد موجود است. از این کیسه به تصادف ۳ مهره برمی‌داریم. احتمال آن که هر سه مهره همرنگ باشند، چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۲۲۰}$ ۲) $\frac{۳}{۴۴}$ ۳) $\frac{۷}{۱۱۰}$ ۴) $\frac{۱۳}{۲۲۰}$

۱۷۱. فرض کنید احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۰٫۱۴ و به فرزند دختر ۰٫۰۷ باشد. والدینی که حامل این بیماری هستند، انتظار فرزندی را دارند. احتمال آن‌که این فرزند سالم نباشد، کدام است؟

۱) ۰٫۱۰۵ ۲) ۰٫۰۱۰۲ ۳) ۰٫۰۱۰۵ ۴) ۰٫۱۰۲

۱۷۲. در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی سیاه و تعدادی مهره‌ی سبز موجود است. ۲ مهره با هم از این کیسه بیرون می‌آوریم. اگر احتمال هم‌رنگ بودن مهره‌ها $\frac{۳}{۷}$ باشد، تعداد مهره‌های سبز، کدام است؟

۱) ۵ یا ۶ ۲) ۳ یا ۴ ۳) ۷ یا ۸ ۴) ۱۱ یا ۱۲

۱۷۳. دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر هستند. اگر $P(B')=\frac{۳}{۴}$ و $P(A')=\frac{۲}{۳}$، حاصل $P(A\cup B)$ چند برابر $P(A\cap B)$ است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۱۷۴. یک فوتبالیست به احتمال ۰٫۸ هر یک از پنالتی‌های خود را گل می‌کند. اگر این فوتبالیست ۱۰ ضربه‌ی پنالتی بزند، احتمال آنکه دقیقاً یکی از پنالتی‌هایش گل شود، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵^{۱۰}}$ ۲) $\frac{۸}{۵^{۱۰}}$ ۳) $\frac{۸}{۵^{۹}}$ ۴) $\frac{۸}{۵^{۹}}$

۱۷۵. جعبه‌ای شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه است. از این جعبه، ۳ مهره با هم و به تصادف خارج می‌کنیم. اگر متغیر تصادفی X تعداد مهره‌های سفید خارج شده باشد، مقدار $P(X=۲)$ چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۱۵}{۵۶}$ ۳) $\frac{۱۳}{۵۶}$ ۴) $\frac{۱۵}{۱۱۲}$

۱۷۶. دو سکه را آن قدر پرتاب می‌کنیم تا هر دو رو بیایند، اگر X تعداد آزمایش‌های لازم باشد، $P(X\leq ۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۱۶}$ ۳) $\frac{۳}{۱۶}$ ۴) $\frac{۹}{۱۶}$

۱۷۷. در آزمایشی، یک تاس را پرتاب می‌کنیم. در صورتی که عدد ۶ بیاید، دو سکه پرتاب می‌کنیم و در غیر این صورت یک سکه پرتاب می‌کنیم فضای نمونه‌ای این آزمایش چند عضو دارد؟

۱) ۳۴ ۲) ۱۴ ۳) ۲۴ ۴) ۲۸

۱۷۸. تاسی را چهار بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که هر چهار عدد روشده متمایز و مخالف ۶ باشد، کدام است؟

۱) $(\frac{۵}{۶})^{۴}$ ۲) $\frac{۲۵}{۱۰۸}$ ۳) $\frac{۵}{۵۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۸}$

۱۷۹. از هریک از مجموعه‌های $X=\{۱۱,۱۲,۱۳,۱۴,۱۵,۱۶\}$ و $Y=\{۲,۴,۶,۸,۱۰\}$ دو عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که مجموع این چهار عدد زوج باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱۷}{۶۰}$ ۳) $\frac{۳}{۱۰}$ ۴) $\frac{۷}{۳۰}$

۱۸۰. جعبه‌ای شامل ۳ مهره‌ی زرد، ۴ مهره‌ی سبز و ۶ مهره‌ی بنفش است. از این جعبه به طور متوالی و بدون جایگذاری ۲ مهره بر می‌داریم. احتمال اینکه مهره‌ی دوم سبز باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۱۳}$

۱۸۱. دو جعبه داریم. در جعبه‌ی اول ۳ مهره‌ی آبی و ۲ مهره‌ی صورتی و در جعبه‌ی دوم ۴ مهره‌ی زرد و ۳ مهره‌ی نارنجی موجود است. به تصادف یکی از این جعبه‌ها را انتخاب کرده و دو مهره باهم از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال رنگ مهره‌ها متمایز است؟

۱) $\frac{۴۱}{۷۰}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۴۳}{۱۴۰}$

۱۸۲. دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر هستند. اگر $۲P(B|A)=P(A|B)=\frac{۱}{۳}$، احتمال آنکه حداقل یکی از پیشامدهای A و B رخ دهد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۸}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۸۳. در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سبز و ۲ مهره‌ی قرمز موجود است. از این جعبه، به‌طور متوالی و بدون جایگذاری ۳ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال مهره‌ی اول سبز است و مهره‌ی دوم قرمز نیست؟

۱) $\frac{۷}{۱۸}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۲۸}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۸۴. احتمال انتقال نوعی بیماری از یک فرد بیمار به افراد مستعد ۰٫۵ است. اگر ۵ فرد مستعد با این بیمار ملاقات کنند، با کدام احتمال دقیقاً ۳ نفر از آن‌ها به این بیماری مبتلا می‌شوند؟

۱) ۰٫۳۲۱۵ ۲) ۰٫۳۲۲۵ ۳) ۰٫۳۱۲۵ ۴) ۰٫۳۵۱۲

۱۸۵. تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. اگر متغیر تصادفی X را مجموع اعداد ظاهر شده در نظر بگیریم، $P(X=8)$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{36}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{2}{9}$ ۴) $\frac{4}{9}$

۱۸۶. اگر $P(A|B')=\frac{3}{5}$ و $P(B'|A)=\frac{5}{7}$، حاصل $\frac{1-P(A')}{1-P(B)}$ کدام است؟

۱) ۰٫۶۳ ۲) ۰٫۸۴ ۳) ۰٫۹۲ ۴) ۰٫۴۶

۱۸۷. نوعی بذر ذرت تهیه شده است که ادعا می‌شود ۹۰٪ بذرها جوانه خواهد زد. اگر ۱۰ دانه از این بذر را در شرایط یکسان بکاریم و متغیر تصادفی X را تعداد بذرهای جوانه زده در نظر بگیریم، $P(X=1)$ کدام است؟

۱) 90^{-9} ۲) $(0/9)^9$ ۳) 9×10^{-9} ۴) $10(0/9)^9$

۱۸۸. ۴۰ درصد افراد یک جامعه مرد هستند. می‌دانیم $\frac{1}{6}$ از زنان و $\frac{1}{4}$ از مردان تحصیل کرده‌اند. به تصادف فردی از جامعه انتخاب می‌شود. اگر تحصیل‌کرده باشد باید به ۳ تست ۴ گزینه‌ای، در غیر اینصورت به ۲ تست ۴ گزینه‌ای پاسخ دهد. با کدام احتمال فقط به یک تست پاسخ صحیح داده شده است؟ (پاسخ دادن به تست اجباری است).

۱) $\frac{27}{64}$ ۲) $\frac{3}{8}$ ۳) $\frac{89}{160}$ ۴) $\frac{123}{320}$

۱۸۹. ۶ تیر را به سمت هدف پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم ۲ تیر اول و سوم به هدف اصابت کرده است. اگر احتمال برخورد تیر به هدف $\frac{1}{3}$ باشد. با کدام احتمال حداقل ۳ تیر به هدف اصابت می‌کند؟

۱) $\frac{8}{27}$ ۲) $\frac{16}{81}$ ۳) $\frac{19}{27}$ ۴) $\frac{65}{81}$

۱۹۰. در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی، می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان پسر است. احتمال آنکه این خانواده دقیقاً ۳ پسر داشته باشد، کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{4}{15}$

۱۹۱. سه تاس همگن را می‌ریزیم. اگر هر سه تاس فرد آمده باشد، احتمال آن که حداقل دو تاس یکسان ظاهر شده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{7}{9}$ ۲) $\frac{26}{27}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۱۹۲. جعبه‌ی A شامل ۳ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی آبی و جعبه‌ی B شامل ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی است. به تصادف، از یکی از این جعبه‌ها ۳ مهره برمی‌داریم. احتمال آنکه هر ۳ مهره قرمز باشند، کدام است؟

۱) $\frac{3}{28}$ ۲) $\frac{1}{14}$ ۳) $\frac{9}{56}$ ۴) $\frac{13}{140}$

۱۹۳. سکه‌ای را آن‌قدر پرتاب می‌کنیم تا ۳ بار "رو" بیاید. احتمال آن‌که در پرتاب هفتم سومین "رو" ظاهر شود، کدام است؟

۱) $\frac{15}{64}$ ۲) $\frac{15}{128}$ ۳) $\frac{15}{256}$ ۴) $\frac{25}{256}$

۱۹۴. روی وجه‌های دو تاس مشابه، اعداد ۳−، ۲−، ۱−، ۱، ۲ و ۳ نوشته شده است. اگر این دو تاس را ۴ بار با هم پرتاب کنیم، احتمال آن که ۲ بار مجموع اعداد ظاهر شده صفر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{11}{108}$ ۲) $\frac{5}{36}$ ۳) $\frac{25}{216}$ ۴) $\frac{29}{72}$

۱۹۵. در گروه زنان ساکن شهری، ۵۰ درصد آن‌ها مهارت گلدوزی و ۴۰ درصد آن‌ها تحصیلات دانشگاهی دارند. فردی از این گروه انتخاب می‌شود. اگر وی تحصیلات دانشگاهی یا مهارت گلدوزی داشته باشد، باید به تصادف ۳ تست چهار گزینه‌ای، در غیر این صورت به ۴ تست چهار گزینه‌ای به تصادف باید پاسخ دهد، با کدام احتمال فقط به یک تست پاسخ صحیح داده می‌شود؟

۱) $\frac{۳۷}{۶۴}$ ۲) $\frac{۵۴}{۶۴}$ ۳) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۴) $\frac{۱۷}{۶۴}$

۱۹۶. تاسی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم. متغیر تصادفی X را تعداد دفعاتی که عدد ظاهر شده زوج باشد، در نظر می‌گیریم. $P(X=۳)$ کدام است.

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۳}{۱۶}$ ۴) $\frac{۹}{۳۲}$

۱۹۷. در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز است. به تصادف ۳ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال فقط یکی از مهره‌ها سفید است؟

۱) $\frac{۸}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۷}{۴۲}$ ۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۴) $\frac{۹}{۱۴}$

۱۹۸. خانواده‌ای دارای ۷ فرزند است. اگر بدانیم ۲ فرزند اول این خانواده پسر هستند، احتمال آنکه این خانواده حداقل ۵ پسر داشته باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۳۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۱۶}$ ۴) $\frac{۴}{۳۲}$

۱۹۹. در یک شهر صنعتی ۶۰ درصد جمعیت مرد و ۴۰ درصد آن زن هستند. اگر ۱۸ درصد مردان و ۱۲ درصد زنان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد این جمعیت تحصیلات دانشگاهی دارند؟

۱) ۱۵٫۲ ۲) ۱۵٫۶ ۳) ۱۵٫۸ ۴) ۱۶٫۲

۲۰۰. از یکی از مجموعه‌های $A=\{۱,۲,۳,\cdots,۹\}$ و $B=\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ به تصادف دو عدد انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه هر دو عدد انتخاب‌شده زوج باشند، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۴}{۱۵}$ ۳) $\frac{۲}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۲۰۱. در شکل مقابل، از کیسه‌ی A مهره‌ای برداشته و در کیسه‌ی B می‌اندازیم. اکنون از کیسه‌ی B دو مهره برمی‌داریم. احتمال آن که هر دو مهره آبی باشند، کدام است؟

B		A	
۳ آبی	۱ قرمز	۳ آبی	۲ قرمز

۱) ۰٫۴۶ ۲) ۰٫۳۸
۳) ۰٫۴۸ ۴) ۰٫۵۲

۲۰۲. احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر ۰٫۹ و برای شخص B برابر ۰٫۸ است. با کدام احتمال، لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر، موفقیت‌آمیز است؟

۱) ۰٫۹۲ ۲) ۰٫۹۴ ۳) ۰٫۹۶ ۴) ۰٫۹۸

۲۰۳. احتمال قبولی فرد A در یک آزمون ۰٫۸۴ و احتمال قبولی فرد B در همان آزمون ۰٫۷۵ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، در این آزمون قبول می‌شوند؟

۱) ۰٫۹۲ ۲) ۰٫۹۴ ۳) ۰٫۹۶ ۴) ۰٫۹۸

۲۰۴. به طور متوسط $\frac{۳}{۴}$ از تیرهای رها شده‌ی یک تیرانداز به هدف اصابت می‌کند. با کدام احتمال، از ۵ تیر رها شده‌ی این تیرانداز، حداقل ۴ تیر، به هدف اصابت می‌کند؟

۱) $\frac{۷۳}{۱۲۸}$ ۲) $\frac{۷۵}{۱۲۸}$ ۳) $\frac{۸۱}{۱۲۸}$ ۴) $\frac{۸۹}{۱۲۸}$

۲۰۵. در یک روستا $\frac{۴}{۵}$ از سرپرست خانوارها باسواد هستند. اگر به تصادف ۴ نفر از بین آنان انتخاب شود، با کدام احتمال، تعداد باسوادها بیشتر از تعداد بی‌سوادها در این انتخاب، است؟

۱) $\frac{۵۱۲}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۵۷۲}{۶۲۵}$ ۳) $\frac{۵۸۷}{۶۲۵}$ ۴) $\frac{۶۰۸}{۶۲۵}$

۲۰۶. آزمایشی فقط دو نتیجه دارد. احتمال پیروزی در هر بار $\frac{۱۴}{۱۵}$ است. در ۵ بار تکرار این آزمایش مستقل، احتمال ۴ پیروزی چند برابر احتمال ۳ پیروزی است؟

۱) ۱۴ ۲) ۷ ۳) ۱ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۲۰۷. سکه‌ای را ۱۰ بار پرتاب می‌کنیم، احتمال آنکه در پنج پرتاب اول دقیقاً ۳ بار و در پنج پرتاب دوم حداقل ۴ بار«رو» ظاهر شود، کدام است؟

۱) $\frac{۱۵}{۳۲}$ ۲) $\frac{۱۵}{۲۵۶}$ ۳) $\frac{۱۷}{۲۵۶}$ ۴) $\frac{۱۷}{۳۲}$

۲۰۸. یک بسکتبالیست، معمولاً از هر ۱۰ پرتاب خود ۶ پرتاب را داخل سبد می‌اندازد. اگر در ۶ پرتاب متوالی، در آخرین پرتاب، توپ وارد سبد شده باشد، با کدام احتمال در این آزمایش وی نصف توپ‌های پرتابی را با موفقیت به داخل سبد انداخته است؟

۱) ۰/۴۳۲۱۴ ۲) ۰/۳۴۵۶ ۳) ۰/۲۷۶۴۸ ۴) ۰/۲۳۰۴

۲۰۹. سه تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم اعداد ظاهر شده متمایز هستند، احتمال آن‌که هر سه عدد رو شده کمتر از ۵ باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۵۴}$ ۴) $\frac{۱۱}{۲۱۶}$

۲۱۰. در یک جعبه، ۳ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی صورتی وجود دارد. از این جعبه به تصادف مهره‌ای برداشته و پس از دیدن رنگ آن، آن را کنار گذاشته و ۴ مهره به رنگ دیگر (قرمز یا صورتی) درون جعبه قرار می‌دهیم. اکنون مهره‌ی دیگری برمی‌داریم. احتمال آنکه این مهره قرمز باشد، چقدر است؟

۱) ۰/۲۸ ۲) ۰/۳۲ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۲۵

۲۱۱. می‌دانیم احتمال مغلوب بودن رنگ چشم $\frac{۱}{۴}$ برای هر فرزند، ثابت است. در خانواده‌ی ۴ فرزندی، با کدام احتمال رنگ چشم ۳ فرزند آن‌ها مغلوب است؟

۱) $\frac{۳}{۶۴}$ ۲) $\frac{۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۹}{۶۴}$ ۴) $\frac{۲۷}{۲۵۶}$

۲۱۲. آزمایشی فقط دو نتیجه دارد. احتمال پیروزی در هر بار $\frac{۳}{۴}$ است. در تکرار ۶ بار این آزمایش مستقل، احتمال ۴ پیروزی چند برابر احتمال ۳ پیروزی است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۹}{۴}$

۲۱۳. دانش‌آموزی به ۶ پرسش ۴ گزینه‌ای به تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال ۳ پرسش را پاسخ درست داده است؟

۱) $\frac{۱۳۵}{۱۰۲۴}$ ۲) $\frac{۱۳۵}{۵۱۲}$ ۳) $\frac{۴۵}{۵۱۲}$ ۴) $\frac{۲۷}{۵۱۲}$

۲۱۴. احتمال جوانه زدن هر دانه‌ی نوعی بذر $\frac{۲}{۳}$ است. اگر ۴ دانه از این بذر در شرایط یکسان کاشته شوند، با کدام احتمال حداقل سه دانه، جوانه می‌زند؟

۱) $\frac{۴۴}{۸۱}$ ۲) $\frac{۱۵}{۲۷}$ ۳) $\frac{۴۶}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۷}$

۲۱۵. اگر $P(A\cap B)=$ ۰٫۲ و $P(B')=$ ۰٫۴، حاصل $P(A' \mid B)$ چقدر است؟

۱) ۰٫۶ ۲) ۰٫۰۸ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۲۱۶. در یک کلاس ۲۰ نفره، ۸ نفر عینکی هستند. اگر ۳ نفر به‌تصادف از این کلاس انتخاب کنیم، احتمال آن‌که تنها یک نفر از آن‌ها عینکی باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۴۴}{۹۵}$ ۲) $\frac{۴۳}{۹۵}$ ۳) $\frac{۴۲}{۹۵}$ ۴) $\frac{۴۱}{۹۵}$

۲۱۷. گلدان A شامل ۳ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی زرد و گلدان B شامل ۵ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی سبز است. به تصادف یک گلدان را انتخاب کرده و ۳ مهره از آن برمی‌داریم. احتمال آنکه دقیقاً یکی از مهره‌ها قرمز باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۳۱}{۱۴۰}$ ۲) $\frac{۳۱}{۱۶۰}$ ۳) $\frac{۴۱}{۱۶۰}$ ۴) $\frac{۴۱}{۱۴۰}$

۲۱۸. تاسی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه اعداد ظاهر شده، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی دهند، کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۶^۵}$ ۲) $\frac{۲۹}{۶^۵}$ ۳) $\frac{۱}{۶^۴}$ ۴) $\frac{۷}{۶^۴}$

۲۱۹. سه تاس متمایز را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی از اعداد ظاهر شده مضرب ۳ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲۶}{۸۱}$ ۲) $\frac{۱۹}{۲۷}$ ۳) $\frac{۷}{۹}$ ۴) $\frac{۱۷}{۲۷}$

۲۲۰. علی ۲ تاس و حسن یک تاس پرتاب می‌کنند. احتمال آنکه حاصل ضرب اعداد ظاهر شده‌ی تاس‌های علی برابر عدد ظاهر شده‌ی تاس حسن باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۱۰۸}$ ۲) $\frac{۵}{۲۷}$ ۳) $\frac{۱}{۱۸}$ ۴) $\frac{۸}{۱۰۸}$

۲۲۱. اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند و $P(A)+P(B)=\frac{۲}{۵}$، حداکثر مقدار $P(A\cap B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۲۵}$ ۲) $\frac{۱}{۲۵}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۲۲۲. دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو سکه «رو» یا تاس ۶ ظاهر می‌شود؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۵}{۸}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۷}{۱۲}$

۲۲۳. یک سکه و دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال جمع عدد دو تاس بیشتر از ۴ یاسکه‌ی «رو» ظاهر شده است؟

۱) $\frac{۷}{۱۲}$ ۲) $\frac{۵}{۸}$ ۳) $\frac{۷}{۸}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۲}$

۲۲۴. اگر A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر باشند، $P(A\cap B')=\frac{۱}{۵}$ و $P(B\cap A')=\frac{۳}{۲۰}$ مقدار $P(A')$ چقدر از مقدار $P(B')$ کم‌تر است؟

۱) ۰٫۰۳ ۲) ۰٫۰۵ ۳) ۰٫۳۵ ۴) ۰٫۷۵

۲۲۵. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو عدد ظاهر شده فرد باشند، چقدر احتمال دارد مجموع آن‌ها کمتر از ۶ باشد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۲۲۶. اگر برای دو پیشامد A و B، $P(A)=\frac{۱}{۳}\ ,\ P(B|A')=P(A|B)=\frac{۱}{۴}$، آن گاه $P(B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۲۲۷. در ظرفی ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه است به تصادف ۲ مهره از ظرف بدون رؤیت خارج شده است. از ۵ مهره‌ی باقی‌مانده یک مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

۱) $\frac{۱۲}{۳۵}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۱۶}{۳۵}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

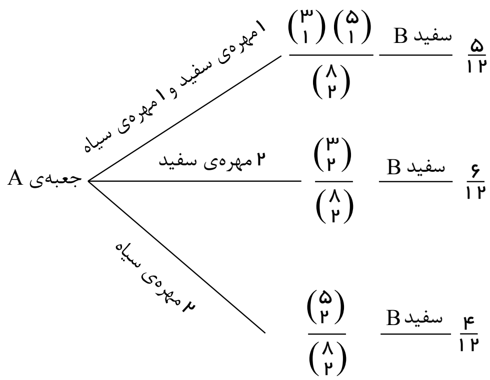
۲۲۸. دو کیسه داریم. اولی شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و دومی شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه است. از کیسه‌ی اول یک مهره خارج می‌کنیم و در کیسه‌ی دوم قرار می‌دهیم. سپس از کیسه‌ی دوم مهره‌ای خارج می‌کنیم. احتمال اینکه این مهره سفید باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۱۶}$ ۲) $\frac{۹}{۱۶}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

۲۲۹. اگر برای دو پیشامد مستقل A و B، $P(B)=\frac{۱۲}{۲۵}$، و $P(A\cup B)=\frac{۱۷}{۲۵}$ باشد، $P(A-B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۲۵}$ ۳) $\frac{۳}{۲۵}$ ۴) $\frac{۲}{۲۵}$

.۱ گزینه ۱



$$\text{احتمال مطلوب} = (\frac{۱۵}{۲۸} \times \frac{۵}{۱۲}) + (\frac{۳}{۲۸} \times \frac{۶}{۱۲}) + (\frac{۱۰}{۲۸} \times \frac{۴}{۱۲}) = \frac{۱۳۳}{۲۸ \times ۱۲} = \frac{۱۹}{۴۸}$$

.۲ گزینه ۲ در این مسأله، پیروزی یعنی گل شدن پنالتی

$$\begin{cases} n = ۳ \\ k = ۲ \\ p = \frac{۲}{۵} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k} = \binom{۳}{۲} \cdot (\frac{۲}{۵})^۲ \cdot (\frac{۳}{۵}) = ۳(\frac{۴}{۲۵})(\frac{۳}{۵}) = \frac{۳۶}{۱۲۵}$$

.۳ گزینه ۲ چون مهره‌ها با جایگذاری انتخاب می‌شوند پس در هر مرحله احتمال سفید آمدن برابر $\frac{۶}{۱۰}$ و احتمال سیاه آمدن برابر $\frac{۴}{۱۰}$ است. پیروزی در این مسأله، یعنی مهره‌ی سفید خارج شدن

$$\begin{cases} n = ۵ \\ k = ۲ \\ p = \frac{۶}{۱۰} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k} = \binom{۵}{۲} \cdot (\frac{۶}{۱۰})^۲ \cdot (\frac{۴}{۱۰})^۳ = (۱۰)(\frac{۳۶}{۱۰۰})(\frac{۶۴}{۱۰۰۰}) = ۰{,}۲۳۰۴$$

.۴ گزینه ۲ این خانواده دارای سه فرزند دختر و سه فرزند پسر است.

$$PPPDDD \rightarrow n(S) = \frac{۶!}{۳!۳!} = ۲۰$$

تنها در دو حالت جنسیت فرزندان یک در میان متفاوت است.

$$PDPDPD\,,\ DPDPDP \rightarrow n(A) = ۲$$

پس $P(A) = \frac{۲}{۲۰} = \frac{۱}{۱۰}$ است.

.۵ گزینه ۲ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = ۶^۳$ است.

$$\text{حالات مطلوب:} \begin{cases} \text{مجموع} = ۳ \rightarrow ۱,۱,۱ \rightarrow \text{یک حالت} \\ \text{مجموع} = ۴ \rightarrow ۱,۲,۱ \rightarrow \frac{۳!}{۲!} = ۳ \rightarrow \text{سه حالت} \end{cases} \rightarrow n(A) = ۴$$

پس $P(A) = \frac{۴}{۶^۳} = \frac{۱}{۵۴}$ است.

.۶ گزینه ۴ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = ۶^۲ = ۳۶$ است.

$$A = \{(۱,۱)(۲,۲)(۳,۳)(۴,۴)(۵,۵)(۶,۶)\} \rightarrow n(A) = ۶$$

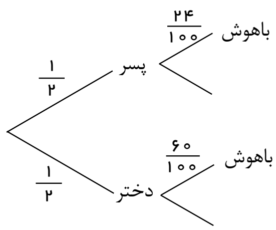
پس $P(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$ است.

۷.گزینه ۳

اگر $B\subset A$ باشد در این صورت $A\cup B=A$ و $A\cap B=B$ می‌باشد.

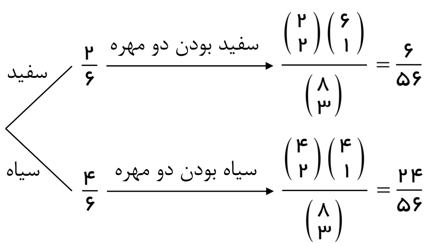
$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B)}{P(B)}=۱$$

۸.گزینه ۲



$$\rightarrow \text{احتمال مطلوب}=\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۲۴}{۱۰۰}\right)+\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۶۰}{۱۰۰}\right)=\frac{۸۴}{۲۰۰}=\frac{۴۲}{۱۰۰}$$

۹.گزینه ۲ احتمال سفید بودن مهره‌ی اول برابر $\frac{۲}{۶}$ و احتمال سیاه بودن آن برابر $\frac{۴}{۶}$ است. اگر مهره‌ی اول برداشته سفید باشد دو مهره‌ی سیاه به همراه مهره‌ی سفید برداشته شده به کیسه برمی‌گردانیم که در این حالت ۲ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه داریم. اگر مهره‌ی اول برداشته شده سیاه باشد دو مهره‌ی سفید به همراه مهره‌ی سیاه برداشته شده به کیسه برمی‌گردانیم که در این حالت ۴ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه داریم.



$$\text{احتمال مطلوب}=\left(\frac{۲}{۶}\times\frac{۶}{۵۶}\right)+\left(\frac{۴}{۶}\times\frac{۲۴}{۵۶}\right)=\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۲۸}\right)+\left(\frac{۲}{۳}\times\frac{۱۲}{۲۸}\right)=\frac{۲۷}{۳\times ۲۸}=\frac{۹}{۲۸}$$

۱۰.گزینه ۳ احتمال آنکه هر ۳ نفر در روز شنبه به دنیا آمده باشند برابر $\left(\frac{۱}{۷}\right)^۳=\frac{۱}{۷}\times\frac{۱}{۷}\times\frac{۱}{۷}$ است. و این احتمال برای روزهای دیگر هفته هم، همین است.

$$\text{احتمال مطلوب}=\underbrace{\left(\frac{۱}{۷}\right)^۳}_{\text{هر ۳ نفر شنبه به دنیا آمده باشند}}+\underbrace{\left(\frac{۱}{۷}\right)^۳}_{\text{هر ۳ نفر یکشنبه به دنیا آمده باشند}}+\cdots+\underbrace{\left(\frac{۱}{۷}\right)^۳}_{\text{هر ۳ نفر جمعه به دنیا آمده باشند}}=۷\left(\frac{۱}{۷}\right)^۳=\left(\frac{۱}{۷}\right)^۲=\frac{۱}{۴۹}$$

۱۱.گزینه ۳ احتمال خرید کردن $\frac{۲}{۵}$ است پس احتمال خرید نکردن $\frac{۳}{۵}$ است و در این مسأله پیروزی یعنی خرید نکردن.

$$\begin{cases} n=۳ \\ k=۲ \\ p=\frac{۳}{۵}\end{cases}\rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۳}{۲}\cdot\left(\frac{۳}{۵}\right)^۲\cdot\left(\frac{۲}{۵}\right)^۱=(۳)\left(\frac{۹}{۲۵}\right)\left(\frac{۲}{۵}\right)=\frac{۵۴}{۱۲۵}$$

۱۲.گزینه ۱ فرمول احتمال دو جمله‌ای به صورت $\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}$ است.

$$P(X=۴)=\frac{۱۶}{۸۱}\rightarrow\binom{۴}{۴}\cdot p^۴\cdot(۱-p)^۰=\frac{۱۶}{۸۱}\rightarrow p^۴=\frac{۱۶}{۸۱}\xrightarrow{p>۰}P=\frac{۲}{۳}$$

$$P(X=۳)=\binom{۴}{۳}\cdot\left(\frac{۲}{۳}\right)^۳\cdot\left(\frac{۱}{۳}\right)^۱=(۴)\left(\frac{۸}{۲۷}\right)\left(\frac{۱}{۳}\right)=\frac{۳۲}{۸۱}$$

۱۳.گزینه ۲ در این مسأله، پیروزی یعنی بستری شدن

$$\begin{cases} n=۵ \\ k=۳ \\ p=\frac{۱}{۵} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۵}{۳}\cdot\left(\frac{۱}{۵}\right)^۳\cdot\left(\frac{۴}{۵}\right)^۲=(۱۰)(\frac{۱}{۱۲۵})(\frac{۱۶}{۲۵})=\frac{۳۲}{۶۲۵}$$

.۱۴ گزینه ۱

$$n(S)=\binom{۱۲}{۳}=\frac{۱۲\times۱۱\times۱۰}{۶}=۲۲۰$$

یک دانشجوی سال دومی و حداکثر یک دانشجوی سال اولی یعنی: (یک دانشجوی سال اولی و یک دانشجوی سال دومی و یک دانشجوی سال سومی) یا (یک دانشجوی سال دومی و دو دانشجوی سال سومی)

$$n(A)=\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۱}\binom{۳}{۱}+\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۲}=۱۲+۶۰=۷۲$$

پس $P(A)=\frac{۷۲}{۲۲۰}=\frac{۱۸}{۵۵}$ است.

.۱۵ گزینه ۳ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=۶^۲=۳۶$ است.

$$\left.\begin{array}{l} ۲\rightarrow(۱,۱) \\ ۳\rightarrow(۱,۲)(۲,۱) \\ ۵\rightarrow(۱,۴)(۴,۱)(۲,۳)(۳,۲) \\ ۷\rightarrow(۱,۶)(۶,۱)(۲,۵)(۵,۲)(۳,۴)(۴,۳) \\ ۱۱\rightarrow(۵,۶)(۶,۵) \end{array}\right\}\rightarrow n(A)=۱۵$$

پس $P(A)=\frac{۱۵}{۳۶}$ است.

.۱۶ گزینه ۴

$$P\ (\text{اولی آبی و دومی قرمز})=\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۲}{۱۰}=\frac{۴}{۵۵}$$

.۱۷ گزینه ۲

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=۰٫۶\rightarrow P(A\cap B)=۰٫۶P(B)$$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=۰٫۳\rightarrow P(A\cap B)=۰٫۳P(A)$$

$$\text{پس}:\ ۰٫۶P(B)=۰٫۳P(A)\xrightarrow{P(A)=۰٫۳}۰٫۶P(B)=۰٫۰۹\rightarrow P(B)=\frac{۰٫۰۹}{۰٫۶}=\frac{۹}{۶۰}=\frac{۳}{۲۰}=۰٫۱۵$$

.۱۸ گزینه ۱

$$\text{فضای نمونه‌ای جدید}=\underbrace{\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۳}}_{\text{یک تقلبی و سه اصل}}+\underbrace{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۲}}_{\text{دو تقلبی و دو اصل}}+\underbrace{\binom{۴}{۳}\binom{۵}{۱}}_{\text{سه تقلبی و یک اصل}}+\underbrace{\binom{۴}{۴}}_{\text{چهار تقلبی}}=۴۰+۶۰+۲۰+۱=۱۲۱$$

$$\text{تنها یک سکه‌ی تقلبی}=\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۳}=۴۰$$

پس $P(A)=\frac{۴۰}{۱۲۱}$ است.

البته دقت کنید فضای نمونه‌ای جدید را می‌توان از رابطه‌ی $\binom{۹}{۴}-\binom{۵}{۴}$ نیز به دست آورد. (کل حالات منهای حالاتی که هر ۴ سکه اصل هستند).

A	B
۵ سفید ۴ سیاه	۴ سفید ۴ سیاه

۱۹.گزینه ۱

از جعبه‌ی A می‌توانیم هم مهره‌ی سفید و هم مهره‌ی سیاه خارج کنیم پس یک بار از جعبه‌ی A مهره‌ی سفید خارج کرده و در جعبه ی B قرار می‌دهیم و احتمال سفید بودن مهره‌ی برداشته شده از جعبه‌ی B را حساب می‌کنیم و یک بار از جعبه‌ی A مهره‌ی سیاه خارج کرده و در جعبه‌ی B قرار می‌دهیم و احتمال سفید بودن مهره‌ی برداشته شده از جعبه‌ی B را حساب می‌کنیم.

$\frac{۵}{۹}$ سفید جعبه ی A $\xrightarrow[\text{۵ سفید ۴ سیاه}]{\frac{۵}{۹}}$ سفید جعبه ی B

$\frac{۴}{۹}$ سیاه جعبه ی A $\xrightarrow[\text{۴ سفید ۵ سیاه}]{\frac{۴}{۹}}$ سفید جعبه ی B

$\rightarrow$ احتمال مطلوب $=\left(\frac{۵}{۹}\times\frac{۵}{۹}\right)+\left(\frac{۴}{۹}\times\frac{۴}{۹}\right)=\frac{۴۱}{۸۱}$

۲۰.گزینه ۴   توجه کنید که گروه خونی و اضافه وزن نسبت به هم مستقل هستند.

A: داشتن O گروه خونی   و B: اضافه وزن داشتن

$$P(A\cap B')=P(A)\cdot P(B')=\frac{۶۵}{۱۰۰}\times(۱-\frac{۶۰}{۱۰۰})=\frac{۶۵}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=\frac{۲۶}{۱۰۰}$$

۲۱.گزینه ۱

A : داشتن A^+ گروه خونی $\rightarrow P(A)=۰/۲$

B: ناراحتی قلبی داشتن $\rightarrow P(B)=۰/۳$

احتمال اینکه شخصی ناراحتی قلبی یا گروه خونی A^+ داشته باشد برابر است با:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\xrightarrow{A\,,B\ \text{مستقل هستند}} P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)=۰/۲+۰/۳-(۰/۲)(۰/۳)=۰/۴۴$$

۲۲.گزینه ۴   در این مسأله، پیروزی در پاییز به دنیا آمدن است و احتمال متولد شدن در فصل پاییز برابر $\frac{۱}{۴}$ است.

$$\begin{cases} n=۴\\ k=۲\\ p=\frac{۱}{۴}\end{cases}\rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۴}{۲}\cdot\left(\frac{۱}{۴}\right)^۲\cdot\left(\frac{۳}{۴}\right)^۲=(۶)\left(\frac{۱}{۱۶}\right)\left(\frac{۹}{۱۶}\right)=\frac{۲۷}{۱۲۸}$$

۲۳.گزینه ۱   در این مسأله، پیروزی یعنی ریزش مو داشتن

$$\begin{cases} n=۳\\ k=۲\\ p=\frac{۳}{۵}\end{cases}\rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۳}{۲}\cdot\left(\frac{۳}{۵}\right)^۲\cdot\left(\frac{۲}{۵}\right)^۱=(۳)\left(\frac{۹}{۲۵}\right)\left(\frac{۲}{۲۵}\right)=\frac{۵۴}{۱۲۵}$$

دقت کنید که وقتی از ۵ نفر به طور متوسط ۳ نفر ریزش مو دارند احتمال ریزش مو برابر $\frac{۳}{۵}$ است.

۲۴.گزینه ۴ $P(۲<X<۱۱)$ یعنی احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده‌ی دو تاس بین ۲ و ۱۱ باشد یا به بیان دیگر باید $P(۳\le X\le ۱۰)$ را به دست آوریم.

$$P(۳\le X\le ۱۰)=۱-P(X=\text{۲یا ۱۱یا ۱۲})$$

A را پیشامد آنکه مجموع اعداد رو شده دو تاس برابر ۲ یا ۱۱ یا ۱۲ باشد. در نظر می‌گیریم.

$$A=\{(۱,۱),(۵,۶),(۶,۵),(۶,۶)\}\rightarrow n(A)=۴$$

پس $\frac{۸}{۹}=\frac{۱}{۹}-۱=\frac{۴}{۳۶}-۱=\frac{۴}{۶^۲}-۱=P(۳\le X\le ۱۰)$ است.

۲۵.گزینه ۴   برای آنکه دومین مهره‌ی سفید، بلافاصله بعد از اولین مهره‌ی سیاه خارج شود، باید مهره‌ی اول سفید و مهره‌ی دوم سیاه و مهره‌ی سوم سفید خارج شده باشند.

احتمال مطلوب $=\underbrace{\frac{۴}{۹}}_{\substack{\text{مهره‌ی اول سفید}\\ \text{(۴سفید و ۵سیاه)}}}\times\underbrace{\frac{۵}{۹}}_{\substack{\text{مهره‌ی دوم سیاه}\\ \text{(۴سفید و ۵سیاه)}}}\times\underbrace{\frac{۴}{۸}}_{\substack{\text{مهره‌ی سوم سفید}\\ \text{(۴سفید و ۴سیاه)}}}=\frac{۱۰}{۸۱}$

۲۶.گزینه ۲ این مسأله را به روش متمم حل می‌کنیم یعنی ابتدا احتمال اینکه هیچ کدام از این دو برادر در گروه نباشند را حساب کرده و سپس آن را از یک کم می‌کنیم.

$$P(\text{حداقل یکی از دو برادر در گروه باشد}) = ۱ - P(\text{هیچ کدام از دو برادر در گروه نباشند}) = ۱ - \frac{\binom{۱۸}{۳}}{\binom{۲۰}{۳}}$$

توجه کنید که ابتدا این دو برادر را کنار می‌گذاریم و سپس از بین ۱۸ نفر باقی‌مانده ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم.

$$\rightarrow P(\text{حداقل یکی از دو برادر در گروه باشد}) = ۱ - \frac{\frac{۱۸\times ۱۷\times ۱۶}{۶}}{\frac{۲۰\times ۱۹\times ۱۸}{۶}} = ۱ - \frac{۱۷\times ۱۶}{۲۰\times ۱۹} = ۱ - \frac{۱۷\times ۴}{۵\times ۱۹}$$

$$= ۱ - \frac{۶۸}{۹۵} = \frac{۲۷}{۹۵}$$

توجه کنید که $\frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶} = \binom{n}{۳}$ است.

۲۷.گزینه ۱ ابتدا تعداد تمام اعداد سه رقمی را که می‌توان با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ساخت را بدست می‌آوریم:

$n(S) = \boxed{۵}\times\boxed{۵}\times\boxed{۴} = ۱۰۰$ (خانه‌ی اول صفر قرار نمی‌گیرد)

حال تعداد اعداد زوج بزرگتر از ۳۰۰ را بدست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{رقم یکان صفر باشد} \rightarrow \boxed{۳}\times\boxed{۴}\times\boxed{۱} = ۱۲ & (\text{خانه‌ی اول ۳ یا ۴ یا ۵ قرار می‌گیرد}) \\ \text{رقم یکان ۲ باشد} \rightarrow \boxed{۳}\times\boxed{۴}\times\boxed{۱} = ۱۲ & (\text{خانه‌ی اول ۳ یا ۴ یا ۵ قرار می‌گیرد}) \\ \text{رقم یکان ۴ باشد} \rightarrow \boxed{۲}\times\boxed{۴}\times\boxed{۱} = ۸ & (\text{خانه‌ی اول ۳ یا ۵ قرار می‌گیرد}) \end{array}\right\} \rightarrow n(A) = ۳۲$$

پس $P(A) = \frac{۳۲}{۱۰۰}$ است.

۲۸.گزینه ۱ احتمال آنکه مهره‌های خارج شده همرنگ باشند را حساب می‌کنیم و حاصل را از عدد یک کم می‌کنیم.

A	B
۵ زرد ۳ نارنجی	۴ زرد ۲ نارنجی

(دو مهره‌ی نارنجی از ظرف A و دو مهره‌ی نارنجی از ظرف B) یا (دو مهره‌ی زرد از ظرف A و دو مهره‌ی زرد از ظرف B)

$$\text{احتمال} = \frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۸}{۲}}\times\frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۶}{۲}} + \frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۸}{۲}}\times\frac{\binom{۲}{۲}}{\binom{۶}{۲}} = \frac{۱۰}{۲۸}\times\frac{۶}{۱۵} + \frac{۳}{۲۸}\times\frac{۱}{۱۵} = \frac{۶۰+۳}{۲۸\times ۱۵} = \frac{۶۳}{۲۸\times ۱۵} = \frac{۳}{۲۰} = ۰/۱۵$$

مطلوب

P (تمام مهره‌های خارج شده همرنگ نباشند) $= ۱ - ۰/۱۵ = ۰/۸۵$

۲۹.گزینه ۲ وقتی گفته می‌شود این خانواده، حداقل دارای دو دختر باشد یعنی این خانواده دارای ۲ یا ۳ یا ۴ دختر باشد و چون فرزند اول، دختر است و گفته شده که همه فرزندان، دختر نباشند یعنی احتمال اینکه از سه فرزند (فرزندان دوم و سوم و چهارم) یک یا دو فرزند دختر باشد را باید حساب کنید.

$$n(S) = ۲^۳ = ۸$$

$$\left.\begin{array}{l} DPP \rightarrow \frac{۳!}{۲!} = ۳ \\ DDP \rightarrow \frac{۳!}{۲!} = ۳ \end{array}\right\} \rightarrow n(A) = ۶$$

پس $P(A) = \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۴}$ است.

۳۰.گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}۴ \to (۱,۴),(۴,۱),(۲,۲)\\ ۸ \to (۲,۴),(۴,۲)\\ ۱۲ \to (۲,۶),(۶,۲),(۳,۴),(۴,۳)\\ ۱۶ \to (۴,۴)\\ ۲۰ \to (۴,۵),(۵,۴)\\ ۲۴ \to (۴,۶),(۶,۴)\\ ۳۶ \to (۶,۶)\end{array}\right\} \to n(S)=۱۵$$

در چهار حالت، $(۵,۴)$, $(۴,۵)$, $(۴,۳)$, $(۳,۴)$ اعداد متوالی هستند پس $P(A)=\frac{۴}{۱۵}$ است.

۳۱.گزینه ۲　برای آنکه بیشتر از ۳ بار شلیک کند باید شلیک‌های اول و دوم و سوم او به هدف اصابت نکرده باشد چون احتمال به هدف زدن ۰٫۳ است پس احتمال به هدف نزدن برابر ۰٫۷ است بنابراین داریم:

احتمال مطلوب= $۰٫۷ \times ۰٫۷ \times ۰٫۷ = ۰٫۳۴۳$

۳۲.گزینه ۳　موفقیت آمیز بودن عمل جراحی برای افراد A و B دو پیشامد مستقل از هم هستند.

P (حداقل یکی از دو نفر عمل موفقیت آمیز داشته باشد) $= ۱ - P$ (هیچ کدام عمل موفقیت آمیز نداشته باشند)

$= ۱-(۰٫۲)(۰٫۲۵) = ۱ - ۰٫۰۵ = ۰٫۹۵$

۳۳.گزینه ۴　شرط آنکه RH خون فردی منفی باشد آن است که دو ژن منفی داشته باشد پس:

$$P(RH^-)=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=۰٫۱۶, P(RH^+)=۱-۰٫۱۶=۰٫۸۴$$

برای حل مسأله از متمم استفاده می‌کنیم یعنی احتمال اینکه RH خون فرزند سوم با RH خون فرزندان اول و دوم، یکی نباشد را حساب کنیم و حاصل را از یک کم می‌کنیم.

$$(\underbrace{\overbrace{۰٫۱۶}^{\text{فرزند اول}}}_{-}\times\underbrace{\overbrace{۰٫۱۶}^{\text{فرزند دوم}}}_{-}\times\underbrace{\overbrace{۰٫۸۴}^{\text{فرزند سوم}}}_{+})+(\underbrace{\overbrace{۰٫۸۴}^{\text{فرزند اول}}}_{+}\times\underbrace{\overbrace{۰٫۸۴}^{\text{فرزند دوم}}}_{+}\times\underbrace{\overbrace{۰٫۱۶}^{\text{فرزند سوم}}}_{-})=\underbrace{۰٫۱۶\times۰٫۸۴}_{\text{فاکتور}}\underbrace{(۰٫۱۶+۰٫۸۴)}_{۱}$$

$= ۰٫۱۳۴۴ \to$ احتمال مطلوب $= ۱ - ۰٫۱۳۱۴ = ۰٫۸۶۵۶$

۳۴.گزینه ۴　در این مسأله، پیروزی یعنی خارج شدن رنگ سیاه و توجه کنید که در هر مرحله احتمال خارج شدن رنگ سیاه برابر $\frac{۱}{۵}$ است چون هر مهره را که برمی‌داریم دوباره به ظرف برمی‌گردانیم.

$$\left\{\begin{array}{l}n=۴\\ k=۳\\ p=\frac{۱}{۵}\end{array}\right. \to \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۴}{۳}\cdot(\frac{۱}{۵})^۳\cdot(\frac{۴}{۵})^۱=۴\times\frac{۱}{۱۲۵}\times\frac{۴}{۵}=\frac{۱۶}{۱۲۵}$$

۳۵.گزینه ۱　با توجه به فرمول $\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}$ داریم:

$$\text{یک تیر از سه تیر به هدف اصابت کند}\xrightarrow{n=۳\ ,\ k=۱\ ,\ p=\frac{۱}{۴}}\binom{۳}{۱}\cdot\left(\frac{۱}{۴}\right)^۱\cdot\left(\frac{۳}{۴}\right)^۲=\frac{۲۷}{۶۴}$$

$$\xrightarrow[n=۲\ ,\ k=۲\ ,\ p=\frac{۱}{۳}]{\text{دو تاس از دو تاس پرتاب شده مضرب سه باشد}}\binom{۲}{۲}\cdot\left(\frac{۱}{۳}\right)^۲\cdot\left(\frac{۲}{۳}\right)^۰=\frac{۱}{۹}$$

دو تیر از سه تیر به هدف اصابت کند $\xrightarrow{n=۳\ ,\ k=۲\ ,\ p=\frac{۱}{۴}} \binom{۳}{۲}\cdot\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۲}\cdot\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۱}=\frac{۹}{۶۴}$

دو تاس از سه تاس پرتاب شده مضرب سه باشد $\xrightarrow[n=۳\ ,\ k=۲\ ,\ p=\frac{۱}{۳}]{} \binom{۳}{۲}\cdot\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲}\cdot\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۱}=\frac{۲}{۹}$

احتمال مطلوب $=(\frac{۲۷}{۶۴}\times\frac{۱}{۹})+(\frac{۹}{۶۴}\times\frac{۲}{۹})=\frac{۴۵}{۹\times۶۴}=\frac{۵}{۶۴}$

۳۶.گزینه ۳ منظور طراح سوال این است که در پرتاب دو تاس احتمال آنکه قدر مطلق تفاضل اعداد رو شده برابر یک یا صفر باشد کدام است.

$$n(S)=۶^{۲}=۳۶$$

$$A=\begin{Bmatrix}(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶),(۱,۲),(۲,۱)\\(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\end{Bmatrix}\rightarrow n(A)=۱۶$$

پس $P(A)=\frac{۱۶}{۳۶}=\frac{۴}{۹}$ است.

۳۷.گزینه ۲ چون رنگ مهره‌ی دوم اهمیتی ندارد، پس فرض می‌کنیم مهره‌ی دوم خارج نشده است و مسأله را به این صورت حل می‌کنیم.

احتمال مطلوب$=P($ اولی آبی و دومی آبی $)+P($ اولی قرمز و دومی قرمز $)=(\frac{۴}{۷}\times\frac{۳}{۶})+(\frac{۳}{۷}\times\frac{۲}{۶})$

$$=\frac{۱۲}{۴۲}+\frac{۶}{۴۲}=\frac{۱۸}{۴۲}=\frac{۳}{۷}$$

۳۸.گزینه ۴

$$P(A'\cup B)=P(A')+P(B)-P(A'\cap B)$$

$$\rightarrow ۰/۴=۱-۰/۷+۱-۰/۸-P(A'\cap B)\rightarrow P(A'\cap B)=۰/۱$$

$$P(B|A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{۰/۱}{۱-۰/۷}=\frac{۰/۱}{۰/۳}=\frac{۱}{۳}$$

۳۹.گزینه ۱

احتمال پیروزی در انتخابات : $P(A)=۰/۵$ و احتمال پیروزی در مناظره : $P(B)=۰/۲$

$$P(A|B)=۰/۶\rightarrow\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=۰/۶\rightarrow\frac{P(A\cap B)}{۰/۲}=۰/۶\rightarrow P(A\cap B)=۰/۱۲$$

احتمال آن‌که یکی از دو پیشامد A یا B اتفاق بیافتد برابر است با:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۵+۰/۲-۰/۱۲=۰/۵۸$$

۴۰.گزینه ۲ یعنی ۲ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی قرمز خارج شوند $\frac{۳}{۵}\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۵}\times\frac{۲}{۵}$ و چون مهره‌ها را با جایگزینی خارج می‌کنیم جابجائی آنها نیز مهم است یعنی $(WWRR)$ $\frac{۴!}{۲!۲!}$ پس احتمال مطلوب است برابر است با:

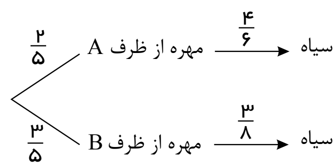
$$\frac{۲}{۵}\times\frac{۲}{۵}\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۴!}{۲!۲!}=\frac{۴\times۹\times۴!}{۵^{۴}\times۴}=\frac{۲۱۶}{۶۲۵}$$

۴۱.گزینه ۴ برای آنکه همه‌ی مهره‌های خروجی در دو مرحله هم‌رنگ باشند، بایستی به تفکیک سه مهره‌ی اول آبی بوده و بعد از جایگذاری مهره‌ی استخراجی بعدی نیز آبی باشد یا سه مهره‌ی اول سفید بوده و بعد از جایگذاری مهره‌ی استخراجی بعدی نیز سفید باشد (توجه نمایید چون بیشتر از دو مهره‌ی قرمز در کیسه نداریم پس سه مهره‌ی استخراجی اولیه نمی‌توانند همگی قرمز باشند).

$$\text{جواب} = \underbrace{\frac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}}_{\text{۳مهره‌ی اول آبی}} \times \underbrace{\frac{\binom{۴}{۱}}{\binom{۱۰}{۱}}}_{\text{مهره‌ی بعدی آبی}} \overset{\text{یا}}{+} \underbrace{\frac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}}_{\text{۳مهره‌ی اول سفید}} \times \underbrace{\frac{\binom{۴}{۱}}{\binom{۱۰}{۱}}}_{\text{مهره‌ی بعدی سفید}} + \underbrace{۰}_{\text{۳مهره‌ی اول قرمز}}$$

$$= \frac{۱}{۳۰} \times \frac{۴}{۱۰} + \frac{۱}{۳۰} \times \frac{۴}{۱۰} + ۰ = \frac{۸}{۳۰۰} = \frac{۲}{۷۵}$$

۴۲.گزینه ۳　ظرف C دارای ۵ مهره است که ۲ مهره‌ی آن از ظرف A و ۳ مهره‌ی آن از ظرف B است.مهره ای که از ظرف C بر می‌داریم ممکن است از ظرف A باشد و سیاه باشد و یا ممکن است از ظرف B باشد و سیاه باشد.



$$\text{احتمال مطلوب} = (\frac{۲}{۵} \times \frac{۴}{۶}) + (\frac{۳}{۵} \times \frac{۳}{۸}) = \frac{۴}{۱۵} + \frac{۹}{۴۰} = \frac{۵۹}{۱۲۰}$$

۴۳.گزینه ۱

احتمال مطلوب $=P$ (شخص A بهبود یابد و شخص B بهبود نیابد)$+P$(شخص B بهبود یابد و شخص A بهبود نیابد)

$$= (\frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۳۰}{۱۰۰}) + (\frac{۷۰}{۱۰۰} \times \frac{۶۰}{۱۰۰}) = ۰/۱۲ + ۰/۴۲ = ۰/۵۴$$

۴۴.گزینه ۳

احتمال قبولی فرد در آزمون اول : $P(A)$　　و　　احتمال قبولی فرد در آزمون دوم : $P(B)$

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \xrightarrow{A\ ,\ B \text{ مستقل هستند}} P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A)\times P(B)$$

$$\xrightarrow{P(A)=P(B)=x} \frac{۷}{۱۶} = x + x - x^{۲} \longrightarrow x^{۲} - ۲x + \frac{۷}{۱۶} = ۰ \quad \Delta = b^{۲} - ۴ac = ۴ - ۴(۱)\left(\frac{۷}{۱۶}\right) = ۴ - \frac{۷}{۴} = \frac{۹}{۴}$$

$$x = \frac{۲ \pm \frac{۳}{۲}}{۲} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{۷}{۳} & \text{غ ق ق (احتمال نمی تواند از یک بیشتر باشد)} \\ x = \frac{۱}{۴} \end{cases}$$

$$\text{احتمال استخدام} = P(A\cap B) = P(A)\times P(B) = x^{۲} = \frac{۱}{۱۶}$$

۴۵.گزینه ۳

می‌دانیم: $\boxed{\begin{array}{l} P(A-B) = P(A) - P(A\cap B) \\ P(B-A) = P(B) - P(A\cap B) \end{array}}$

ناراحتی قلبی: B　و　ناراحتی کلیه: A

پیشامد آنکه دقیقاً یکی از دو ناراحتی را داشته باشد یعنی ناراحتی کلیه باشد و ناراحتی قلبی نداشته باشد یا ناراحتی قلبی داشته باشد و ناراحتی کلیه نداشته باشد یعنی $(A-B)\cup(B-A)$

$$P\left((A-B)\cup(B-A)\right) = P(A-B) + P(B-A) - P(\overbrace{(A-B)\cap(B-A)}^{\varnothing})$$
$$= P(A) - P(A\cap B) + P(B) - P(A\cap B) = P(A) + P(B) - ۲P(A\cap B)$$

$$\overset{A,B \text{ مستقل}}{=\!=} P(A) + P(B) - ۲P(A)\times P(B) = \frac{۲۵}{۱۰۰} + \frac{۲۰}{۱۰۰} - ۲(\frac{۲۵}{۱۰۰})(\frac{۲۰}{۱۰۰}) = \frac{۴۵}{۱۰۰} - \frac{۱۰}{۱۰۰} = \frac{۳۵}{۱۰۰} = ۰/۳۵$$

۴۶.گزینه ۳ صورت مسأله یعنی اینکه احتمال آن‌که از ۵ فرزند اول ۲ تا پسر و ۳ تا دختر بوده و فرزند ششم، پسر باشد را حساب کنید.

$$P(A)=\frac{\overset{\text{جابجائی } PPDDD}{\overset{\uparrow}{\frac{۵!}{۲!۳!}}}}{۲^{۵}}\times\underset{\text{احتمال پسر بودن فرزند ششم}}{\underset{\downarrow}{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۱۰}{۳۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۳۲}$$

۴۷.گزینه ۴ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=\binom{۱۲}{۳}=\frac{۱۲\times ۱۱\times ۱۰}{۶}=۲۲۰$ است. برای آنکه هیچ دو دانش‌آموزی از یک نیمکت انتخاب نشوند ابتدا سه نیمکت را انتخاب کرده و سپس از هر نیمکت یک نفر را انتخاب می‌کنیم:

$$n(A)=\binom{۶}{۳}\times\binom{۲}{۱}\times\binom{۲}{۱}\times\binom{۲}{۱}=۲۰\times ۲\times ۲\times ۲=۱۶۰$$

پس $P(A)=\frac{۱۶۰}{۲۲۰}=\frac{۸}{۱۱}$ است.

۴۸.گزینه ۴ فضای نمونه‌ی آزمایش $n(S)=۶^{۳}=۲۱۶$ است. تعداد حالت‌های مساعد مسأله به این صورت است:

الف) هر سه پرتاب، فرد باشند $\leftarrow ۳\times ۳\times ۳=۲۷$

ب) دو پرتاب، فرد و دیگری زوج باشد $\leftarrow ۸۱=(۳\times ۳\times ۳)\times ۳$ (ف ف ز،ف ز ف،ز ف ف)

ج) پرتاب‌های اول و سوم، زوج و پرتاب دوم، فرد باشد $\leftarrow ۳\times ۳\times ۳=۲۷$

پس $P(A)=\frac{۲۷+۸۱+۲۷}{۲۱۶}=\frac{۱۳۵}{۲۱۶}=\frac{۵}{۸}$ است.

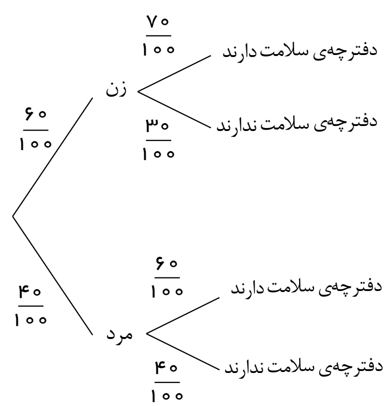
۴۹.گزینه ۴

فضای نمونه‌ای جدید $=\{PD,DP,PP\}\rightarrow n(S)=۳$

داشتن فرزند دختر $=\{PD,DP\}\rightarrow n(A)=۲$

پس $P(A)=\frac{۲}{۳}$ است.

۵۰.گزینه ۳ روش اول:



P(زن یا دفترچه‌ی سلامت ندارد) $=P$ (زن) $+P$ (دفترچه‌ی سلامت ندارد) $-P$ (زن باشد و دفترچه‌ی سلامت نداشته باشد)

$$=\frac{۶۰}{۱۰۰}+((\frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۳۰}{۱۰۰})+(\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}))-\frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}$$

$$=\frac{۶۰}{۱۰۰}+\frac{۱۸}{۱۰۰}+\frac{۱۶}{۱۰۰}-\frac{۱۸}{۱۰۰}=\frac{۷۶}{۱۰۰}=۰/۷۶$$

روش دوم: متمم «زن باشد یا دفترچه‌ی سلامت نداشته باشد» می‌شود: مرد باشد و دفترچه‌ی سلامت داشته باشد.

$P(\text{مرد باشد و دفترچه‌ی سلامت داشته باشد}) = \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۶۰}{۱۰۰} = \frac{۲۴}{۱۰۰} = ۰/۲۴ \to \text{احتمال مطلوب} = ۱ - ۰/۲۴ = ۰/۷۶$

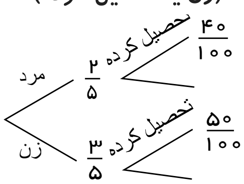
۵۱.گزینه ۱

$$\frac{n(\text{زن})}{n(\text{مرد})} = \frac{۳}{۲} \to ۳n\ (\text{مرد}) = ۲n\ (\text{زن}) \to n(\text{مرد}) = \frac{۲}{۳}n(\text{زن}) \to P\ (\text{مرد}) = \frac{۲}{۳}P(\text{زن})$$

$$\text{می‌دانیم}: P\ (\text{زن}) + P\ (\text{مرد}) = ۱ \to \begin{cases} P(\text{مرد}) = \frac{۲}{۵} \\ P(\text{زن}) = \frac{۳}{۵} \end{cases}$$

$$P\ (\text{زن یا تحصیل کرده}) = P\ (\text{زن}) + P\ (\text{تحصیل کرده}) - P\ (\text{زن و تحصیل کرده})$$

قبل از ادامه‌ی حل به این نمودار درختی دقت کنید:



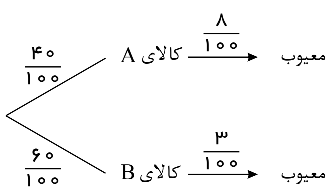
$$\text{پس}: P(\text{زن یا تحصیل کرده}) = \underbrace{\frac{۳}{۵}}_{P(\text{زن})} + \underbrace{(\frac{۲}{۵} \times \frac{۴۰}{۱۰۰} + \frac{۳}{۵} \times \frac{۵۰}{۱۰۰})}_{P(\text{تحصیل کرده})} - \underbrace{\frac{۳}{۵} \times \frac{۵۰}{۱۰۰}}_{P(\text{زن و تحصیل کرده})} = \frac{۳۸۰}{۵۰۰} = \frac{۱۹}{۲۵}$$

۵۲.گزینه ۳ برای آنکه RHخون فردی منفی باشد باید دو ژن منفی داشته باشد.

$$P(RH^-) = \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۴۰}{۱۰۰} = ۰/۱۶$$

$$P(\text{حداقل } RH \text{ خون یکی از فرزندان مثبت باشد}) = ۱ - P(RH \text{ خون هر دو فرزند منفی باشد})$$
$$= ۱ - (۰/۱۶)(۰/۱۶) = ۰/۹۷۴۴$$

۵۳.گزینه ۱ ابتدا باید احتمال معیوب بودن کالا را به‌دست آوریم.



$$\text{احتمال معیوب بودن} = (\frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۸}{۱۰۰}) + (\frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۳}{۱۰۰}) = \frac{۳۲}{۱۰۰۰} + \frac{۱۸}{۱۰۰۰} = \frac{۵۰}{۱۰۰۰} = ۰/۰۵$$

در این مسأله، پیروزی یعنی معیوب بودن.

$$\begin{cases} n = ۳ \\ k = ۲ \\ p = \frac{۵}{۱۰۰} \end{cases} \to \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱ - p)^{n-k} = \binom{۳}{۲} \cdot (\frac{۵}{۱۰۰})^۲ \cdot (\frac{۹۵}{۱۰۰})^۱$$

$$= ۳ \times \frac{۲۵}{۱۰۰۰۰} \times \frac{۹۵}{۱۰۰} = \frac{۷۱۲۵}{۱۰۰۰۰۰۰} = ۰/۰۰۷۱۲۵$$

۵۴.گزینه ۱ مجموع احتمال‌های همه‌ی حالت‌های ممکن یک متغیر تصادفی برابر یک است.

$$P(X = ۱) + P(X = ۲) + P(X = ۳) + P(X = ۴) + P(X = ۵) = ۱$$

$$\to \frac{۱}{۵N} + \frac{۲}{۵N} + \frac{۳}{۵N} + \frac{۴}{۵N} + \frac{۵}{۵N} = ۱ \to \frac{۱۵}{۵N} = ۱ \to N = ۳$$

$$P(X < ۳) = P(X = ۱) + P(X = ۲) = \frac{۱}{۱۵} + \frac{۲}{۱۵} = \frac{۳}{۱۵} = \frac{۱}{۵} = ۰/۲$$

۵۵.گزینه ۳

$$n(S) = \binom{۹}{۱} \times \binom{۸}{۱} = ۹ \times ۸ = ۷۲$$

طبق صورت مسأله باید درایستگاه اول و ایستگاه دوم حتماً زن پیاده شود (چون قرار است همه مردها در یک ایستگاه پیاده شوند).

$$n(A)=\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱}=۴\times۳=۱۲$$

پس $P(A)=\frac{۱۲}{۷۲}=\frac{۱}{۶}$ است.

۵۶.گزینه ۲

$n(S)=۵!=۱۲۰$ تعداد کل کلمات ۵ حرفی

این کلمه دارای سه حرف نقطه‌دار است که قرار است در وسط کلمه قرار گیرند.

$$\boxed{۴}\times\boxed{۳}\times\underset{\{ف،ظ،ت\}}{\boxed{۳}}\times\boxed{۲}\times\boxed{۱}\to n(A)=۷۲$$

پس $P(A)=\frac{۷۲}{۱۲۰}=\frac{۳}{۵}=۰/۶$ است.

۵۷.گزینه ۴ فضای نمونه‌ی آزمایش $۳۵=\frac{۷\times۶\times۵}{۶}=\binom{۷}{۳}=n(S)$ است. دقت کنید مجموع سه عدد، وقتی زوج است که هر سه زوج باشند یا دو تای آنها فرد و یکی از آنها زوج باشد. (از ۱ تا ۷ چهار عدد فرد و سه عدد زوج وجود دارد).

$$n(A)=\binom{۳}{۳}+\binom{۴}{۲}\binom{۳}{۱}=۱+۱۸=۱۹$$

پس $P(A)=\frac{۱۹}{۳۵}$ است.

۵۸.گزینه ۳ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=\binom{۱۶}{۴}$ است. برای آن‌که از بین ۴ لنگه‌ی انتخاب شده دقیقاً یک جفت وجود داشته باشد ابتدا یک جفت از ۸ جفت را انتخاب می‌کنیم و سپس از ۷ جفت باقی‌مانده ۲ جفت را انتخاب می‌کنیم و از هر جفت یک لنگه را انتخاب می‌کنیم.

$$n(A)=\binom{۸}{۱}\binom{۷}{۲}\cdot\binom{۲}{۱}\cdot\binom{۲}{۱}=۸\times۲۸\times۲\times۲$$

پس $P(A)=\frac{۸\times۲۸\times۲\times۲}{\frac{۱۶!}{۴!۱۲!}}=\frac{۸\times۲۸\times۴}{\frac{۱۶\times۱۵\times۱۴\times۱۳}{۴\times۳\times۲\times۱}}=\frac{۲۴}{۶۵}$ است.

۵۹.گزینه ۳ هرگاه انتخاب به صورت پی‌درپی و بدون جای‌گزینی باشد و ترتیب مهم نباشد فرض کنید که انتخاب به صورت یکجا (باهم) بوده است. با توجه به اینکه رنگ مهره‌های خارج شده‌ی دوم و سوم را نمی‌دانیم فرض کنید اصلاً خارج نشده‌اند و احتمال آن را حساب کنید که از دو مهره‌ی خارج شده، احتمال غیر هم‌رنگ بودن آن‌ها چقدر است.

$$n(S)=\binom{۷}{۲}=\frac{۷\times۶}{۲}=۲۱$$

$$n(A)=\binom{۵}{۱}\times\binom{۲}{۱}=۵\times۲=۱۰$$

پس $P(A)=\frac{۱۰}{۲۱}$ است.

۶۰. **گزینه ۲**

$$S_{\text{جدید}}=\left\{\begin{array}{l}(\overset{\text{سبز}}{۲},\overset{\text{زرد}}{۶}),(\overset{\text{سبز}}{۳},\overset{\text{زرد}}{۵}),(\overset{\text{زرد}}{۲},\overset{\text{سبز}}{۶}),(\overset{\text{زرد}}{۳},\overset{\text{سبز}}{۵}),(\overset{\text{زرد}}{۴},\overset{\text{سبز}}{۴})\\ ,(\overset{\text{سبز}}{۲},\overset{\text{سبز}}{۶}),(\overset{\text{سبز}}{۳},\overset{\text{سبز}}{۵}),(\overset{\text{زرد}}{۲},\overset{\text{زرد}}{۶}),(\overset{\text{زرد}}{۳},\overset{\text{زرد}}{۵})\end{array}\right\}\to n(S)=۹$$

$$A=\left\{(\overset{\text{سبز}}{۲},\overset{\text{سبز}}{۶}),(\overset{\text{سبز}}{۳},\overset{\text{سبز}}{۵}),(\overset{\text{زرد}}{۲},\overset{\text{زرد}}{۶}),(\overset{\text{زرد}}{۳},\overset{\text{زرد}}{۵})\right\}\to n(A)=۴$$

پس $P(A)=\frac{۴}{۹}$ است.

۶۱. **گزینه ۴**

چون عدد رو شده‌ی هر تاس کمتر از ۵ است فضای نمونه‌ی جدید به صورت $n(S)=۴\times۴\times۴$ در می‌آید.

$P(\text{حداقل عدد رو شده دو تاس یکسان باشد})=۱-P(\text{عددهای رو شده هر سه تاس متمایز باشند})$

$$=۱-\frac{۴\times۳\times۲}{۴\times۴\times۴}=۱-\frac{۳}{۸}=\frac{۵}{۸}$$

۶۲. **گزینه ۲** می‌دانیم: $\boxed{P(B\cap A')=P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)}$

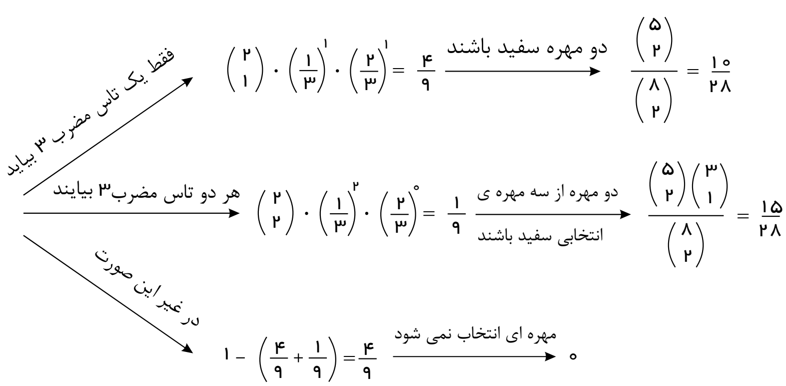
توجه کنید که وقتی $A\subset B$ است آن‌گاه $A\cap B=A$ است.

$$P(B|A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{P(B-A)}{۱-P(A)}=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{۱-P(A)}=\frac{P(B)-P(A)}{۱-P(A)}$$

$$=\frac{\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}}{۱-\frac{۱}{۳}}=\frac{\frac{۱}{۶}}{\frac{۲}{۳}}=\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}$$

۶۳. **گزینه ۱**

این مسأله را به کمک احتمال کل و توزیع دو جمله‌ای $\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}$ حل می‌کنیم.



$$\text{احتمال مطلوب}\ =(\frac{۴}{۹}\times\frac{۱۰}{۲۸})+(\frac{۱}{۹}\times\frac{۱۵}{۲۸})=\frac{۵۵}{۹\times۲۸}=\frac{۵۵}{۲۵۲}$$

۶۴. **گزینه ۳** فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=۶^۳$ است. (هر مهره ۶ حق انتخاب دارد).

برای پیدا کردن تعداد اعضای پیشامد، ابتدا دو مهره از سه مهره را به $\binom{۳}{۲}$ حالت انتخاب کرده و آن دو را در یکی از شش جعبه‌ی متمایز قرار می‌دهیم (شش حق انتخاب وجود دارد) و سپس یک مهره‌ی باقی‌مانده را در یکی از ۵ جعبه‌ی متمایز باقی‌مانده قرار می دهیم (پنج حق انتخاب وجود دارد).

$$n(A)=\binom{۳}{۲}\times۶\times۵=۳\times۶\times۵$$

پس $P(A) = \frac{۳ \times ۶ \times ۵}{۶^۳} = \frac{۱۵}{۶^۲} = \frac{۵}{۱۲}$ است.

۶۵. گزینه ۲

در کل ۲۰ شناگر وجود دارند.

$$n(S) = \binom{۲۰}{۴} = \frac{۲۰!}{۴!\,۱۶!} = ۴۸۴۵$$

ابتدا سه کشور را انتخاب می‌کنیم و از این سه کشور انتخاب شده، از یکی دو شناگر و از دو کشور دیگر از هر کدام یک شناگر انتخاب می‌کنیم که خود این کار ۳ حالت دارد. (برای مثال شما سه کشور A و B و C را انتخاب می‌کنید. می‌توانید از A دو نفر و از B و C از هر کدام یک نفر انتخاب کنید یا از B دو نفر و از A و C از هر کدام یک نفر را انتخاب کنید یا از C دونفر واز B و C از هر کدام یک نفر را انتخاب کنید)

$$n(A) = \binom{۴}{۳}\binom{۵}{۲}\binom{۵}{۱}\binom{۵}{۱} \times ۳ = ۳۰۰۰$$

پس $P(A) = \frac{۳۰۰۰}{۴۸۴۵} = \frac{۲۰۰}{۳۲۳}$ است.

۶۶. گزینه ۲ وقتی گفته می‌شود که فقط در یکی از مرحله‌ها، یک مهره‌ی سفید خارج می‌شود یعنی:

۱) فقط در مرحله‌ی اول، یک مهره‌ی سفید خارج می‌شود و در مرحله‌ی دوم، سفید خارج نمی‌شود.

۲) در مرحله‌ی اول، سفید خارج نمی‌شود و در مرحله‌ی دوم، فقط یک مهره‌ی سفید خارج می‌شود.

$$۱)\quad \frac{\binom{۶}{۱}\binom{۴}{۱}}{\underbrace{\binom{۱۰}{۲}}_{\text{یک سفید خارج شود}}} \times \frac{\overbrace{۳}^{\text{۵سفید و ۳سیاه}}}{\underbrace{۸}_{\text{سفید خارج نشود}}} = \frac{۲۴}{۴۵} \times \frac{۳}{۸} = \frac{۷۲}{۸ \times ۴۵}$$

$$۲)\quad \frac{\binom{۴}{۲}}{\underbrace{\binom{۱۰}{۲}}_{\text{سفید خارج نشود}}} \times \frac{\overbrace{۶}^{\text{۶سفید و ۲سیاه}}}{\underbrace{۸}_{\text{سفید خارج شود}}} = \frac{۶}{۴۵} \times \frac{۶}{۸} = \frac{۳۶}{۸ \times ۴۵}$$

پس $P(A) = \frac{۱۰۸}{۸ \times ۴۵} = \frac{۳۶}{۸ \times ۱۵} = \frac{۳}{۱۰}$ است.

۶۷. گزینه ۲ چون حرفی از رنگ مهره‌ی دوم زده نشده است آن را در نظر نمی گیریم یعنی باید احتمال آنکه مهره‌های اول و دوم هم رنگ نباشند را حساب کنید.

$$P\,(\text{مهره‌های اول و دوم همرنگ نباشند})$$
$$= ۱ - P\,(\text{مهره‌های اول و دوم همرنگ باشند}) = ۱ - (P\,(\text{هر دو سفید}) + P(\text{هر دو سبز}) + P\,(\text{هر دو قرمز}))$$
$$= ۱ - ((\frac{۴}{۹} \times \frac{۳}{۸}) + (\frac{۳}{۹} \times \frac{۲}{۸}) + (\frac{۲}{۹} \times \frac{۱}{۸})) = ۱ - (\frac{۱۲}{۷۲} + \frac{۶}{۷۲} + \frac{۲}{۷۲}) = ۱ - \frac{۲۰}{۷۲} = \frac{۵۲}{۷۲} = \frac{۱۳}{۱۸}$$

۶۸. گزینه ۳ ابتدا تعداد حالاتی که حداقل یک موش سیاه خارج شده است را بدست می‌آوریم:

$$\underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\text{یک سیاه}}\underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\text{سه سفید}} + \underbrace{\binom{۳}{۲}}_{\text{دو سیاه}}\underbrace{\binom{۵}{۲}}_{\text{دو سفید}} + \underbrace{\binom{۳}{۳}}_{\text{سه سیاه}}\underbrace{\binom{۵}{۱}}_{\text{یک سفید}} = ۳۰ + ۳۰ + ۵ = ۶۵$$

اکنون در این ۶۵ حالت تعداد حالاتی را که حداکثر ۲ موش سیاه را بیرون آورده باشیم را حساب می‌کنیم:

$$\underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\text{یک سیاه}}\underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\text{سه سفید}} + \underbrace{\binom{۳}{۲}}_{\text{دو سیاه}}\underbrace{\binom{۵}{۲}}_{\text{دو سفید}} = ۳۰ + ۳۰ = ۶۰$$

پس $P(A)=\frac{۶۰}{۶۵}=\frac{۱۲}{۱۳}$ است.

۶۹.گزینه ۲ احتمال اینکه RH خون فردی منفی باشد آن است که دو ژن منفی داشته باشد.

$$P(RH^-)=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=۰/۱۶\ ,\ P(RH^+)=۱-۰/۱۶=۰/۸۴$$

اگر دومین فرزند با RH خون منفی بخواهد فرزند سوم باشد یعنی در بین دو فرزند اول، RH خون یکی از آن دو منفی است.

$$\underbrace{=}_{\text{احتمال مطلوب}}\underbrace{(۰/۸۴)(۰/۱۶)(۰/۱۶)}_{\text{اولی } RH \text{ مثبت و دومی } RH \text{ منفی و سومی } RH \text{ منفی}}+\underbrace{(۰/۱۶)(۰/۸۴)(۰/۱۶)}_{\text{اولی } RH \text{ منفی و دومی } RH \text{ مثبت و سومی } RH \text{ منفی}}=۰/۰۴۳۰۰۸$$

۷۰.گزینه ۳ حالاتی که مطلوب مسأله نمی‌باشند این دو حالت هستند: ۱) سه مهره از سه رنگ مختلف باشند. ۲) هر سه مهره از یک رنگ باشند. احتمال این دو حالت را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم.

$$n(S)=\binom{۱۵}{۳}=\frac{۱۵\times۱۴\times۱۳}{۶}=۴۵۵$$

سه مهره از سه رنگ مختلف: $\binom{۶}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۱}=۶\times۵\times۴=۱۲۰$

هر سه مهره از یک رنگ: $\binom{۶}{۳}+\binom{۴}{۳}+\binom{۵}{۳}=۲۰+۴+۱۰=۳۴$

$\rightarrow n(A)=۱۵۴$

پس $P(A)=۱-\frac{۱۵۴}{۴۵۵}=\frac{۳۰۱}{۴۵۵}=\frac{۴۳}{۶۵}$ است.

۷۱.گزینه ۱

در ابتدا کل اعداد سه رقمی را که می‌توان با این ارقام ساخت را بدست می‌آوریم.

$$n(S)=\boxed{۵}\times\boxed{۵}\times\boxed{۵}=۱۲۵$$

اکنون اعدادی را که رقم دهگان و صدگان برابر و بزرگتر از رقم یکان دارند را می‌نویسیم:

$$۲۲۱,۳۳۱,۴۴۱,۵۵۱,۳۳۲,۴۴۲,۵۵۲,۴۴۳,۵۵۳,۵۵۴\rightarrow n(A)=۱۰$$

پس $P(A)=\frac{۱۰}{۱۲۵}=\frac{۲}{۲۵}$ است.

۷۲.گزینه ۱ چون گفته شده اعداد رو شده متمایز هستند پس فضای نمونه جدید می‌شود: $n(S)=۶\times۵\times۴=۱۲۰$

حال، گفته شده که سه عدد رو شده متوالی باشند یعنی حالت‌های زیر اتفاق بیفتد.

$$\left.\begin{array}{l}۱,۲,۳\xrightarrow{\text{جابجایی}}۳!=۶\\ ۲,۳,۴\xrightarrow{\text{جابجایی}}۳!=۶\\ ۳,۴,۵\xrightarrow{\text{جابجایی}}۳!=۶\\ ۴,۵,۶\xrightarrow{\text{جابجایی}}۳!=۶\end{array}\right\}\rightarrow n(A)=۲۴$$

پس $P(A)=\frac{۲۴}{۱۲۰}=\frac{۱}{۵}=۰/۲$ است.

۷۳.گزینه ۴

فضای نمونه ای برابر $n(S)=۷^۴$ است. پس $P(A)=\frac{۷\times۶\times۵\times۴}{۷^۴}=\frac{۱۲۰}{۳۴۳}$ است.

۷۴.گزینه ۳

هر دو دختر یا اولی دختر و دومی پسر یا اولی پسر و دومی دختر: حداکثر یک پسر

$$\rightarrow \left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۳}\right)+\left(\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۳}\right)+\left(\frac{۲}{۳}\times\frac{۲}{۳}\right)=\frac{۸}{۹}$$

اولی دختر و دومی دختر: هر دو فرزند دختر $\rightarrow \left(\frac{۲}{۳}\times\frac{۲}{۳}\right)=\frac{۴}{۹}$

پس $P(A)=\frac{\frac{۴}{۹}}{\frac{۸}{۹}}=\frac{۱}{۲}$ است.

۷۵.**گزینه ۲**

توجه کنید در یک بار پرتاب یک تاس احتمال مضرب ۳ آمدن، برابر $\frac{۲}{۶}$ است.

۲ مهره $\rightarrow \dfrac{\overbrace{\binom{۲}{۲}}^{\text{هر دو قرمز}}+\overbrace{\binom{۶}{۲}}^{\text{هر دو سفید}}}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۱+۱۵}{۳۶}=\frac{۴}{۹}\xrightarrow[\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}]{n=۲\ ,\ k=۱\ ,\ p=\frac{۲}{۶}}\binom{۲}{۱}\cdot(\frac{۲}{۶})^۱\cdot(\frac{۴}{۶})=۲\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۹}$

هم‌رنگ

۲مهره غیر هم‌رنگ $\rightarrow ۱-\frac{۴}{۹}=\frac{۵}{۹}\xrightarrow[\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}]{n=۳\ ,\ k=۱\ ,\ p=\frac{۲}{۶}}\binom{۳}{۱}\cdot(\frac{۲}{۶})^۱\cdot(\frac{۴}{۶})^۲=۳\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۴}{۹}=\frac{۴}{۹}$

احتمال مطلوب $=(\frac{۴}{۹}\times\frac{۴}{۹})+(\frac{۵}{۹}\times\frac{۴}{۹})=\frac{۳۶}{۸۱}=\frac{۴}{۹}$

۷۶.**گزینه ۴** برای محاسبه‌ی فضای نمونه‌ای ابتدا ۵ نفر را از بین ۷ نفر انتخاب کرده و سپس جابجایی این ۵ نفر را حساب می‌کنیم.

$$n(S)=\binom{۷}{۵}\times ۵!=۲۱\times ۱۲۰$$

برای اینکه دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف باشند باید دو برادر حتماً در افراد انتخاب شده باشند. برای این منظور باید ۳ نفر را از بین ۵ نفر باقی‌مانده انتخاب کنیم و سپس جابجایی این سه نفر را حساب کنیم و در ضمن جابجایی دو برادر با یکدیگر را نیز فراموش نکنیم.

$$n(A)=\binom{۵}{۳}\times ۳!\ \times ۲!=۱۲۰$$

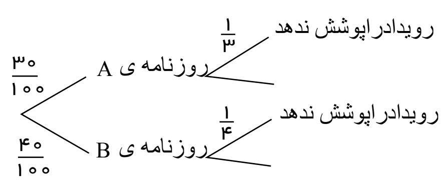
پس $P(A)=\frac{۱۲۰}{۲۱\times ۱۲۰}=\frac{۱}{۲۱}$ است.

۷۷.**گزینه ۲** در واقع باید احتمال آن را به دست آوریم که در جایگشت‌های ارقام ۱ تا ۴، عدد ۱ در جایگاه اول و عدد ۲ در جایگاه دوم و عدد ۳ در جایگاه سوم و عدد ۴ در جایگاه چهارم نباشد. جایگشت‌های مورد نظر ۹ تا هستند که عبارت‌اند از:

$$A=\{۲۳۴۱,۲۴۱۳,۲۱۴۳,۳۱۴۲,۳۴۲۱,۳۴۱۲,۴۳۱۲,۴۳۲۱,۴۱۲۳\}$$

پس $P(A)=\frac{۹}{۴!}=\frac{۳}{۸}$ است.

۷۸.**گزینه ۳** با فرض اینکه فرد، روزنامه بخواند داریم:

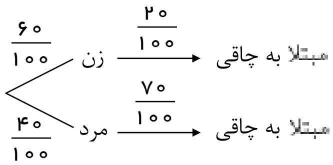


$\Rightarrow$ احتمال مطلوب $=\left(\frac{۳}{۱۰}\times\frac{۱}{۳}\right)+\left(\frac{۲}{۵}\times\frac{۱}{۴}\right)=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰}=\frac{۲}{۱۰}$

از طرفی $\frac{۷۰}{۱۰۰}$ مردم، روزنامه می‌خوانند و $\frac{۳۰}{۱۰۰}$ مردم روزنامه نمی‌خوانند، پس احتمال اینکه فردی از رویداد رخ داده‌ای اطلاع نیابد برابر $\frac{۲}{۱۰}+\frac{۳۰}{۱۰۰}=\frac{۵۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۲}$ است.

۷۹.گزینه ۴

در ابتدا باید احتمال آنکه فردی مبتلا به چاقی باشد را حساب کنیم.



$$P\,(\text{فردی مبتلا به چاقی باشد}) = (\frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۲۰}{۱۰۰}) + (\frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۷۰}{۱۰۰}) = ۰/۱۲ + ۰/۲۸ = ۰/۴$$

احتمال آنکه حداقل دو نفر مبتلا به چاقی باشند یعنی احتمال آنکه دو نفر مبتلا به چاقی باشند یا احتمال آنکه هر سه نفر مبتلا به چاقی باشند (پیروزی یعنی مبتلا به چاقی بودن)

$$\begin{cases} n = ۳ \\ k = ۲ \text{ یا } ۳ \\ p = \frac{۴}{۱۰} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k} = \binom{۳}{۲}\left(\frac{۴}{۱۰}\right)^۲\left(\frac{۶}{۱۰}\right)^۱ + \binom{۳}{۳}\left(\frac{۴}{۱۰}\right)^۳\left(\frac{۶}{۱۰}\right)^۰$$

$$= (۳)(\frac{۱۶}{۱۰۰})(\frac{۶}{۱۰}) + (۱)(\frac{۶۴}{۱۰۰۰})(۱) = \frac{۲۸۸}{۱۰۰۰} + \frac{۶۴}{۱۰۰۰} = \frac{۳۵۲}{۱۰۰۰} = ۰/۳۵۲$$

۸۰.گزینه ۲ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = \binom{۹}{۴} = ۱۲۶$ است. اگر بخواهیم در ۴ مهره‌ی خارج شده هر ۳ رنگ در بین مهره‌های خروجی دیده شود باید حالات زیر را در نظر بگیریم:

۲قرمز و یک سفید و یک صورتی یا ۲ سفید و یک قرمز و یک صورتی

$$\rightarrow n(A) = \binom{۳}{۲}\binom{۵}{۱}\binom{۱}{۱} + \binom{۵}{۲}\binom{۳}{۱}\binom{۱}{۱} = ۱۵ + ۳۰ = ۴۵$$

پس $P(A) = \frac{۴۵}{۱۲۶} = \frac{۵}{۱۴}$ است.

۸۱.گزینه ۱ پنج نفر به نام‌های $A_۱, A_۲, A_۳, B, C$ را در نظر می‌گیریم که $A_۱$ و $A_۲$ و $A_۳$ با هم برادر هستند. فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = ۵! = ۱۲۰$ است.

حالت‌هایی که دو برادر کنار هم نیستند را حساب می‌کنیم:

$$A_۱, B, A_۲, C, A_۳ \xrightarrow{\text{هیچ دو برادری کنار هم نیست}} ۳! \times ۲! = ۶ \times ۲ = ۱۲$$

$$\rightarrow ۱۲ + ۳۶ = ۴۸$$

$$\boxed{A_۱, A_۲, A_۳}, B, C \xrightarrow{\text{هر سه برادر کنار هم هستند}} ۳! \times ۳! = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

پس $P(A) = ۱ - \frac{۴۸}{۱۲۰} = \frac{۷۲}{۱۲۰} = \frac{۳}{۵}$ است.

۸۲.گزینه ۱

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \rightarrow ۰/۲ = \frac{P(A-B)}{۱-P(B)} \rightarrow ۰/۲ = \frac{P(A-B)}{۱-۰/۲} \rightarrow P(A-B) = ۰/۱۶$$

۸۳.گزینه ۴ باید در هر گزینه $P(A|B)$ را بدست آوریم (A: فرد بودن حداقل یکی از تاس‌ها و B: در هر گزینه مشخص شده است)

$$\text{گزینه‌ی اول} : B = \{(۱,۱), (۱,۲), (۲,۱)\} \rightarrow P(A|B) = \frac{۳}{۳} = ۱$$

$$\text{گزینه‌ی دوم} : B = \{(۱,۳), (۳,۱), (۲,۲)\} \rightarrow P(A|B) = \frac{۲}{۳}$$

$$\text{گزینه‌ی سوم} : B = \{(۵,۶), (۶,۵), (۶,۶)\} \rightarrow P(A|B) = \frac{۲}{۳}$$

$$\text{گزینه‌ی چهارم} : B = \{(۴,۶), (۶,۴), (۵,۵)\} \rightarrow P(A|B) = \frac{۱}{۳}$$

پس در گزینه‌ی چهارم، $P(A|B)$ کمترین مقدار را دارد.

۸۴.گزینه ۳

$$\frac{۱}{۱۲}=\frac{۳}{۳۶}\xleftarrow[\text{مجموع ۴ : (۱,۳),(۳,۱),(۲,۲)}]{\text{دو تاس پرتاب می‌کنیم}}\binom{۳}{۲}\cdot\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲}\cdot\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۱}\xleftarrow[n=۳,k=۲,p=\frac{۱}{۳}]{\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}}$$ دو تیر به هدف برخورد کند

$$\frac{۱}{۷۲}=\frac{۳}{۲۱۶}\xleftarrow[\text{مجموع ۴ : (۱,۱,۲),(۱,۲,۱),(۲,۱,۱)}]{\text{سه تاس پرتاب می‌کنیم}}\binom{۳}{۱}\cdot\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۱}\cdot\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۲}\xleftarrow[n=۳,k=۱,p=\frac{۱}{۳}]{\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}}$$ یک تیر به هدف برخورد کند

$$\text{احتمال مطلوب}=\binom{۳}{۲}\cdot\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲}\cdot\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۱}\times\frac{۱}{۱۲}+\binom{۳}{۱}\cdot\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۱}\cdot\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۲}\times\frac{۱}{۷۲}$$
$$=(۳)\left(\frac{۱}{۹}\right)\left(\frac{۲}{۳}\right)\left(\frac{۱}{۱۲}\right)+(۳)\left(\frac{۱}{۳}\right)\left(\frac{۴}{۹}\right)\left(\frac{۱}{۷۲}\right)=\frac{۱}{۵۴}+\frac{۱}{۱۶۲}=\frac{۴}{۱۶۲}=\frac{۲}{۸۱}$$

۸۵.گزینه ۳ مجموع احتمالات در جدول توزیع احتمالات برابر یک می‌باشد.

$$\frac{a}{۸}+\frac{a}{۴}+\frac{a}{۲}+a+۲a=۱\to a+۲a+۴a+۸a+۱۶a=۸\to ۳۱a=۸\to a=\frac{۸}{۳۱}$$

$$P(X\neq ۱)=۱-P(X=۱)=۱-\frac{a}{۴}=۱-\frac{\frac{۸}{۳۱}}{۴}=۱-\frac{۸}{۱۲۴}=\frac{۱۱۶}{۱۲۴}=\frac{۲۹}{۳۱}$$

۸۶.گزینه ۴ با توجه به اینکه تعداد اعضای فضای نمونه‌ای در همه‌ی گزینه‌ها برابر $n(S)=۳۶$ است، کافی است پیشامدی را که تعداد اعضای آن از بقیه بیشتر است، بیابیم. برای این منظور اعضای هر یک از پیشامدهای داده شده را می‌نویسیم.

$$A=\{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}\Rightarrow n(A)=۶$$

$$B=\{(۳,۶),(۳,۳),(۶,۳),(۶,۶)\}\Rightarrow n(B)=۴$$

$$C=\{(۱,۵),(۵,۱),(۲,۶),(۶,۲)\}\Rightarrow n(C)=۴$$

$$D=\{(۲,۲),(۲,۴),(۲,۶),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶),(۶,۲),(۶,۴),(۶,۶)\}\Rightarrow n(D)=۹$$

۸۷.گزینه ۲ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند: $P(A|B)=P(A),P(B|A)=P(B),P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ است.

$$P(A\cap B)=\frac{۱}{۶}\to P(A)\times P(B)=\frac{۱}{۶}\to\frac{۱}{۳}\times P(B)=\frac{۱}{۶}\to P(B)=\frac{۱}{۲}$$

پس : $P(A|B)+P(B|A)=P(A)+P(B)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۶}$

۸۸.گزینه ۲ در این مسأله، پیروی یعنی به هدف زدن

$$\begin{cases}n=۳\\k=۱\\p=\frac{۶۰}{۱۰۰}=\frac{۶}{۱۰}\end{cases}\to\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۳}{۱}\cdot\left(\frac{۶}{۱۰}\right)^{۱}\cdot\left(\frac{۴}{۱۰}\right)^{۲}$$

$$=(۳)\left(\frac{۶}{۱۰}\right)\left(\frac{۱۶}{۱۰۰}\right)=\frac{۲۸۸}{۱۰۰۰}=۰{,}۲۸۸$$

۸۹.گزینه ۱ در این مسأله، پیروزی یعنی پاسخ درست دادن

$$\begin{cases} n=۸ \\ k=۷ \text{ یا } ۸ \\ p=\frac{۱}{۴} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۸}{۷}\cdot(\frac{۱}{۴})^۷\cdot(\frac{۳}{۴})+\binom{۸}{۸}\cdot(\frac{۱}{۴})^۸\cdot(\frac{۳}{۴})^۰$$

$$=(۸)(\frac{۱}{۴^۷})(\frac{۳}{۴})+\frac{۱}{۴^۸}=\frac{۲۴}{۴^۸}=\frac{۲۴}{۴^۸}+\frac{۱}{۴^۸}=\frac{۲۵}{۴^۸}=\frac{۲۵}{۲^{۱۶}}$$

.۹۰گزینه ۲ در این مسأله، پیروزی یعنی اصابت کردن تیر به هدف

$$\begin{cases} n=۵ \\ k=۱ \\ p=\frac{۳}{۵} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۵}{۱}\cdot(\frac{۳}{۵})^۱\cdot(\frac{۲}{۵})^۴=(۵)(\frac{۳}{۵})(\frac{۱۶}{۶۲۵})=\frac{۴۸}{۶۲۵}$$

.۹۱گزینه ۲ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=۲^۵=۳۲$ است.

$$DDDPP \rightarrow n(A)=\frac{۵!}{۳!۲!}=۱۰$$

پس $P(A)=\frac{۱۰}{۳۲}=\frac{۵}{۱۶}$ است.

.۹۲گزینه ۴

$$n(S)=\binom{۱۱}{۳}=\frac{۱۱\times۱۰\times۹}{۶}=۱۶۵$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\text{هر ۳ سبز}}+\underbrace{\binom{۴}{۳}}_{\text{هر ۳ آبی}}=۱۰+۴=۱۴$$

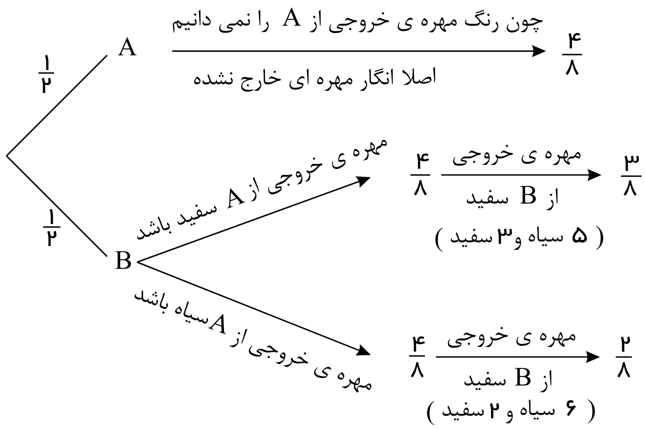
پس $P(A)=\frac{۱۴}{۱۶۵}$ است.

.۹۳گزینه ۱ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=۲^۳=۸$ عضوی است.

$A=\{$ (د، پ، د) ,(د، د، د) $\} \rightarrow n(A)=۲$

پس $P(A)=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$ است.

۹۴.گزینه ۲



$$P=\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۸}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۸}\times\frac{۳}{۸}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۸}\times\frac{۲}{۸}\Rightarrow P=\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۳۲}+\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow P=\frac{۸+۳+۲}{۳۲}=\frac{۱۳}{۳۲}$$

می‌دانیم در یک فضای نمونه‌ای اگر کاری انجام دهیم و از نتیجه‌ی آن مطلع نباشیم مانند آن است که اصلاً کاری صورت نگرفته است.

این مسأله را از آخر حل می‌کنیم که یا ظرف A را انتخاب می‌کنیم و یا ظرف B را (هر کدام $\frac{۱}{۲}$). بعد از آن که ظرف A را انتخاب کردیم چون رنگ مهره‌ی خارج شده از ظرف A را نمی‌دانیم فرض را بر این می گیریم که اصلاً مهره‌ای از ظرف A خارج نشده است، یعنی احتمال آنکه مهره‌ی خارج شده از ظرف A سفید باشد برابر $\frac{۴}{۸}$ است. حال سراغ ظرف B می‌رویم که یک مهره از ظرف A به آن اضافه شده است. اگر مهره‌ی اضافه شده از ظرف A سفید باشد، ظرف B شامل ۵ مهره‌ی سیاه و ۳ مهره‌ی سفید می‌شود که احتمال سفید بودن یک مهره $\frac{۳}{۸}$ است و اگر مهره‌ی اضافه شده از ظرف A سیاه باشد، ظرف B شامل ۶ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سفید می‌شود که احتمال سفید بودن یک مهره $\frac{۲}{۸}$ است.

۹۵.گزینه ۴

$$n(S)=\binom{۱۷}{۳}=\frac{۱۷\times۱۶\times۱۵}{۶}=۶۸۰$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{۱۲}{۲}\binom{۵}{۱}}_{\text{یک خراب دو سالم}}+\underbrace{\binom{۱۲}{۱}\binom{۵}{۲}}_{\text{دو خراب یک سالم}}=۳۳۰+۱۲۰=۴۵۰$$

پس $P(A)=\frac{۴۵۰}{۶۸۰}=\frac{۴۵}{۶۸}$ است.

۹۶.گزینه ۳ منظور از متوالی و با جایگذاری این است که یک کارت را برداشته و پس از دیدن، دوباره آن را به جعبه برمی گردانیم.

$$\text{احتمال آنکه کارت ها همرنگ باشند}=\underbrace{\left(\frac{۳}{۹}\times\frac{۳}{۹}\right)}_{\text{هر دو سفید}}+\underbrace{\left(\frac{۴}{۹}\times\frac{۴}{۹}\right)}_{\text{هر دو سبز}}+\underbrace{\left(\frac{۲}{۹}\times\frac{۲}{۹}\right)}_{\text{هر دو بنفش}}=\frac{۹}{۸۱}+\frac{۱۶}{۸۱}+\frac{۴}{۸۱}=\frac{۲۹}{۸۱}$$

۹۷.گزینه ۳

مجموع دو تاس کمتر از ۵ : $\begin{cases} ۴ \to (۱,۳)(۳,۱)(۲,۲) \\ ۳ \to (۱,۲)(۲,۱) \\ ۲ \to (۱,۱) \end{cases} \to P_۱ = \frac{۳+۲+۱}{۶^۲} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$

مجموع سه تاس کمتر از ۵ : $\begin{cases} ۴ \to (۲,۱,۱)(۱,۲,۱)(۱,۱,۲) \\ ۳ \to (۱,۱,۱) \end{cases} \to P_۲ = \frac{۳+۱}{۶^۳} = \frac{۴}{۶^۳}$

پس : $\frac{P_۱}{P_۲} = \frac{\frac{۱}{۶}}{\frac{۴}{۶^۳}} = \frac{۶^۳}{۴\times ۶} = \frac{۶^۲}{۴} = \frac{۳۶}{۴} = ۹$

۹۸.گزینه ۲ اگر A پیشامد ورزش کردن و B پیشامد مطالعه کردن کتاب باشند داریم:

$$\begin{cases} P(A) = ۰/۲۵ \\ P(B) = ۰/۲۸ \\ P(A\cup B) = ۰/۴ \end{cases} \xrightarrow{P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)} ۰/۴ = ۰/۲۵ + ۰/۲۸ - P(A\cap B)$$

$\to P(A\cap B) = ۰/۱۳ \to$ بنابراین ۱۳ درصد افراد، هم ورزش و هم مطالعه می‌کنند.

۹۹.گزینه ۲

$S_{\text{جدید}} = \{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\} \to n(S) = ۶$

$A = \{(۳,۳)\} \to n(A) = ۱$

پس $P(A) = \frac{۱}{۶}$ است.

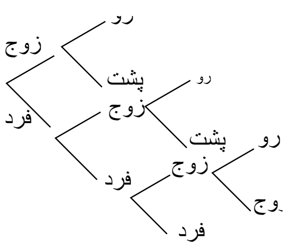
۱۰۰.گزینه ۲

$$P(A'|B) = \frac{P(A'\cap B)}{P(B)} = \frac{P(B-A)}{P(B)} = \frac{P(B)-P(A\cap B)}{P(B)} \xrightarrow{\text{تفکیک}} ۱ - \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = ۱ - P(A|B) = ۱ - \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

پس: $\frac{P(A'|B)}{P(A|B)} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۴}} = ۳$

۱۰۱.گزینه ۱

برای حل این سوال از نمودار درختی استفاده می‌کنیم.



احتمال مطلوب $= P($تاس زوج$)\cdot P($سکه رو$) + P($تاس فرد$)\cdot P($تاس زوج$)\cdot P($سکه رو$) + P($تاس فرد$)\cdot P($تاس فرد$)\cdot P($تاس زوج$)\cdot P($سکه رو$)$

$$= (\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}) + (\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}) + (\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۱۶} = \frac{۷}{۱۶}$$

۱۰۲.گزینه ۴ احتمال آن‌که در n پرتاب یک سکه‌ی سالم، k بار رو (یا k بار پشت) داشته باشیم از دستور $\frac{\binom{n}{k}}{۲^n}$ حاصل می‌شود.

پیشامد A معادل آن است که در پرتاب ۴ سکه، ۳ بار رو بیاید داریم: $P(A)=\dfrac{\binom{4}{3}}{2^4}=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$

پیشامد B معادل آن است که در پرتاب ۸ سکه، ۶ بار رو بیاید، داریم: $P(B)=\dfrac{\binom{8}{6}}{2^8}=\dfrac{28}{256}=\dfrac{7}{64}$

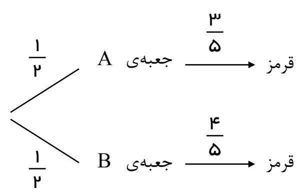
پس : $\dfrac{P(A)}{P(B)}=\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{64}}=\dfrac{64}{28}=\dfrac{16}{7}>2$

۱۰۳.گزینه ۲ فضای نمونه‌ای جدید برابر 7^3-7 است (توجه کنید تعداد حالاتی که هر سه در یک روز هفته متولد شده باشند را که ۷ حالت است را باید از 7^3 کم کنیم). از طرفی تعداد حالاتی که دو نفر از سه نفر در روز شنبه متولد شده باشند برابر است با:

$n(A)=\binom{3}{2}\times 1\times 6\rightarrow$ نفر سوم در ۶ روز باقی مانده متولد شده باشد

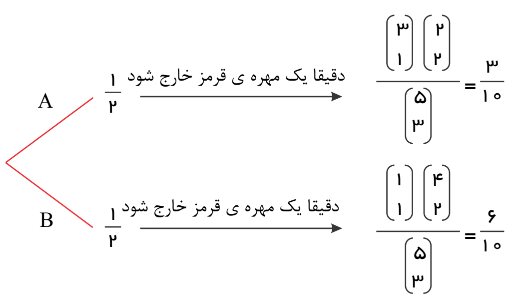
پس $P(A)=\dfrac{\binom{3}{2}\times 1\times 6}{7^3-7}=\dfrac{3}{56}$ است.

۱۰۴.گزینه ۱



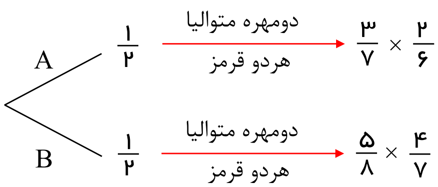
احتمال مطلوب $=(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{5})+(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{5})=\dfrac{3}{10}+\dfrac{4}{10}=\dfrac{7}{10}$

۱۰۵.گزینه ۴



احتمال مطلوب $=(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{10})+(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{6}{10})=\dfrac{9}{20}$

۱۰۶.گزینه ۱ به کمک نمودار درختی ابتدا یکی از جعبه‌ها را انتخاب می‌کنیم دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم احتمال آن را می‌یابیم که هر دو مهره قرمز باشد:



$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{۱}{۲} \times (\frac{۳}{۷} \times \frac{۲}{۶}) + \frac{۱}{۲} \times (\frac{۵}{۸} \times \frac{۴}{۷}) = \frac{۱}{۱۴} + \frac{۵}{۲۸} = \frac{۷}{۲۸} = \frac{۱}{۴}$$

۱۰۷.گزینه ۱ در این مسأله، پیروزی یعنی جوانه زدن

$$\begin{cases} n=۳۰ \\ k=۲۸ \\ p=\frac{۹۰}{۱۰۰} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۳۰}{۲۸}\cdot(\frac{۹۰}{۱۰۰})^{۲۸}\cdot(\frac{۱۰}{۱۰۰})^{۲}$$

$$=\binom{۳۰}{۲}\cdot(\frac{۹۰}{۱۰۰})^{۲۸}\cdot(\frac{۱۰}{۱۰۰})^{۲}$$

$$=\frac{۳۰\times ۲۹}{۲}(۰/۹)^{۲۸}\cdot(۰/۱)^{۲}=\frac{۸۷۰}{۲}(۰/۹)^{۲۸}(۰/۰۱)=\frac{۸۷}{۲۰}(۰/۹)^{۲۸}$$

۱۰۸.گزینه ۳ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=۲^۵=۳۲$ است.

حالات مساعد مسأله : $DDDPP$ یا $DDDDP \rightarrow n(A)=\frac{۵!}{۳!۲!}+\frac{۵!}{۴!}=۱۰+۵=۱۵$

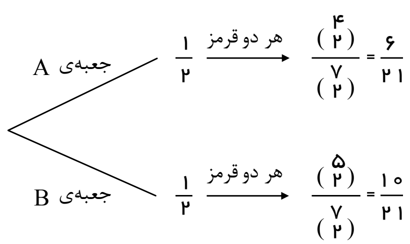
پس $P(A)=\frac{۱۵}{۳۲}$ است.

۱۰۹.گزینه ۴ تعداد جایگشت‌های ۷ حرفی کلمه‌ی «$compute$» که با حرف «c» شروع می‌شوند برابر $n(S)=۶!$ است (حرف اول ثابت است و جابجائی شش حرف دیگر را حساب می‌کنیم)

تعداد جایگشت‌های ۷ حرفی کلمه‌ی «$compute$» که با حرف «c» شروع شوند و چهارمین حرف آن «t» باشد برابر $n(A)=۵!$ است (حروف اول و چهارم ثابت هستند و جابجایی پنج حرف دیگر را حساب می‌کنیم)

پس $P(A)=\frac{۵!}{۶!}=\frac{۱}{۶}$ است.

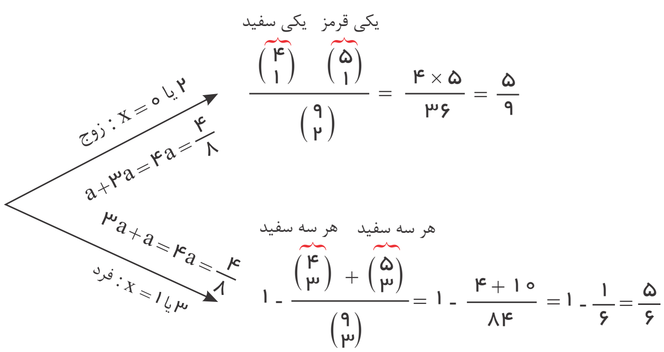
۱۱۰.گزینه ۲ منظور از $P(X=۲)$، احتمال آن است که هر دو مهره‌ی برداشته شده از جعبه‌ی مورد نظر قرمز باشد.



احتمال مطلوب $=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۶}{۲۱})+(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۰}{۲۱})=\frac{۱۶}{۴۲}=\frac{۸}{۲۱}$

۱۱۱.گزینه ۲ می‌دانیم مجموع احتمال‌های موجود در جدول توزیع احتمال برابر یک است یعنی:

$$a+۳a+۳a+a=۱\rightarrow ۸a=۱\rightarrow a=\frac{۱}{۸}$$



احتمال مطلوب $=(\frac{۴}{۸}\times\frac{۵}{۹})+(\frac{۴}{۸}\times\frac{۵}{۶})=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۵}{۹})+(\frac{۱}{۲}\times\frac{۵}{۶})=\frac{۵}{۱۸}+\frac{۵}{۱۲}=\frac{۲۵}{۳۶}$

۱۱۲.گزینه ۱ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=\binom{۱۰}{۳}=\frac{۱۰\times۹\times۸}{۶}=۱۲۰$ است.

$$n(A)=\binom{۵}{۱}\times\binom{۴}{۱}\times\binom{۱}{۱}=۵\times۴\times۱=۲۰$$

پس $P(A)=\frac{۲۰}{۱۲۰}=\frac{۱}{۶}$ است و توجه کنید که $\frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}=\binom{n}{۳}$ است.

۱۱۳.گزینه ۳

$$n(S)=\boxed{۴}\times\boxed{۴}\times\boxed{۳}=۴۸$$

برای آنکه عددی بر ۶ بخش‌پذیر باشد باید بر ۲ و ۳ بخش‌پذیر باشد و برای بخش‌پذیری بر ۳ لازم است مجموع ارقامش بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

$$۱,۲,۳\rightarrow\begin{cases}۳۱۲\\۱۳۲\end{cases}\rightarrow ۲\ \text{عدد}$$

$$۰,۱,۲\rightarrow\begin{cases}۱۲۰\\۲۱۰\\۱۰۲\end{cases}\rightarrow ۳\ \text{عدد}$$

$$۲,۳,۴\rightarrow\begin{cases}۲۳۴\\۳۲۴\\۴۳۲\\۳۴۲\end{cases}\rightarrow ۴\ \text{عدد}$$

$$۰,۲,۴\rightarrow\begin{cases}۲۴۰\\۴۲۰\\۲۰۴\\۴۰۲\end{cases}\rightarrow ۴\ \text{عدد}$$

بنابراین ۱۳ عدد بر ۶ بخش‌پذیر است یعنی $n(A)=۱۳$ است.

پس $P(A)=\frac{۱۳}{۴۸}$ است.

۱۱۴.گزینه ۳

$$A=\{(۱,۱),(۱,۲),(۲,۱),(۱,۳),(۳,۱),(۲,۲)\}$$

$$B=\{(۳,۱),(۳,۲),(۳,۳),(۳,۴),(۳,۵),(۳,۶)\}$$

$$\Rightarrow B-A=\{(۳,۲),(۳,۳),(۳,۴),(۳,۵),(۳,۶)\}\Rightarrow n(B-A)=۵$$

پس $P(B-A)=\frac{۵}{۶^۲}=\frac{۵}{۳۶}$ است.

۱۱۵.گزینه ۲ چون رنگ مهره‌ی اول برداشته شده را نمی‌دانیم فرض می‌کنیم که اصلا مهره‌ای خارج نشده است پس:

$P(\text{دومی سبز})=\frac{۵}{۸}$ است.

۱۱۶.گزینه ۱

$$P(B')=\frac{۴}{۵}\rightarrow P(B)=۱-\frac{۴}{۵}=\frac{۱}{۵}$$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\rightarrow\frac{۳}{۷}=\frac{P(A\cap B)}{\frac{۱}{۵}}\rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱}{۵}\times\frac{۳}{۷}=\frac{۳}{۳۵}$$

۱۱۷.گزینه ۱

$$P(A|B)=\frac{۲}{۵}\rightarrow\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۲}{۵}$$

$$P(B|A)=\frac{۱}{۳}\rightarrow\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{۱}{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم}}\frac{\frac{P(A\cap B)}{P(B)}}{\frac{P(A\cap B)}{P(A)}}=\frac{\frac{۲}{۵}}{\frac{۱}{۳}}\rightarrow\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{۶}{۵}\rightarrow\frac{P(B)}{P(A)}=\frac{۵}{۶}$$

۱۱۸. گزینه ۳ می‌دانیم که $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ است.

$$P(\text{مهره‌ی دوم سفید باشد} | \text{مهره‌ی اول سفید باشد}) = \frac{P(\text{مهره‌ی اول سفید باشد و مهره‌ی دوم سفید باشد})}{P(\text{مهره‌ی دوم سفید باشد})}$$

$$= \frac{\frac{4}{10} \times \frac{3}{9}}{\underbrace{\frac{4}{10}}_{\text{اولی سفید}} \times \underbrace{\frac{3}{9}}_{\text{دومی سفید}} + \underbrace{\frac{6}{10}}_{\text{اولی سیاه}} \times \underbrace{\frac{4}{9}}_{\text{دومی سفید}}} = \frac{\frac{12}{9}}{\frac{36}{90}} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

۱۱۹.گزینه ۱   می‌دانیم که $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ است.

$$P(A\cup B|A\cap B) = \frac{P((A\cup B)\cap(A\cap B))}{P(A\cap B)} = \frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B)} = 1$$

دقت کنید که اشتراک $A\cup B$ و $A\cap B$ برابر $A\cap B$ است.

$$P(A'|A\cap B) = \frac{P(A'\cap(A\cap B))}{P(A\cap B)} = \frac{P(\varnothing)}{P(A\cap B)} = \frac{0}{P(A\cap B)} = 0$$

دقت کنید که A' و $A\cap B$ اشتراک ندارند.

پس: $P(A\cup B|A\cap B) + P(A'|A\cap B) = 1 + 0 = 1$

۱۲۰.گزینه ۱   منظور سوال این است که در یک خانواده‌ی پنج فرزندی احتمال آنکه دو فرزند دختر باشد را حساب کنید.

$$n(S) = 2^5 = 32\ ,\ DDPPP \to n(A) = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

پس $\frac{5}{16} = \frac{10}{32} = P(A)$ است.

۱۲۱.گزینه ۲   فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 6^4$ است.

$$\text{حالت‌های مساعد}: \begin{cases} 1,1,1,\bigcirc \to \binom{5}{1} \times \frac{4!}{3!} = 20 \\ 2,2,2,\bigcirc \to \binom{5}{1} \times \frac{4!}{3!} = 20 \\ 3,3,3,\bigcirc \to \binom{5}{1} \times \frac{4!}{3!} = 20 \\ 4,4,4,\bigcirc \to \binom{5}{1} \times \frac{4!}{3!} = 20 \\ 5,5,5,\bigcirc \to \binom{5}{1} \times \frac{4!}{3!} = 20 \\ 6,6,6,\bigcirc \to \binom{5}{1} \times \frac{4!}{3!} = 20 \end{cases} \Rightarrow n(A) = 120$$

البته تعداد حالات مساعد را می‌توان به صورت زیر نیز حساب کرد.

$$\underbrace{\boxed{6} \times \boxed{1} \times \boxed{1}}_{\text{سه تاس یکسان}} \times \underbrace{\boxed{5}}_{\text{تاس متفاوت}} \times \frac{4!}{3!} = 120$$

پس $\frac{5}{54} = \frac{120}{6\times6\times6\times6} = \frac{120}{6^4} = P(A)$ است.

۱۲۲.گزینه ۴

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \to 0.7 = 0.65 + 0.55 - P(A\cap B) \to P(A\cap B) = 0.5$$

۱۲۳.گزینه ۳ احتمال آنکه در پرتاب دو سکه، هر دو پشت ظاهر شوند برابر $\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}$ است. برای آنکه فقط در پرتاب چهارم هر دو سکه پشت ظاهر شوند باید در هر یک از سه پرتاب اول، دو سکه با هم پشت نیایند و احتمال آنکه در هر پرتاب دو سکه با هم پشت نیایند برابر $\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۴}-۱$ است. بنابراین احتمال مطلوب برابر است با:

$$\text{احتمال مطلوب}=\underbrace{\frac{۳}{۴}}_{\text{پرتاب اول باهم پشت نیایند}}\times\overbrace{\frac{۳}{۴}}^{\text{پرتاب دوم باهم پشت نیایند}}\times\underbrace{\frac{۳}{۴}}_{\text{پرتاب سوم باهم پشت نیایند}}\times\overbrace{\frac{۱}{۴}}^{\text{پرتاب چهارم هر دو پشت بیایند}}=\frac{۲۷}{۲۵۶}$$

۱۲۴.گزینه ۳ پیشامد بهبود پیدا کردن را با A و پیشامد مبتلا شدن به بیماری را با B نمایش می‌دهیم. در این صورت داریم:

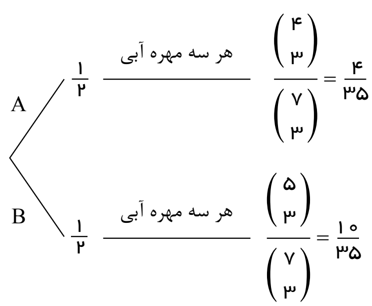
$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۰/۰۰۸۷۵}{۰/۰۲۵}=\frac{۸/۷۵}{۲۵}=\frac{۳۵}{۱۰۰}=\frac{۷}{۲۰}$$

۱۲۵.گزینه ۴ ابتدا احتمال هم‌رنگ بودن مهره‌های اول و آخر را محاسبه می‌کنیم و چون حرفی از رنگ مهره‌ی دوم زده نشده است آن را در محاسبات وارد نمی‌کنیم.

$$P(\text{همرنگ بودن})=\underbrace{\frac{۳}{۹}\times\frac{۲}{۸}}_{\text{سفید و سفید}}+\underbrace{\frac{۴}{۹}\times\frac{۳}{۸}}_{\text{سیاه و سیاه}}+\underbrace{\frac{۲}{۹}\times\frac{۱}{۸}}_{\text{زرد و زرد}}=\frac{۲۰}{۷۲}=\frac{۵}{۱۸}$$

$$\rightarrow P\,(\text{همرنگ نبودن})=۱-\frac{۵}{۱۸}=\frac{۱۳}{۱۸}$$

۱۲۶.گزینه ۴



$$\text{احتمال مطلوب}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۳۵}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۰}{۳۵}=\frac{۲}{۳۵}+\frac{۵}{۳۵}=\frac{۷}{۳۵}=\frac{۱}{۵}$$

۱۲۷.گزینه ۴ منظور از $P(X=۲)$ آن است که احتمال خارج شدن دو مهره‌ی سبز را بدست آوریم.

$$n(S)=\binom{۷}{۳}=\frac{۷\times۶\times۵}{۶}=۳۵$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{دو سبز}}\times\underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\text{یک سفید}}=۶\times۳=۱۸$$

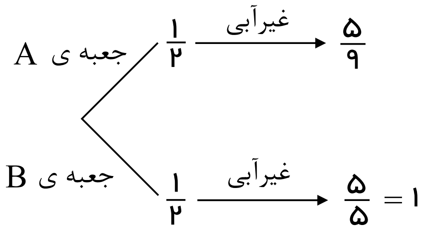
پس $P(A)=\frac{۱۸}{۳۵}$ است.

۱۲۸.گزینه ۲ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=۶^۳$ است.

$$\text{تعداد اعضای پیشامد مورد نظر} = 6 \times \underbrace{1}_{\text{مشابه تاس اول}} \times \overbrace{5}^{\text{عددی غیر از تاس اول}} \rightarrow n(A) = 6 \times 5$$

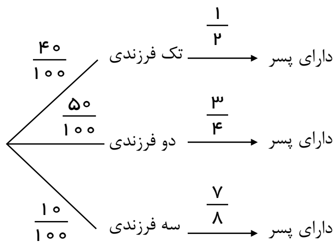
پس $\frac{5}{36} = \frac{5 \times 6}{6^3} = P(A)$ است.

۱۲۹.گزینه ۳



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{9}\right) + \left(\frac{1}{2} \times 1\right) = \frac{5}{18} + \frac{1}{2} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

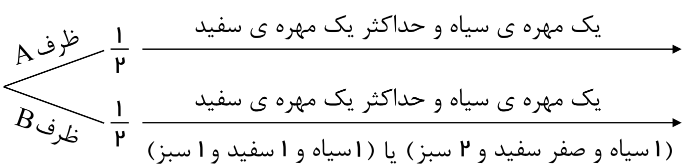
۱۳۰.گزینه ۲



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{4}{100} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{50}{100} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{10}{100} \times \frac{7}{8}\right) = \frac{1}{5} + \frac{3}{8} + \frac{7}{80} = \frac{53}{80}$$

توجه کنید احتمال آنکه یک خانواده‌ی n فرزندی دارای فرزند پسر باشد از رابطه‌ی $1 - \frac{1}{2^n}$ بدست می‌آید.

۱۳۱.گزینه ۴



$$\frac{\binom{2}{1}\binom{4}{2} + \binom{2}{1}\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}}$$

$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{1}{2} \times 0\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{12+24}{84}\right) = \frac{36}{2 \times 84} = \frac{3}{14}$$

۱۳۲.گزینه ۳ در این مسأله، پیروزی یعنی پسر بودن

$$\begin{cases} n=۶ \\ k=\text{۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶} \\ p=۱-\frac{۳}{۵}=\frac{۲}{۵} \end{cases} \xrightarrow[k=\text{۰ یا ۱}]{\text{متمم}} \text{احتمال}=۱-\left[\binom{۶}{۰}\cdot\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۰}\cdot\left(\frac{۳}{۵}\right)^{۶}+\binom{۶}{۱}\cdot\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۱}\cdot\left(\frac{۳}{۵}\right)^{۵}\right]$$

$$=۱-\left[\left(\frac{۳}{۵}\right)^{۶}+\frac{۱۲}{۵}\left(\frac{۳}{۵}\right)^{۵}\right]=۱-\frac{۳^{۶}+\overbrace{۱۲}^{۳\times۴}\times۳^{۵}}{۵^{۶}}=۱-\frac{۳^{۶}+۴\times۳^{۶}}{۵^{۶}}$$

$$=۱-\frac{۵\times۳^{۶}}{۵^{۶}}=۱-۵(\frac{۳}{۵})^{۶}$$

دقت کنید که فرمول توزیع دو جمله‌ای به صورت $\binom{n}{k}\cdot p^{k}\cdot(۱-p)^{n-k}$ است.

۱۳۳.گزینه ۴ منظور سوال این است که در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی احتمال اینکه ۳ فرزند، دختر باشند را حساب کنید.

$$n(S)=۲^{۴}=۱۶\ \ ,\ \ DDDP\rightarrow n(A)=\frac{۴!}{۳!}=۴$$

پس $P(A)=\frac{۴}{۱۶}=\frac{۱}{۴}$است.

۱۳۴.گزینه ۱ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=۲^{۵}=۳۲$ است. منظور سؤال این است که احتمال آنکه این خانواده دارای ۴ یا ۵ فرزند دختر باشد را حساب کنید.

$$DDDDP \text{ یا } DDDDD\rightarrow n(A)=\frac{۵!}{۴!}+۱=۵+۱=۶$$

پس $P(A)=\frac{۶}{۳۲}=\frac{۳}{۱۶}$ است.

۱۳۵.گزینه ۳ فضای نمونه‌ای جدید آزمایش برابر $n(S)=۶\times۵\times۴$ است.

حاصل‌ضرب برابر ۶ باشد: $۱,۲,۳\rightarrow n(A)=۳!=۶$

پس $P(A)=\frac{۶}{۶\times۵\times۴}=\frac{۱}{۲۰}$ است.

۱۳۶.گزینه ۳ احتمال برنده شدن هر کدام $\frac{۱}{۶}$ و احتمال بازنده شدن هر کدام $\frac{۵}{۶}$ است.

احتمال برنده شدن مریم در دست دوم بدین صورت است.

$$\overbrace{\underbrace{\frac{۵}{۶}}_{\text{مریم بازنده}}\times\underbrace{\frac{۵}{۶}}_{\text{روناک بازنده}}}^{\text{دست اول}}\times\underbrace{\frac{۱}{۶}}_{\text{مریم برنده}}=\frac{۲۵}{۶^{۳}}$$

احتمال برنده شدن روناک در دست دوم بدین صورت است.

$$\overbrace{\underbrace{\frac{۵}{۶}}_{\text{مریم بازنده}}\times\underbrace{\frac{۵}{۶}}_{\text{روناک بازنده}}}^{\text{دست اول}}\times\overbrace{\underbrace{\frac{۵}{۶}}_{\text{مریم بازنده}}\times\underbrace{\frac{۱}{۶}}_{\text{روناک برنده}}}^{\text{دست دوم}}=\frac{۱۲۵}{۶^{۴}}$$

پس احتمال مطلوب برابر $\frac{۲۵}{۶^{۳}}+\frac{۱۲۵}{۶^{۴}}=\frac{۲۷۵}{۶^{۴}}$ است.

۱۳۷.گزینه ۴ شرط آنکه RH خون فردی منفی باشد آن است که دو ژن منفی داشته باشد پس:

$P(RH^-)=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=۰٫۱۶$

$P(\text{خون هر دو فرزند منفی باشد }RH)=P(\text{خون فرزند اول منفی باشد }RH)\times P(\text{خون فرزند دوم منفی باشد }RH)=(۰٫۱۶)(۰٫۱۶)$
$=۰٫۰۲۵۶$

۱۳۸.گزینه ۱ می‌دانیم برای آنکه فردی دارای RH منفی باشد باید دو ژن منفی داشته باشد.

$$P(RH^-)=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=۰٫۱۶\ ,\ \ P(RH^+)=۱-۰٫۱۶=۰٫۸۴$$

$$P(\text{از ۳ فرزند، } RH \text{ فرزندان اول و دوم منفی باشد})=\frac{۱۶}{۱۰۰}\times\frac{۱۶}{۱۰۰}\times\frac{۸۴}{۱۰۰}=\frac{۴}{\underbrace{۲۵}_{۵^۲}}\times\frac{۴}{\underbrace{۲۵}_{۵^۲}}\times\frac{۲۱}{\underbrace{۲۵}_{۵^۲}}=\frac{۳۳۶}{۵^۶}$$

۱۳۹.گزینه ۱ احتمال آنکه دومین لامپ معیوب در آزمایش سوم پیدا شود بدین صورت است:

P (لامپ سوم معیوب و لامپ دوم سالم و لامپ اول معیوب) یا P (لامپ سوم معیوب و لامپ دوم معیوب و لامپ اول سالم)

$$=(\frac{۲}{۷}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۵})+(\frac{۵}{۷}\times\frac{۲}{۶}\times\frac{۱}{۵})=\frac{۲۰}{۲۱۰}=\frac{۲}{۲۱}$$

۱۴۰.گزینه ۴

کل اعداد ۴ رقمی: $n(S)=\underset{\text{۱ تا ۹}}{\boxed{۹}}\times\underset{\text{۰ تا ۹}}{\boxed{۱۰}}\times\underset{\text{۰ تا ۹}}{\boxed{۱۰}}\times\underset{\text{۰ تا ۹}}{\boxed{۱۰}}=۹\times۱۰^۳$

اکنون تعداد اعداد ۴ رقمی را که رقم صدگان با هیچ‌کدام از ارقام یکسان و دهگان، برابر نباشد را بدست می‌آوریم.

$$n(A)=\underset{\text{۱ تا ۹}}{\boxed{۹}}\times\underset{\text{۰ تا ۹}}{\boxed{۱۰}}\times\overset{\text{دهگان}}{\underset{\text{غیر صدگان}}{\boxed{۹}}}\times\overset{\text{یکان}}{\underset{\text{غیر صدگان}}{\boxed{۹}}}=۹^۳\times۱۰$$

پس $P(A)=\frac{۹^۳\times۱۰}{۹\times۱۰^۳}=\frac{۹^۲}{۱۰^۲}=۰٫۸۱$ است.

۱۴۱.گزینه ۲ در این مسأله، پیروزی یعنی خرید کردن.

$$\begin{array}{l}n=۴\\k=۳\\p=\frac{۱۲}{۲۰}=\frac{۶}{۱۰}\end{array}\rightarrow\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۴}{۳}\cdot\left(\frac{۶}{۱۰}\right)^۳\cdot\left(\frac{۴}{۱۰}\right)^۱=۴\times\frac{۲۱۶}{۱۰۰۰}\times\frac{۴}{۱۰}=\frac{۳۴۵۶}{۱۰۰۰۰}=۰٫۳۴۵۶$$

۱۴۲.گزینه ۳ پیشامدهایی از فضای نمونه‌ای $S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ مورد نظر است که هیچ‌کدام از اعضای ۱, ۲, ۶ را نداشته باشند یعنی $\{۳,۴,۵\}$ موردنظر می‌باشد که تعداد پیشامدهای آن $۸=۲^۳$ است.

توجه کنید که پیشامد زیر مجموعه‌ای از فضای نمونه‌ای است و تعداد کل زیر مجموعه‌های یک مجموعه‌ی nعضوی برابر ۲^n است.

۱۴۳.گزینه ۳ صورت سوال یعنی، احتمال اینکه در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی، دو فرزند پسر باشند را به دست آورید.

$$n(S)=۲^۴=۱۶\ \text{ و }\ PPDD\rightarrow n(A)=\frac{۴!}{۲!۲!}=۶$$

پس $P(A)=\frac{۶}{۱۶}=\frac{۳}{۸}$ است.

۱۴۴.گزینه ۳ احتمال آنکه مهره‌ی اول سفید باشد برابر $\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۱۲}$ است پس اکنون در جعبه، ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی قرمز موجود است. حال باید احتمال آنکه دو مهره‌ی انتخابی در مهره‌های باقی‌مانده غیرهم‌رنگ باشند را پیدا کنیم.

$P(\text{دو مهره غیرهمرنگ})=۱-P(\text{هر دو مهره قرمز یا هردو مهره سیاه یا هردو مهره سفید})$

$$=۱-(\frac{۲}{۱۱}\times\frac{۱}{۱۰}+\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۳}{۱۰}+\frac{۵}{۱۱}\times\frac{۴}{۱۰})=۱-\frac{۱۷}{۵۵}=\frac{۳۸}{۵۵}$$

بنابراین داریم:

P (اولی سفید و دو مهره‌ی دیگر غیرهمرنگ) $= \frac{1}{4} \times \frac{38}{55} = \frac{19}{110}$

۱۴۵. گزینه ۳

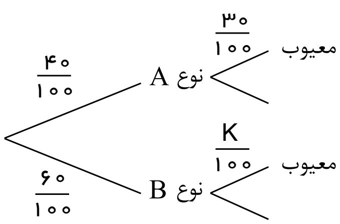
$\frac{1}{2}$ جعبه ی اول $\longrightarrow \frac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{12}{21}$ (یکی زرد ویکی سبز)

$\frac{1}{2}$ جعبه ی دوم $\longrightarrow \frac{\binom{2}{1}\binom{5}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{10}{21}$ (یکی بنفش ویکی آبی)

احتمال مطلوب $= \left(\frac{1}{2} \times \frac{12}{21}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{10}{21}\right) = \frac{22}{42} = \frac{11}{21}$

۱۴۶. گزینه ۱

فرض کنید که k درصد از محصولات نوع B، معیوب هستند.



احتمال معیوب بودن $= \left(\frac{40}{100} \times \frac{30}{100}\right) + \left(\frac{60}{100} \times \frac{k}{100}\right) \rightarrow \frac{24}{100} = \frac{12}{100} + \frac{6k}{1000}$

$\rightarrow \frac{12}{100} = \frac{6k}{1000} \rightarrow 2 = \frac{k}{10} \rightarrow k = 20$

۱۴۷. گزینه ۲ منظور سوال این است که اگر تاسی را دوبار پرتاب کنیم احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده مساوی یا کمتر از ۵ باشد را بدست آورید.

$$\left.\begin{array}{l} 5 \rightarrow (1,4)(4,1)(2,3)(3,2) \\ 4 \rightarrow (1,3)(3,1)(2,2) \\ 3 \rightarrow (1,2)(2,1) \\ 2 \rightarrow (1,1) \end{array}\right\} \Rightarrow n(A) = 10 \ , \ n(S) = 6^2 = 36$$

پس $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ است.

۱۴۸. گزینه ۲

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 220$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{یک سفید}} \times \underbrace{\binom{4}{1}}_{\text{یک سیاه}} \times \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{یک آبی}} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

پس $P(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$ است.

۱۴۹. گزینه ۱ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 6^2 = 36$ است.

$$\text{حالات مطلوب} : \left\{\begin{array}{l} 4 \rightarrow (1,3)(3,1)(2,2) \\ 8 \rightarrow (2,6)(6,2)(3,5)(5,3)(4,4) \Rightarrow n(A) = 9 \\ 12 \rightarrow (6,6) \end{array}\right.$$

پس $P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ است.

۱۵۰. گزینه ۲

$$n(S)=6^2=36$$
$$A=\left\{\begin{matrix}(1,2)(2,3)(3,4)(4,5)(5,6)\\(2,1)(3,2)(4,3)(5,4)(6,5)\end{matrix}\right\}\rightarrow n(A)=10$$

پس $P(A)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$ است.

۱۵۱. گزینه ۳

$$n(S)=\binom{10}{3}=\frac{10\times9\times8}{6}=120$$
$$n(A)=\underbrace{\binom{5}{2}}_{\text{دو سفید}}\underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{یکی از بقیه‌ی رنگ‌ها}}+\underbrace{\binom{3}{2}}_{\text{دو سیاه}}\underbrace{\binom{7}{1}}_{\text{یکی از بقیه‌ی رنگ‌ها}}+\underbrace{\binom{2}{2}}_{\text{دو قرمز}}\underbrace{\binom{8}{1}}_{\text{یکی از بقیه‌ی رنگ‌ها}}=50+21+8=79$$

پس $P(A)=\frac{79}{120}$ است.

۱۵۲. گزینه ۲ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=6^2=36$ است.

$$\text{مضارب ۳ :}\left\{\begin{matrix}3\rightarrow(1,2)\,(2,1)\\6\rightarrow(1,5)\,(5,1)\,(2,4)\,(4,2)\,(3,3)\\9\rightarrow(3,6)\,(6,3)\,(4,5)\,(5,4)\\12\rightarrow(6,6)\end{matrix}\right.\rightarrow n(A)=12$$

پس $P(A)=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$ است.

۱۵۳. گزینه ۴ تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر $n(S)=\binom{11}{2}=55$ است.

تعداد اعضای پیشامد «هم‌رنگ بودن هر ۲ مهره» برابر است با:

$$n(A)=\underset{\text{هر دو سفید}}{\underset{\downarrow}{\binom{4}{2}}}+\underset{\text{هر دو سبز}}{\underset{\downarrow}{\binom{5}{2}}}+\underset{\text{هر دو زرد}}{\underset{\downarrow}{\binom{2}{2}}}=6+10+1=17$$

پس $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{17}{55}$ است.

۱۵۴. گزینه ۱

$$n(S)=\binom{12}{3}=\frac{12\times11\times10}{6}=220$$
$$n(A)=\underbrace{\binom{5}{2}}_{\text{دو نفر از کلاس اول}}\times\underbrace{\binom{7}{1}}_{\text{یک نفر از غیر کلاس اول}}=10\times7=70$$

پس $P(A)=\frac{70}{220}=\frac{7}{22}$ است.

۱۵۵. گزینه ۲

$$\boxed{۵}\times\boxed{۴}\times\boxed{۳}=۶۰\to n(s)=۶۰$$

برای آنکه عدد رو شده، مضرب ۳ باشد، باید مجموع ارقامش باید بر ۳ بخش‌پذیر باشد که شامل دسته‌بندی‌های زیر باشد.

$$\left.\begin{array}{l} ۱,۲,۳\to ۳!=۶\\ ۱,۳,۵\to ۳!=۶\\ ۲,۳,۴\to ۳!=۶\\ ۳,۴,۵\to ۳!=۶\end{array}\right\}\to n(A)=۴\times ۶=۲۴$$

پس $P(A)=\frac{۲۴}{۶۰}=۰/۴$ است.

۱۵۶. گزینه ۳ دقت کنید تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی یک مجموعه‌ی n عضوی از رابطه‌ی $\binom{n}{r}$ بدست می‌آید پس:

$$n(S)=\binom{۱۰}{۳}=\frac{۱۰\times ۹\times ۸}{۶}=۱۲۰$$

چون می‌خواهیم زیرمجموعه فاقد عدد یک باشد عدد یک را کنار گذاشته و از ۹ عدد باقی‌مانده ۳ عدد را انتخاب می‌کنیم یعنی:

$$n(A)=\binom{۹}{۳}=\frac{۹\times ۸\times ۷}{۶}=۸۴$$

پس $P(A)=\frac{۸۴}{۱۲۰}=\frac{۷}{۱۰}=۰/۷$ است.

۱۵۷. گزینه ۳

$$n(S)=۶^۲=۳۶$$

برای آنکه دقیقاً یکی از اعداد ظاهر شده، اول باشد دو حالت داریم:

حالت $۳\times ۳=۹$ $\to$ $\underbrace{\text{تاس دوم عدد اول نیاید}}_{۱,۴,۶}$ و $\underbrace{\text{تاس اول عددی اول بیاید}}_{۲,۳,۵}$:حالت اول

$\to n(A)=۱۸$

حالت $۳\times ۳=۹$ $\to$ $\underbrace{\text{تاس دوم عددی اول بیاید}}_{۲,۳,۵}$ و $\underbrace{\text{تاس اول عددی اول نیاید}}_{۱,۴,۶}$:حالت دوم

پس $P(A)=\frac{۱۸}{۳۶}=\frac{۱}{۲}$ است.

۱۵۸. گزینه ۴

$$n(S)=\binom{۱۰}{۳}=\frac{۱۰\times ۹\times ۸}{۶}=۱۲۰$$

برای آنکه مجموع سه عدد، زوج باشد دو حالت وجود دارد:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{هرسه عدد زوج باشند}\to \binom{۵}{۳}=۱۰\\ \text{دو عدد فرد و دیگری زوج باشد}\to \binom{۵}{۲}\binom{۵}{۱}=۵۰\end{array}\right.\to n(A)=۶۰$$

پس $P(A)=\frac{۶۰}{۱۲۰}=\frac{۱}{۲}$ است.

۱۵۹. گزینه ۱ توجه کنید تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی یک مجموعه‌ی n عضوی از رابطه‌ی $\binom{n}{r}$ بدست می‌آید.

$$n(S)=\binom{۱۰}{۴}=\frac{۱۰!}{۴!\ ۶!}=۲۱۰$$

برای این که بزرگترین عضو این زیرمجموعه ۸ باشد و کوچکترین عضو آن یک نباشد کافی است از بین اعداد $۲,۳,۴,۵,۶,۷$ سه عدد را انتخاب کنیم یعنی $n(A)=\binom{۶}{۳}=\frac{۶\times ۵\times ۴}{۶}=۲۰$ می‌باشد.

پس $P(A)=\frac{۲۰}{۲۱۰}=\frac{۲}{۲۱}$ است.

۱۶۰.گزینه ۱ تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی یک مجموعه‌ی nعضوی از رابطه‌ی $\binom{n}{r}$ بدست می‌آید. بنابراین فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=\binom{۱۰}{۴}=\frac{۱۰!}{۴!۶!}=۲۱۰$ است.

برای بدست آوردن تعداد زیر مجموعه‌های ۴ عضوی که حداقل یکی از اعداد ۱ یا ۲ را داشته باشند، کل زیر مجموعه‌های ۴ عضوی را بدست می‌آوریم و سپس زیر مجموعه‌های ۴ عضوی را که فاقد ۱ و ۲ هستند را حساب کرده و از آن کم می‌کنیم.

$$n(A)=\underbrace{\binom{۱۰}{۴}}_{\text{زیرمجموعه‌های ۴ عضوی}}-\underbrace{\binom{۸}{۴}}_{\text{زیرمجموعه‌های ۴ عضوی فاقد ۱ و ۲}}=۲۱۰-۷۰=۱۴۰$$

پس $P(A)=\frac{۱۴۰}{۲۱۰}=\frac{۲}{۳}$ است.

۱۶۱.گزینه ۳ منظور سوال این است که احتمال آنکه حاصل‌ضرب سه عدد رو شده ۱۲ باشد را به‌دست آورید.

ابتدا حالت‌هایی را که حاصل‌ضرب اعداد ظاهرشده در تاس‌ها ۱۲ می‌شود، به‌همراه تعداد جایگشت‌های آن ها می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l}۲,۲,۳:\text{تعداد جایگشت‌ها}=\frac{۳!}{۲!}=۳\\ ۱,۲,۶:\text{تعداد جایگشت‌ها}=۳!=۶\\ ۱,۳,۴:\text{تعداد جایگشت‌ها}=۳!=۶\end{array}\right\}\to n(A)=۳+۶+۶=۱۵$$

توجه کنید که فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=۶^۳$ است.

پس $P(X=۱۲)=\frac{۱۵}{۶^۳}=\frac{۵}{۷۲}$ است.

۱۶۲.گزینه ۴

چون دو کارت را با جایگذاری بر می داریم فضای نمونه می‌شود:

$$n(S)=\binom{۱۸}{۱}\times\binom{۱۸}{۱}=۱۸\times۱۸$$

از ۱ تا ۱۸ نه عدد فرد وجود دارد یعنی:

$$n(A)=\binom{۹}{۱}\times\binom{۹}{۱}=۹\times۹$$

پس $P(A)=\frac{۹\times۹}{۱۸\times۱۸}=\frac{۱}{۴}$ است.

۱۶۳.گزینه ۲ فضای نمونه‌ای برابر $n(S)=۶^۳=۲۱۶$ است. مقسوم‌علیه‌های عدد ۸ عبارتند از ۱ و ۲ و ۴ ، پس باید در هر ۳ پرتاب یکی از اعداد ۱ ، ۲ یا ۴ ظاهر شوند بنابراین هر پرتاب ۳ حالت دارد.

$$\boxed{۳}\times\boxed{۳}\times\boxed{۳}=۲۷\to n(A)=۲۷$$

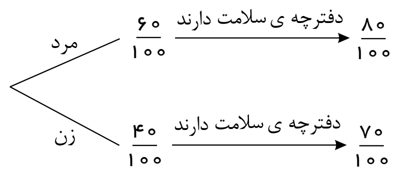
پس $P(A)=\frac{۲۷}{۲۱۶}=\frac{۱}{۸}$ است.

۱۶۴.گزینه ۲ از ۳۶ حالت دو تاس، حالت‌های $(۵,۱)$، $(۶,۱)$، $(۶,۲)$، $(۱,۵)$، $(۲,۶)$ و $(۱,۶)$ را نداریم، چون اختلاف از ۳ بیشتر است پس $n(S)=۳۰$ است.

$$A=\{(۲,۲),(۲,۴)(۶,۶),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶),(۶,۴)\}\to n(A)=۷$$

پس $P(A)=\frac{۷}{۳۰}$ است.

۱۶۵.گزینه ۴



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۸۰}{۱۰۰}\right) + \left(\frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۷۰}{۱۰۰}\right) = \frac{۴۸}{۱۰۰} + \frac{۲۸}{۱۰۰} = \frac{۷۶}{۱۰۰} = ۰/۷۶$$

۱۶۶.گزینه ۱ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند $P(A|B)=P(A)$ و $P(B|A)=P(B)$ است.

$$P(A|B)+P(B|A)=\frac{۱}{۲} \to P(A)+P(B)=\frac{۱}{۲}$$

احتمال آنکه حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد یعنی $P(A\cup B)$ را حساب کنید.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲۴}=\frac{۱۱}{۲۴}$$

۱۶۷.گزینه ۲ اگر پیشامد A، آن باشد که سکه پشت بیاید و پیشامد B آن باشد که تاس، عدد ۵ بیاید، آن‌گاه پیشامدهای A و B مستقل‌اند پس:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$P(A\cup B)=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۶}-(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۶})=\frac{۶+۲-۱}{۱۲}=\frac{۷}{۱۲}$$

۱۶۸.گزینه ۱ پیروزی در این مسأله، یعنی دیر به مدرسه رسیدن

$$\begin{cases} n=۵ \\ k=۳ \to \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۵}{۳}\cdot\left(\frac{۲}{۱۰}\right)^۳\cdot\left(\frac{۸}{۱۰}\right)^۲=(۱۰)\left(\frac{۸}{۱۰۰۰}\right)\left(\frac{۶۴}{۱۰۰}\right)=\frac{۵۱۲}{۱۰۰۰۰}=۰/۰۵۱۲ \\ p=\frac{۲}{۱۰} \end{cases}$$

۱۶۹.گزینه ۳

$$n(S)=۶^۳=۲۱۶$$

اگر حاصل‌ضرب سه عدد رو شده تاس‌ها اول باشد یعنی دو تا از تاس‌ها یک و تاس سوم عددی اول آمده است یعنی:

$$\left.\begin{array}{l} ۱,۱,۲ \to \frac{۳!}{۲!}=۳ \\ ۱,۱,۳ \to \frac{۳!}{۲!}=۳ \\ ۱,۱,۵ \to \frac{۳!}{۲!}=۳ \end{array}\right\} \to n(A)=۹$$

پس $P(A)=\frac{۹}{۲۱۶}=\frac{۱}{۲۴}$ است.

۱۷۰.گزینه ۲

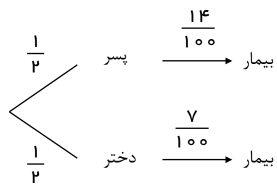
$$n(S)=\binom{۱۲}{۳}=\frac{۱۲\times۱۱\times۱۰}{۶}=۲۲۰$$

هر ۳ مهره همرنگ باشند یعنی هر۳ مهره سیاه یا هر۳ مهره قرمز یا هر ۳ مهره زرد باشند.

$$n(A)=\binom{۴}{۳}+\binom{۳}{۳}+\binom{۵}{۳}=۴+۱+۱۰=۱۵$$

پس $P(A)=\frac{۱۵}{۲۲۰}=\frac{۳}{۴۴}$ است.

۱۷۱.گزینه ۱



احتمال مطلوب $= (\frac{۱}{۲} \times \frac{۱۴}{۱۰۰}) + (\frac{۱}{۲} \times \frac{۷}{۱۰۰}) = \frac{۲۱}{۲۰۰} = ۰/۱۰۵$

۱۷۲.گزینه ۲ اگر تعداد مهره‌های سبز را x در نظر بگیریم، در کیسه ۴ مهره‌ی سیاه و x مهره‌ی سبز و در کل $x+۴$ مهره وجود دارد.

$$n(S) = \binom{x+۴}{۲} = \frac{(x+۴)(x+۳)}{۲}$$

هر دو سبز یا هر دو سیاه $\rightarrow n(A) = \binom{۴}{۲} + \binom{x}{۲} = ۶ + \frac{x(x-۱)}{۲}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \rightarrow \frac{۳}{۷} = \frac{۶ + \frac{x(x-۱)}{۲}}{\frac{(x+۴)(x+۳)}{۲}} \rightarrow \frac{۳}{۷} = \frac{۱۲ + x^۲ - x}{x^۲ + ۷x + ۱۲}$$

$$\rightarrow ۸۴ + ۷x^۲ - ۷x = ۳x^۲ + ۲۱x + ۳۶ \rightarrow ۴x^۲ - ۲۸x + ۴۸ = ۰ \rightarrow x^۲ - ۷x + ۱۲ = ۰$$

$$\rightarrow (x-۴)(x-۳) = ۰ \rightarrow x = ۴, x = ۳$$

توجه کنید که $\frac{n(n-۱)}{۲} = \binom{n}{۲}$ است.

۱۷۳.گزینه ۳

$$P(A') = \frac{۲}{۳} \rightarrow P(A) = \frac{۱}{۳} \quad , \quad P(B') = \frac{۳}{۴} \rightarrow P(B) = \frac{۱}{۴}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۶}{۱۲} = \frac{۱}{۲} \quad , \quad P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۱۲}$$

پس: $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۱۲}} = ۶$

۱۷۴.گزینه ۳ در این مسأله، پیروزی یعنی گل شدن پنالتی.

$$\begin{cases} n = ۱۰ \\ k = ۱ \\ p = \frac{۸}{۱۰} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k} = \binom{۱۰}{۱} \left(\frac{۸}{۱۰}\right)^۱ \cdot \left(\frac{۲}{۱۰}\right)^۹ = (۱۰) \left(\frac{۸}{۱۰}\right) \left(\frac{۱}{۵}\right)^۹ = \frac{۸}{۵^۹}$$

۱۷۵.گزینه ۲ فضای نمونه‌ای این آزمایش برابر $n(S) = \binom{۸}{۳} = \frac{۸ \times ۷ \times ۶}{۶} = ۵۶$ است. توجه کنید $P(X=۲)$ یعنی احتمال اینکه ۲ مهره‌ی سفید و یک مهره‌ی سیاه خارج شده باشد را بدست آورید.

دو مهره‌ی سفید و یک مهره‌ی سیاه $\rightarrow n(A) = \binom{۳}{۲} \times \binom{۵}{۱} = ۳ \times ۵ = ۱۵$

پس $P(X=۲) = \frac{۱۵}{۵۶}$ است.

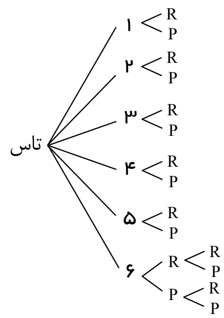
۱۷۶.گزینه ۲ $X \leq ۲$ ، یعنی حداکثر دوباره آزمایش کنیم. پس در بار اول یا بار دوم کار تمام شده است.

$P(X\leq ۲)=P(X=۱)+P(X=۲)$

احتمال هر دو سکه رو، برابر $\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}$ است.

$$\left.\begin{array}{l} P(X=۱)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴} \\ P(X=۲)=(۱-\frac{۱}{۴})\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۱۶} \end{array}\right\}\rightarrow\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۱۶}=\frac{۷}{۱۶}$$

.۱۷۷ گزینه ۲ با استفاده از نمودار درختی داریم:



$$\Rightarrow n(S)=(۵\times۲)+(۱\times۴)=۱۴$$

.۱۷۸ گزینه ۳ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=۶^۴$ است. تعداد حالت‌هایی که اعداد تاس‌ها متمایز و مخالف ۶ باشند برابر است با:

$$n(A)=\underbrace{۵}_{\text{تاس اول}}\times\underbrace{۴}_{\text{تاس دوم}}\times\underbrace{۳}_{\text{تاس سوم}}\times\underbrace{۲}_{\text{تاس چهارم}}$$

پس $\frac{۵}{۵۴}=\frac{۵\times۴\times۳\times۲}{۶^۴}=P(A)$ است.

.۱۷۹ گزینه ۱ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S)=\binom{۵}{۲}\times\binom{۶}{۲}=۱۵۰$ است. با توجه به اینکه همه‌ی اعضای Y زوج هستند مجموع دو عدد انتخاب شده از Y همواره زوج است. بنابراین مجموع چهار عدد انتخاب شده در صورتی زوج است که مجموع دو عدد انتخاب شده از X زوج باشد یعنی باید هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد باشند.

$$n(A)=\underbrace{\binom{۳}{۲}}_{X\ \text{دو عدد زوج از}}\times\underbrace{\binom{۵}{۲}}_{Y\ \text{دو عضو از}}+\underbrace{\binom{۳}{۲}}_{X\ \text{دو عدد فرد از}}\times\underbrace{\binom{۵}{۲}}_{Y\ \text{دو عضو از}}=۳۰+۳۰=۶۰$$

پس $\frac{۲}{۵}=\frac{۶۰}{۱۵۰}=P(A)$ است.

.۱۸۰ گزینه ۴ روش اول:

$$P\ (\text{مهره‌ی دوم سبز})=P\ (\text{مهره‌ی اول سبز})\times P\ (\text{مهره‌ی دوم سبز})+P\ (\text{مهره‌ی اول غیر سبز})\times P\ (\text{مهره‌ی دوم سبز})$$

$$=\left(\frac{۴}{۱۳}\times\frac{۳}{۱۲}\right)+\left(\frac{۹}{۱۳}\times\frac{۴}{۱۲}\right)=\frac{۴۸}{۱۲\times۱۳}=\frac{۴}{۱۳}$$

روش دوم: چون حرفی از رنگ مهره‌ی اول برداشته شده، نشده است پس فرض می‌کنیم آن را اصلاً از جعبه خارج نکرده‌ایم. یعنی:

$\frac{۴}{۱۳}=P\ (\text{سبز})$ است.

۱۸۱.گزینه ۱

$\frac{۱}{۲}$ جعبه ی اول $\longrightarrow$ رنگ مهره ها متمایز : $\dfrac{\binom{۳}{۱}\times\binom{۲}{۱}}{\binom{۵}{۲}}=\dfrac{۶}{۱۰}$

$\frac{۱}{۲}$ جعبه ی دوم $\longrightarrow$ رنگ مهره ها متمایز : $\dfrac{\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۷}{۲}}=\dfrac{۱۲}{۲۱}$

احتمال مطلوب $=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۶}{۱۰})+(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۲}{۲۱})=\frac{۳}{۱۰}+\frac{۲}{۷}=\frac{۲۱+۲۰}{۷۰}=\frac{۴۱}{۷۰}$

۱۸۲.گزینه ۲ اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند $P(A|B)=P(A)$ و $P(B|A)=P(B)$ است.

$$۲P(B|A)=P(A|B)=\frac{۱}{۳}\xrightarrow{A,B\ \text{مستقل}}۲P(B)=P(A)=\frac{۱}{۳}\to P(A)=\frac{۱}{۳}\ ,\ P(B)=\frac{۱}{۶}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\xrightarrow{A,B\ \text{مستقل}}P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$$

$$\to P(A\cup B)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}-\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۶}\right)=\frac{۸}{۱۸}=\frac{۴}{۹}$$

۱۸۳.گزینه ۴

$$P\ (\text{مهره‌ی اول سبز است و مهره‌ی دوم قرمز نیست})=\frac{۴}{۹}\times\frac{\overbrace{۶}^{\text{۳ سبز و ۳سفید}}}{\underbrace{۸}_{\text{۳ سبز و ۳سفید و ۲ قرمز}}}=\frac{۲۴}{۷۲}=\frac{۱}{۳}$$

۱۸۴.گزینه ۳

در این مسأله، پیروزی یعنی مبتلا شدن به بیماری

$$\begin{cases}n=۵\\k=۳\\p=\frac{۵}{۱۰}\end{cases}\to\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۵}{۳}\cdot\left(\frac{۵}{۱۰}\right)^۳\cdot\left(\frac{۵}{۱۰}\right)^۲=(۱۰)\left(\frac{۶۲۵}{۱۰۰۰}\right)\left(\frac{۲۵}{۱۰۰}\right)=\frac{۳۱۲۵}{۱۰۰۰۰}$$
$$=۰/۳۱۲۵$$

۱۸۵.گزینه ۱ منظور از $P(X=۸)$ محاسبه‌ی احتمال آن است که مجموع اعداد ظاهر شده در دو پرتاب برابر ۸ شود.

$$n(S)=۶^۲=۳۶$$

$$A=\{(۲,۶)(۶,۲),(۳,۵),(۵,۳),(۴,۴)\}\to n(A)=۵$$

پس $P(X=۸)=\frac{۵}{۳۶}$ است.

۱۸۶.گزینه ۲

$$\left.\begin{array}{l}P(A|B')=\frac{۳}{۵}\to\dfrac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{۳}{۵}\\ P(B'|A)=\frac{۵}{۷}\to\dfrac{P(A\cap B')}{P(A)}=\frac{۵}{۷}\end{array}\right\}\xrightarrow[\text{تقسیم می کنیم}]{\text{دو رابطه را بر هم}}\frac{\frac{P(A\cap B')}{P(B')}}{\frac{P(A\cap B')}{P(A)}}=\frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{۵}{۷}}\to\frac{P(A)}{P(B')}=\frac{۲۱}{۲۵}$$

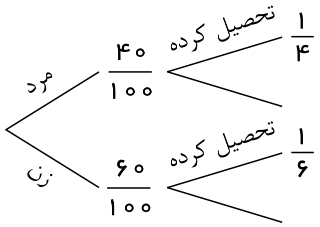
پس: $\dfrac{۱-P(A')}{۱-P(B)} = \dfrac{P(A)}{P(B')} = \dfrac{۲۱}{۲۵}$

۱۸۷.گزینه ۳ در این مسأله، پیروزی یعنی جوانه زدن

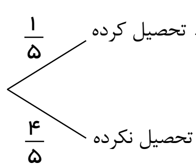
$$\begin{cases} n = ۱۰ \\ k = ۱ \\ p = \dfrac{۹۰}{۱۰۰} = \dfrac{۹}{۱۰} \end{cases}$$

$$\rightarrow \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k} = \binom{۱۰}{۱} \cdot \left(\frac{۹}{۱۰}\right)^۱ \cdot \left(\frac{۱}{۱۰}\right)^۹ = ۱۰ \times \frac{۹}{۱۰} \times \frac{۱}{۱۰^۹} = ۹ \times ۱۰^{-۹}$$

۱۸۸.گزینه ۴



احتمال اینکه فردی تحصیل کرده باشد $= \left(\dfrac{۴۰}{۱۰۰} \times \dfrac{۱}{۴}\right) + \left(\dfrac{۶۰}{۱۰۰} \times \dfrac{۱}{۶}\right) = \dfrac{۱}{۱۰} + \dfrac{۱}{۱۰} = \dfrac{۱}{۵}$



$$\xrightarrow[\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k}]{n=۳\,,\ k=۱\,,\ p=\frac{۱}{۴}} \binom{۳}{۱} \cdot \left(\frac{۱}{۴}\right)^۱ \cdot \left(\frac{۳}{۴}\right)^۲ = (۳)\left(\frac{۱}{۴}\right)\left(\frac{۹}{۱۶}\right) = \frac{۲۷}{۶۴}$$

$$\xrightarrow[\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k}]{n=۲\,,\ k=۱\,,\ p=\frac{۱}{۴}} \binom{۲}{۱} \cdot \left(\frac{۱}{۴}\right)^۱ \cdot \left(\frac{۳}{۴}\right)^۱ = (۲)\left(\frac{۱}{۴}\right)\left(\frac{۳}{۴}\right) = \frac{۶}{۱۶}$$

احتمال مطلوب $= \left(\dfrac{۱}{۵} \times \dfrac{۲۷}{۶۴}\right) + \left(\dfrac{۴}{۵} \times \dfrac{۶}{۱۶}\right) = \left(\dfrac{۱}{۵} \times \dfrac{۲۷}{۶۴}\right) + \left(\dfrac{۴}{۵} \times \dfrac{۳}{۸}\right) = \dfrac{۲۷}{۳۲۰} + \dfrac{۱۲}{۴۰} = \dfrac{۱۲۳}{۳۲۰}$

۱۸۹.گزینه ۴ ۲ تیر اول و سوم به هدف خورده است و می‌خواهیم حداقل ۳ تیر به هدف بخورد پس باید حداقل یک تیر از ۴ تیر باقی‌مانده (تیرهای دوم، چهارم، پنجم و ششم) به هدف بخورد.

برای این منظور از متمم استفاده می‌کنیم یعنی احتمال اینکه صفر تیر از چهار تیر پرتاب شده به هدف بخورد را حساب کرده و حاصل را از یک کم می‌کنیم.

$$\begin{cases} n = ۴ \\ k = ۰ \\ p = \dfrac{۱}{۳} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k} \cdot p^k (۱-p)^{n-k} = \binom{۴}{۰} \cdot \left(\frac{۱}{۳}\right)^۰ \cdot \left(\frac{۲}{۳}\right)^۴ = ۱ \times ۱ \times \frac{۱۶}{۸۱} = \frac{۱۶}{۸۱}$$

احتمال مطلوب $= ۱ - \dfrac{۱۶}{۸۱} = \dfrac{۶۵}{۸۱}$

۱۹۰.گزینه ۴ چون حداقل یکی از فرزندان پسر است بنابراین حالتی که هر ۴ فرزند دختر باشند وجود ندارد پس فضای نمونه‌ی جدید $۲^۴ - ۱ = ۱۵$ می‌شود.

دقیقاً ۳ پسر $\rightarrow PPPD \rightarrow n(A) = \dfrac{۴!}{۳!} = ۴$

پس $P(A) = \dfrac{۴}{۱۵}$ است.

۱۹۱.گزینه ۱ فضای نمونه‌ی جدید برابر $۲۷ = ۳^۳ = ۳ \times ۳ \times ۳$ است.

(عدد هر سه تاس متمایز باشد به شرط آنکه عدد تاس‌ها فرد باشد)P $-$ (حداقل دو تاس یکسان باشد به شرط آنکه عدد تاس‌ها فرد باشد)

$= ۱ - \dfrac{۳ \times ۲ \times ۱}{۲۷} = ۱ - \dfrac{۲}{۹} = \dfrac{۷}{۹}$

۱۹۲.گزینه ۱

جعبه ی A $\frac{۱}{۲}$ $\xrightarrow{\text{هرسه قرمز}}$ $\dfrac{\binom{۳}{۳}}{\binom{۵}{۳}} = \dfrac{۱}{۱۰}$

جعبه ی B $\frac{۱}{۲}$ $\xrightarrow{\text{هرسه قرمز}}$ $\dfrac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۷}{۳}} = \dfrac{۴}{۳۵}$

$$\text{احتمال مطلوب} = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۱۰}) + (\frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳۵}) = \frac{۱}{۲۰} + \frac{۲}{۳۵} = \frac{۷۵}{۲۰ \times ۳۵} = \frac{۳}{۲۸}$$

۱۹۳.گزینه ۲ **منظور سوال این است که در شش بار پرتاب اول سکه دقیقاً دو بار"رو" ظاهر شود ودر پرتاب هفتم نیز "رو" ظاهر شود.**

احتمال آنکه در شش پرتاب اول سکه دقیقاً دو بار رو ظاهر شود $\frac{۱۵}{۶۴}$ است.

$$n(S) = ۲^{۶} = ۶۴\,,\ \ RRPPPP \to n(A) = \frac{۶!}{۴!۲!} = ۱۵$$

در ضمن احتمال آنکه در پرتاب هفتم "رو" بیاید $\frac{۱}{۲}$ است پس داریم:

$$P(A) = \frac{۱۵}{۶۴} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱۵}{۱۲۸}$$

۱۹۴.گزینه ۳ **در پرتاب این دو تاس، ۳۶ حالت رخ می‌دهد که در ۶ حالت از این ۳۶ حالت، مجموع عددهای ظاهر شده صفر است.**

$$A = \{(۱,-۱),(-۱,۱),(۲,-۲),(-۲,۲),(۳,-۳),(-۳,۳)\} \to n(A) = ۶$$

در این مسأله، پیروزی یعنی مجموع اعداد ظاهر شده صفر باشد.

$$\begin{cases} n = ۴ \\ k = ۲ \\ p = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶} \end{cases} \to \binom{n}{k} \cdot p^{k} \cdot (۱-p)^{n-k} = \binom{۴}{۲} \cdot (\frac{۱}{۶})^{۲} \cdot (\frac{۵}{۶})^{۲} = (۶)(\frac{۱}{۳۶})(\frac{۲۵}{۳۶}) = \frac{۲۵}{۲۱۶}$$

۱۹۵.گزینه ۳

P **(تحصیلات دانشگاهی یا مهارت گلدوزی)**

= P **(تحصیلات دانشگاهی)** + P **(مهارت گلدوزی)** − P $\underbrace{\text{(تحصیلات دانشگاهی و مهارت گلدوزی)}}_{\text{مستقل}}$

= P **(تحصیلات دانشگاهی)** + P **(مهارت گلدوزی)** − P **(تحصیلات دانشگاهی)** × P **(مهارت گلدوزی)**

$$= \frac{۴۰}{۱۰۰} + \frac{۵۰}{۱۰۰} - (\frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۵۰}{۱۰۰}) = \frac{۲}{۵} + \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۵} = \frac{۷}{۱۰} = ۰/۷$$

تحصیلات دانشگاهی یا مهارت گلدوزی ۰/۷ $\dfrac{n = ۳ \ ، \ K = ۱ \ ، \ P = \frac{۱}{۴}}{\binom{n}{K} P^{K}(۱-P)^{n-K}}$ $\binom{۳}{۱} \cdot (\frac{۱}{۴})^{۱} \cdot (\frac{۳}{۴})^{۲} = ۳ \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۹}{۱۶} = \frac{۲۷}{۶۴}$

غیر این صورت ۰/۳ $\dfrac{n = ۴ \ ، \ K = ۱ \ ، \ P = \frac{۱}{۴}}{\binom{n}{K} P^{K}(۱-P)^{n-K}}$ $\binom{۴}{۱} \cdot (\frac{۱}{۴})^{۱} \cdot (\frac{۳}{۴})^{۳} = ۴ \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۲۷}{۶۴} = \frac{۲۷}{۶۴}$

$$\text{احتمال مطلوب} = (۰/۷ \times \frac{۲۷}{۶۴}) + (۰/۳ \times \frac{۲۷}{۶۴}) = \underbrace{\frac{۲۷}{۶۴}}_{\text{فاکتور}}\underbrace{(۰/۷ + ۰/۳)}_{۱} = \frac{۲۷}{۶۴}$$

۱۹۶.گزینه ۱ **منظور سوال این می‌باشد که تاسی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه ۳ بار زوج ظاهر شود را به دست آورید. پس در این سوال، پیروزی یعنی زوج ظاهر شدن تاس.**

$$\begin{cases} n=۵ \\ k=۳ \\ p=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲} \text{(احتمال زوج ظاهرشدن)} \end{cases}$$

$$\rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(۱-p)^{n-k}=\binom{۵}{۳}\cdot\left(\frac{۱}{۲}\right)^۳\cdot\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲=(۱۰)(\frac{۱}{۸})(\frac{۱}{۴})=\frac{۱۰}{۳۲}=\frac{۵}{۱۶}$$

۱۹۷.گزینه ۳

$$n(S)=\binom{۹}{۳}=\frac{۹\times۸\times۷}{۶}=۸۴$$

یکی از مهره‌ها باید سفید باشد و دو مهره‌ی دیگر باید از بین ۵ مهره‌ی قرمز و سیاه باشد.

$$n(A)=\binom{۴}{۱}\times\binom{۵}{۲}=۴\times۱۰=۴۰$$

پس $P(A)=\frac{۴۰}{۸۴}=\frac{۱۰}{۲۱}$ است.

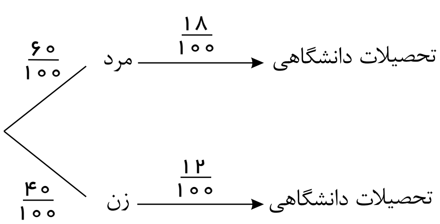
۱۹۸.گزینه ۲ باتوجه به اینکه ۲ فرزند اول این خانواده پسر هستند و می‌خواهیم که این خانواده حداقل ۵ پسر داشته باشد بنابراین در پنج فرزند بعدی باید حداقل ۳ پسر وجود داشته باشد.

$$n(S)=۲^۵=۳۲$$

حداقل ۳ پسر $\rightarrow PPPDD$ یا $PPPPD$ یا $PPPPP \rightarrow n(A)=\frac{۵!}{۳!\,۲!}+\frac{۵!}{۴!}+۱=۱۰+۵+۱=۱۶$

پس $P(A)=\frac{۱۶}{۳۲}=\frac{۱}{۲}$ است.

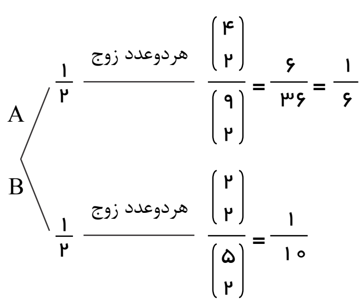
۱۹۹.گزینه ۲



$$\text{احتمال مطلوب}=(\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۱۸}{۱۰۰})+(\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۱۲}{۱۰۰})=\frac{۱۰۸+۴۸}{۱۰۰۰}=\frac{۱۵۶}{۱۰۰۰}=۱۵/۶\%$$

۲۰۰.گزینه ۳ ابتدا باید یکی از مجموعه‌ها را انتخاب و سپس دو عدد از آن انتخاب کنیم.

با استفاده از نمودار درختی داریم:



$$\Rightarrow \text{احتمال مطلوب}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۱۰}=\frac{۸}{۶۰}=\frac{۲}{۱۵}$$

۲۰۱.گزینه ۳

$\frac{۳}{۵}$ از کیسه ی A ، مهره ی آبی برداریم $\xrightarrow{\boxed{\text{B ۴ آبی ۱ قرمز}}}$ $\frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۵}{۲}} = \frac{۶}{۱۰}$ (هردومهره آبی باشند)

$\frac{۲}{۵}$ از کیسه ی A ، مهره ی قرمز برداریم $\xrightarrow{\boxed{\text{B ۳ آبی ۲ قرمز}}}$ $\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۵}{۲}} = \frac{۳}{۱۰}$ (هردومهره آبی باشند)

$$\left(\frac{۳}{۵} \times \frac{۶}{۱۰}\right) + \left(\frac{۲}{۵} \times \frac{۳}{۱۰}\right) = \frac{۲۴}{۵۰} = ۰/۴۸$$

احتمال مطلوب=

۲۰۲.گزینه ۴ روش اول:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\xrightarrow{A,B \text{ مستقل هستند}} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = ۰/۹ + ۰/۸ - \underbrace{(۰/۹)(۰/۸)}_{۰/۷۲} = ۰/۹۸$$

روش دوم:

$$P\,(\text{حداقل یکی}) = ۱ - P\,(\text{هیچ کدام}) = ۱ - P(A' \cap B')$$
$$= ۱ - P(A') \cdot P(B') = ۱ - (۰/۱)(۰/۲) = ۱ - ۰/۰۲ = ۰/۹۸$$

۲۰۳.گزینه ۳

$$P(\underbrace{A \cup B}_{\text{لااقل یکی}}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\xrightarrow{A,B \text{ مستقل هستند.}} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = ۰/۸۴ + ۰/۷۵ - \underbrace{(۰/۸۴)(۰/۷۵)}_{۰/۶۳} = ۰/۹۶$$

۲۰۴.گزینه ۳ در این مسأله، پیروزی یعنی به هدف اصابت کردن.

$$\begin{cases} n = ۵ \\ k = ۴ \text{ یا } ۵ \\ p = \frac{۳}{۴} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k} = \binom{۵}{۴}\left(\frac{۳}{۴}\right)^۴\left(\frac{۱}{۴}\right) + \binom{۵}{۵}\left(\frac{۳}{۴}\right)^۵\left(\frac{۱}{۴}\right)^۰$$

$$= (۵)\left(\frac{۳}{۴}\right)^۴\left(\frac{۱}{۴}\right) + (۱)\left(\frac{۳}{۴}\right)^۰(۱) = \left(\frac{۳}{۴}\right)^۴\left(\frac{۵}{۴} + \frac{۳}{۴}\right) = \frac{۳^۴}{۴^۴} \times ۲ = \frac{۳^۴}{۲^۷} = \frac{۸۱}{۱۲۸}$$

۲۰۵.گزینه ۱ تعداد باسوادها بیش‌تر باشد یعنی از ۴ نفر انتخابی ۳ یا ۴ نفر باسواد باشند.

$$\begin{cases} n = ۴ \\ k = ۳ \text{ یا } ۴ \\ p = \frac{۴}{۵} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k} = \binom{۴}{۳} \cdot \left(\frac{۴}{۵}\right)^۳ \cdot \left(\frac{۱}{۵}\right)^۱ + \binom{۴}{۴} \cdot \left(\frac{۴}{۵}\right)^۴ \cdot \left(\frac{۱}{۵}\right)^۰$$

$$= ۴ \times \frac{۶۴}{۱۲۵} \times \frac{۱}{۵} + ۱ \times \frac{۲۵۶}{۶۲۵} \times ۱ = \frac{۲۵۶}{۶۲۵} + \frac{۲۵۶}{۶۲۵} = \frac{۵۱۲}{۶۲۵}$$

۲۰۶.گزینه ۲ برای حل این مسأله از فرمول $\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (۱-p)^{n-k}$ استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} n=5 \\ k=4 \\ p=\frac{14}{15} \end{cases} , \begin{cases} n=5 \\ k=3 \\ p=\frac{14}{15} \end{cases} \rightarrow \frac{\binom{5}{4}\cdot(\frac{14}{15})^4\cdot(\frac{1}{15})^1}{\binom{5}{3}\cdot(\frac{14}{5})^3\cdot(\frac{1}{15})^2}=\frac{(5)(\frac{14}{15})}{(10)(\frac{1}{15})}=\frac{70}{10}=7$$

۲۰۷.گزینه ۲ در این مسأله، پیروزی یعنی «رو» ظاهر شدن

در پنج پرتاب اول ۳ بار رو ظاهر می‌شود $\begin{cases} n=5 \\ k=3 \\ p=\frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}=\binom{5}{3}\cdot(\frac{1}{2})^3\cdot(\frac{1}{2})^2=(10)(\frac{1}{8})(\frac{1}{4})=\frac{5}{16}$

در پنج پرتاب دوم حداقل ۴ بار رو ظاهر می‌شود $\begin{cases} n=5 \\ k=\text{۴ یا ۵} \\ p=\frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}=\binom{5}{4}\cdot(\frac{1}{2})^4\cdot(\frac{1}{2})^1+\binom{5}{5}\cdot(\frac{1}{2})^5\cdot(\frac{1}{2})^0$

$=(5)(\frac{1}{16})(\frac{1}{2})+(1)(\frac{1}{32})(1)=\frac{6}{32}$

احتمال مطلوب $=\frac{5}{16}\times\frac{6}{32}=\frac{5}{16}\times\frac{3}{16}=\frac{15}{256}$

۲۰۸.گزینه ۴ احتمال پیروزی و موفقیت این بسکتبالیست $p=\frac{6}{10}$ است. چون این ورزشکار در پرتاب ششم توپ را داخل سبد انداخته است، برای آن‌که در این ۶ پرتاب، ۳ پرتاب موفقیت آمیز داشته باشد (نصف پرتاب‌ها) باید از بین ۵ پرتاب اول وی، ۲ پرتاب را با موفقیت انجام داده باشد.

$$\begin{cases} n=5 \\ k=2 \\ p=\frac{6}{10} \end{cases} \Rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}=\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{6}{10}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{10}\right)^3=(10)(\frac{36}{100})(\frac{64}{1000})=\frac{2304}{10000}$$

$=0{,}2304$

۲۰۹.گزینه ۱ چون گفته شده اعداد ظاهر شده متمایز هستند پس فضای نمونه‌ای جدید برابر است با:

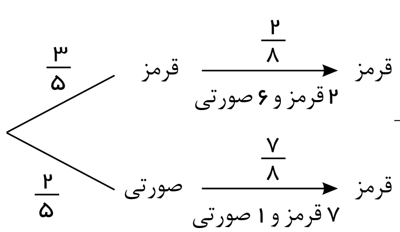
$n(S)=6\times5\times4=120$

اگر سه عدد رو شده کمتر از ۵ باشند این حالت‌ها را خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} 1,2,3 \xrightarrow{\text{جابجائی}} 3!=6 \\ 1,2,4 \xrightarrow{\text{جابجائی}} 3!=6 \\ 1,3,4 \xrightarrow{\text{جابجائی}} 3!=6 \\ 2,3,4 \xrightarrow{\text{جابجائی}} 3!=6 \end{array}\right. \rightarrow n(A)=24$$

پس $P(A)=\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$است.

۲۱۰.گزینه ۳



$\rightarrow$ احتمال مطلوب $=\left(\frac{3}{5}\times\frac{2}{8}\right)+\left(\frac{2}{5}\times\frac{7}{8}\right)=\frac{20}{40}=\frac{1}{2}$

۲۱۱.گزینه ۱ در این مسأله، پیروزی یعنی رنگ چشم مغلوب داشتن

$$\begin{cases} n=4 \\ k=3 \\ p=\frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}=\binom{4}{3}\cdot(\frac{1}{4})^3\cdot(\frac{3}{4})^1=(4)(\frac{1}{64})(\frac{3}{4})=\frac{3}{64}$$

۲۱۲.گزینه ۴ باتوجه به فرمول $\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$ داریم:

$$\frac{P(\text{۴ بار پیروزی})}{P(\text{۳ بار پیروزی})}=\frac{\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{3}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2}{\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3}=\underbrace{\frac{(15)\left(\frac{3}{4}\right)}{(20)\left(\frac{1}{4}\right)}}_{5}=3\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{9}{4}$$

۲۱۳.گزینه ۱ در این مسأله، پیروزی یعنی پاسخ درست دادن

$$\begin{cases} n=6 \\ k=3 \\ p=\frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}=\binom{6}{3}\cdot(\frac{1}{4})^3\cdot(\frac{3}{4})^3=(20)(\frac{1}{64})(\frac{27}{64})=\frac{5\times 27}{16\times 64}=\frac{135}{1024}$$

۲۱۴.گزینه ۴ در این مسأله، پیروزی یعنی جوانه زدن. و دقت کنید که حداقل سه دانه جوانه بزنند یعنی سه دانه یا چهار دانه جوانه بزند.

$$\begin{cases} n=4 \\ k=3 \text{ یا } 4 \\ p=\frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}=\binom{4}{3}\cdot(\frac{2}{3})^3\cdot(\frac{1}{3})^1+\binom{4}{4}\cdot(\frac{2}{3})^4\cdot(\frac{1}{3})^0$$

$$=(4)(\frac{8}{27})(\frac{1}{3})+(1)(\frac{16}{81})(1)=\frac{32}{81}+\frac{16}{81}=\frac{48}{81}=\frac{16}{27}$$

۲۱۵.گزینه ۴ می‌دانیم: $\boxed{P(B\cap A')=P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)}$

$$P(A'\mid B)=\frac{P(B\cap A')}{P(B)}=\frac{P(B-A)}{P(B)}=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0/6-0/2}{0/6}=\frac{0/4}{0/6}=\frac{2}{3}$$

۲۱۶.گزینه ۱ فضای نمونه‌ی آزمایش $n(S)=\binom{20}{3}$ است.

تعداد حالاتی که از سه نفر انتخاب‌شده، یک نفر عینکی است. $\rightarrow n(A)=\binom{8}{1}\times\binom{12}{2}$

پس $P(A)=\frac{\binom{8}{1}\binom{12}{2}}{\binom{20}{3}}=\frac{8\times\frac{12\times 11}{2}}{\frac{20\times 19\times 18}{6}}=\frac{44}{95}$ است.

۲۱۷.گزینه ۱

گلدان A: $\frac{1}{2}\xrightarrow{\text{یک قرمز}}\frac{\binom{3}{1}\binom{2}{2}}{\binom{5}{3}}=\frac{3}{10}$

گلدان B: $\frac{1}{2}\xrightarrow{\text{یک قرمز}}\frac{\binom{5}{1}\binom{2}{2}}{\binom{7}{3}}=\frac{5}{35}=\frac{1}{7}$

$$\text{احتمال مطلوب}=(\frac{1}{2}\times\frac{3}{10})+(\frac{1}{2}\times\frac{1}{7})=\frac{3}{20}+\frac{1}{14}=\frac{31}{140}$$

۲۱۸.گزینه ۳

فضای نمونه برابر $n(S)=۶^۵$ است.

برای آنکه اعداد ظاهر شده در پرتاب تاس‌ها تشکیل یک دنباله‌ی هندسی بدهند تنها حالت ممکن آن است که هر ۵ عد ظاهر شده یکسان باشند (دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت ۱) که شش حالت دارد. پس $P(A)=\frac{۶}{۶^۵}=\frac{۱}{۶^۴}$ است.

۲۱۹.گزینه ۲

$$P\text{(حداقل یکی از تاس‌ها مضرب ۳ باشند)}=۱-P\text{(هیچ‌کدام از تاس‌ها مضرب ۳ نباشند)}$$

$$=۱-\frac{۴}{۶}\times\frac{۴}{۶}\times\frac{۴}{۶}=۱-\frac{۸}{۲۷}=\frac{۱۹}{۲۷}$$

دقت کنید در تاس، ۴ عدد ۵،۴،۲،۱ مضرب ۳ نمی‌باشند.

۲۲۰.گزینه ۱

فضای نمونه‌ای دارای $n(S)=۶^۳$ عضو است.

حال اعضای پیشامد مطلوب را می‌نویسیم :

حسن	علی
۱	$(۱,۱)$
۲	$(۱,۲)(۲,۱)$
۳	$(۱,۳)(۳,۱)$
۴	$(۱,۴)(۴,۱)(۲,۲)$
۵	$(۱,۵)(۵,۱)$
۶	$(۱,۶)(۶,۱)(۳,۲)(۲,۳)$

$\Longrightarrow n(A)=۱۴$

پس $P(A)=\frac{۱۴}{۶^۳}=\frac{۷}{۱۰۸}$ است.

۲۲۱.گزینه ۲ اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند آن‌گاه $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ است. با فرض $P(A)=a$ و $P(B)=b$ مسأله به این صورت درمی‌آید: «اگر $a+b=\frac{۲}{۵}$ باشد حداکثر مقدار ab چقدر است؟»

تابع درجه‌ی دوم: $ab=a(\frac{۲}{۵}-a)=-a^۲+\frac{۲}{۵}a$

بیشترین مقدار تابع درجه‌ی دوم همان عرض رأس سهمی است.

تابع $Max=y_S=\frac{۴ac-b^۲}{۴a}=\frac{۰-\frac{۴}{۲۵}}{-۴}=\frac{۱}{۲۵}$

۲۲۲.گزینه ۱ اگر A پیشامد هر دو سکه رو و B پیشامد آمدن عدد ۶ در تاس باشد داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\xrightarrow{A,B\text{مستقل هستند}}P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$$

$$\to P(A\cup B)=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲})+\frac{۱}{۶}-(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲})\times\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۲۴}=\frac{۶+۴-۱}{۲۴}=\frac{۹}{۲۴}=\frac{۳}{۸}$$

۲۲۳.گزینه ۴ در ابتدا احتمال آنکه مجموع دو تاس بیشتر از ۴ باشد را حساب می‌کنیم (یعنی مجموع دو تاس، برابر ۵ یا ۶ یا ۷... یا ۱۲ باشد) برای این کار از متمم استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned}&۴\to(۱,۳),(۳,۱),(۲,۲)\\&۳\to(۱,۲),(۲,۱)\\&۲\to(۱,۱)\end{aligned}\quad\to n(A)=۳۶-۶=۳۰\to P(A)=\frac{۳۰}{۳۶}=\frac{۵}{۶}$$

اگر A پیشامد آنکه مجموع دو تاس بیشتر از ۴ باشد و B پیشامد آن باشد که سکه «رو» ظاهر شود داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(\underbrace{A\cap B}_{\text{مستقل}})=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$$

$$=\frac{۵}{۶}+\frac{۱}{۲}-\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۶}+\frac{۱}{۲}-\frac{۵}{۱۲}=\frac{۱۱}{۱۲}$$

۲۲۴.گزینه ۲ اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند آن‌گاه $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ است و توجه کنید اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند آن‌گاه متمم‌های آن‌ها نیز مستقل هستند.

$$P(A\cap B')=\frac{۱}{۵}\rightarrow P(A)\cdot P(B')=\frac{۱}{۵}\rightarrow P(A)\cdot(۱-P(B))=\frac{۱}{۵}$$

$$\rightarrow P(A)-P(A)\cdot P(B)=\frac{۱}{۵}$$

$$P(B\cap A')=\frac{۳}{۲۰}\rightarrow P(B)\cdot P(A')=\frac{۳}{۲۰}\rightarrow P(B)\cdot(۱-P(A))=\frac{۳}{۲۰}$$

$$\rightarrow P(B)-P(A)\cdot P(B)=\frac{۳}{۲۰}$$

دو رابطه‌ی داده شده را کم می‌کنیم:

$$P(A)-P(B)=\frac{۱}{۲۰}\rightarrow ۱-P(A')-(۱-P(B'))=\frac{۱}{۲۰}$$

$$\rightarrow P(B')-P(A')=\frac{۱}{۲۰}=۰/۰۵$$

۲۲۵.گزینه ۱

$$S_{\text{جدید}}=\{(۱,۱)\,,\,(۱,۳)\,,\,(۱,۵)\,,\,(۳,۱)\,,\,(۳,۳)\,,\,(۳,۵)\,,\,(۵,۱)\,,\,(۵,۳)\,,\,(۵,۵)\}\rightarrow n(S)=۹$$
$$A=\{(۱,۱)\,,\,(۱,۳)\,,\,(۳,۱)\}\rightarrow n(A)=۳$$

پس $P(A)=\frac{۳}{۹}=\frac{۱}{۳}$**است.**

۲۲۶.گزینه ۱

می‌دانیم: $\boxed{P(B\cap A')=P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)}$

$$P(A|B)=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow P(B)=۴P(A\cap B)$$
$$P(B|A')=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{P(B)-P(A\cap B)}{۱-P(A)}=\frac{۱}{۴}$$
$$\xrightarrow{P(B)=۴P(A\cap B)}\frac{۳P(A\cap B)}{\frac{۲}{۳}}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow ۳P(A\cap B)=\frac{۱}{۶}\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱}{۱۸}$$

بنابراین داریم:

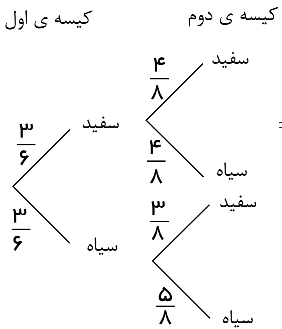
$$P(B)=۴\times\frac{۱}{۱۸}=\frac{۲}{۹}$$

۲۲۷.گزینه ۴ در صورتی که از رنگ n مهره‌ی خارج شده اطلاعی نداشته باشیم احتمال آنکه مهره‌ی $(n+۱)$اُم خارج شده سفید باشد مانند آن است که اولین مهره‌ی خارج شده سفید باشد یعنی $P(A)=\frac{۴}{۷}$ است.

۲۲۸.گزینه ۱

از کیسه‌ی اول یا سفید انتخاب می‌کنیم یا سیاه. یک‌بار یک مهره‌ی سفید به کیسه‌ی دوم اضافه کنید و احتمال سفید بودن را حساب کنید و یک‌بار یک مهره‌ی سیاه به کیسه‌ی دوم اضافه کنید و احتمال سفید بودن را حساب کنید.

با استفاده از نمودار درختی داریم:



$$\Rightarrow \textbf{احتمال} = (\frac{۳}{۶}\times\frac{۴}{۸})+(\frac{۳}{۶}\times\frac{۳}{۸}) = \frac{۲۱}{۴۸} = \frac{۷}{۱۶}$$

۲۲۹.گزینه ۱

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\rightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$$

$$\rightarrow \frac{۱۷}{۲۵}=P(A)+\frac{۱۲}{۲۵}-\frac{۱۲}{۲۵}P(A)\rightarrow\frac{۱}{۵}=\frac{۱۳}{۲۵}P(A)\rightarrow P(A)=\frac{۵}{۱۳}$$

از طرفی: $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)\rightarrow P(A\cap B)=\frac{۵}{۱۳}\times\frac{۱۲}{۲۵}=\frac{۱۲}{۶۵}$

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{۵}{۱۳}-\frac{۱۲}{۶۵}=\frac{۱۳}{۶۵}=\frac{۱}{۵}$$

۱- ۱	۲- ۲	۳- ۲	۴- ۲	۵- ۲
۶- ۴	۷- ۳	۸- ۲	۹- ۲	۱۰- ۳
۱۱- ۳	۱۲- ۱	۱۳- ۲	۱۴- ۱	۱۵- ۳
۱۶- ۴	۱۷- ۲	۱۸- ۱	۱۹- ۱	۲۰- ۴
۲۱- ۱	۲۲- ۴	۲۳- ۱	۲۴- ۴	۲۵- ۴
۲۶- ۲	۲۷- ۱	۲۸- ۱	۲۹- ۲	۳۰- ۱
۳۱- ۲	۳۲- ۳	۳۳- ۴	۳۴- ۴	۳۵- ۱
۳۶- ۳	۳۷- ۲	۳۸- ۴	۳۹- ۱	۴۰- ۲
۴۱- ۴	۴۲- ۳	۴۳- ۱	۴۴- ۳	۴۵- ۳
۴۶- ۳	۴۷- ۴	۴۸- ۴	۴۹- ۴	۵۰- ۳
۵۱- ۱	۵۲- ۳	۵۳- ۱	۵۴- ۱	۵۵- ۳
۵۶- ۲	۵۷- ۴	۵۸- ۳	۵۹- ۳	۶۰- ۲
۶۱- ۴	۶۲- ۲	۶۳- ۱	۶۴- ۳	۶۵- ۲
۶۶- ۲	۶۷- ۲	۶۸- ۳	۶۹- ۲	۷۰- ۳
۷۱- ۱	۷۲- ۱	۷۳- ۴	۷۴- ۳	۷۵- ۲
۷۶- ۴	۷۷- ۲	۷۸- ۳	۷۹- ۴	۸۰- ۲
۸۱- ۱	۸۲- ۱	۸۳- ۴	۸۴- ۳	۸۵- ۳
۸۶- ۴	۸۷- ۲	۸۸- ۲	۸۹- ۱	۹۰- ۲
۹۱- ۲	۹۲- ۴	۹۳- ۱	۹۴- ۲	۹۵- ۴
۹۶- ۳	۹۷- ۳	۹۸- ۲	۹۹- ۲	۱۰۰- ۲
۱۰۱- ۱	۱۰۲- ۴	۱۰۳- ۲	۱۰۴- ۱	۱۰۵- ۴
۱۰۶- ۱	۱۰۷- ۱	۱۰۸- ۳	۱۰۹- ۴	۱۱۰- ۲
۱۱۱- ۲	۱۱۲- ۱	۱۱۳- ۳	۱۱۴- ۳	۱۱۵- ۲
۱۱۶- ۱	۱۱۷- ۱	۱۱۸- ۳	۱۱۹- ۱	۱۲۰- ۱
۱۲۱- ۲	۱۲۲- ۴	۱۲۳- ۳	۱۲۴- ۳	۱۲۵- ۴
۱۲۶- ۴	۱۲۷- ۴	۱۲۸- ۲	۱۲۹- ۳	۱۳۰- ۲
۱۳۱- ۴	۱۳۲- ۳	۱۳۳- ۴	۱۳۴- ۱	۱۳۵- ۳
۱۳۶- ۳	۱۳۷- ۴	۱۳۸- ۱	۱۳۹- ۱	۱۴۰- ۴
۱۴۱- ۲	۱۴۲- ۳	۱۴۳- ۳	۱۴۴- ۳	۱۴۵- ۳
۱۴۶- ۱	۱۴۷- ۲	۱۴۸- ۲	۱۴۹- ۱	۱۵۰- ۲
۱۵۱- ۳	۱۵۲- ۲	۱۵۳- ۴	۱۵۴- ۱	۱۵۵- ۲
۱۵۶- ۳	۱۵۷- ۳	۱۵۸- ۴	۱۵۹- ۱	۱۶۰- ۱
۱۶۱- ۳	۱۶۲- ۴	۱۶۳- ۲	۱۶۴- ۲	۱۶۵- ۴
۱۶۶- ۱	۱۶۷- ۲	۱۶۸- ۱	۱۶۹- ۳	۱۷۰- ۲
۱۷۱- ۱	۱۷۲- ۲	۱۷۳- ۳	۱۷۴- ۳	۱۷۵- ۲
۱۷۶- ۲	۱۷۷- ۲	۱۷۸- ۳	۱۷۹- ۱	۱۸۰- ۴
۱۸۱- ۱	۱۸۲- ۲	۱۸۳- ۴	۱۸۴- ۳	۱۸۵- ۱
۱۸۶- ۲	۱۸۷- ۳	۱۸۸- ۴	۱۸۹- ۴	۱۹۰- ۴
۱۹۱- ۱	۱۹۲- ۱	۱۹۳- ۲	۱۹۴- ۳	۱۹۵- ۳
۱۹۶- ۱	۱۹۷- ۳	۱۹۸- ۲	۱۹۹- ۲	۲۰۰- ۳
۲۰۱- ۳	۲۰۲- ۴	۲۰۳- ۳	۲۰۴- ۳	۲۰۵- ۱
۲۰۶- ۲	۲۰۷- ۲	۲۰۸- ۴	۲۰۹- ۱	۲۱۰- ۳
۲۱۱- ۱	۲۱۲- ۴	۲۱۳- ۱	۲۱۴- ۴	۲۱۵- ۴
۲۱۶- ۱	۲۱۷- ۱	۲۱۸- ۳	۲۱۹- ۲	۲۲۰- ۱
۲۲۱- ۲	۲۲۲- ۱	۲۲۳- ۴	۲۲۴- ۲	۲۲۵- ۱
۲۲۶- ۱	۲۲۷- ۴	۲۲۸- ۱	۲۲۹- ۱	