

۱. اگر $\cos \alpha = 2m + 1$ ، $-\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ باشد، حدود m کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{4} < m \leq 0$ (۲) $-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$ (۳) فقط $m = -\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$

۲. اگر $\tan \alpha = 2$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha)}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

۳. با فرض $\tan 22^\circ = \frac{2}{5}$ ، حاصل عبارت $\frac{\sin(-112^\circ) + \sin 158^\circ}{\cos(202^\circ)}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۴. اگر $\tan \theta = 0.2$ باشد، مقدار $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$ کدام است؟

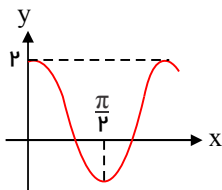
(۱) -۲ (۲) ۱٫۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۵. هر گاه $\tan 15^\circ = a$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1-a}{2-3a}$ (۲) $\frac{a-1}{2-3a}$ (۳) $\frac{1}{5}(a-1)$ (۴) $\frac{1}{5}(1-a)$

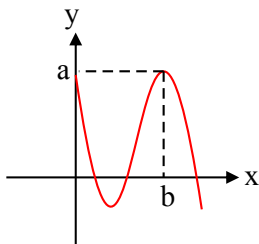
۶. اگر نمودار تابع $y = a \cos bx$ به صورت روبه‌رو باشد، کدام مقدار برای $a + b$ ممکن است؟

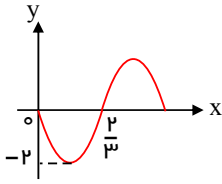
(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴



۷. اگر نمودار $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ به شکل مقابل باشد، دوتایی (a, b) کدام گزینه خواهد بود؟

(۱) $(2, 2\pi)$ (۲) $(1, 2\pi)$ (۳) $(2, \pi)$ (۴) $(1, \pi)$





۸. اگر نمودار تابع $y = a \sin b\pi x$ به صورت زیر باشد، مقدار ab کدام است؟

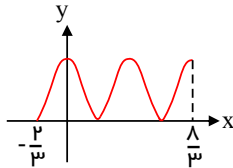
(۲) $-\frac{3}{2}$

(۱) -3

(۴) $-\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

۹. شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = 3 + a \cos(b\pi x)$ است، حاصل $(a + 2b)$ برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(۱) 3

(۲) -3

(۳) -6

(۴) 6

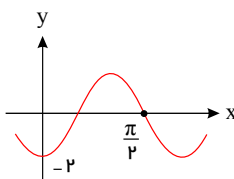
۱۰. در یک دایره، توسط اضلاع زاویه مرکزی θ ، کمانی به طول نصف شعاع دایره بریده شده است. θ چند درجه است؟

(۴) $\frac{180}{\pi}$

(۳) $\frac{90}{\pi}$

(۲) 1

(۱) $\frac{1}{2}$



۱۱. شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx + \frac{\pi}{2})$ است. مقدار $f(\frac{\pi}{12})$ کدام است؟

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

(۴) $-2\sqrt{2}$

(۳) $-\sqrt{2}$

۱۲. حاصل عبارت A کدام است؟ ($\cos \theta \neq 0$)

$A = (1 + \sin \theta) (\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta) (1 - \sin \theta)^2$

(۴) $\cos^3 \theta$

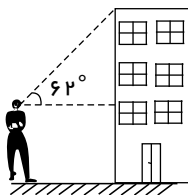
(۳) $\frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos \theta}$

(۲) $\cos^2 \theta$

(۱) $\tan \theta \sin \theta$

۱۳. مطابق شکل زیر، شخصی با قد 200 cm در فاصله‌ی افقی 5 m از یک ساختمان قرار دارد. اگر این شخص با زاویه‌ی 62° نسبت

به افق، لبه‌ی بالای ساختمان را ببیند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ($\tan 62^\circ \simeq 2$)

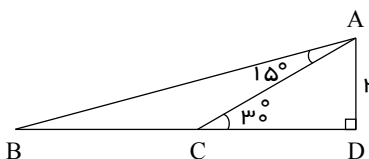


(۱) 10

(۲) 12

(۳) $7,5$

(۴) $4,5$



(۲) 4

(۱) $4 \frac{\sqrt{3}}{3}$

(۴) $4 \tan 15^\circ$

(۳) $4 \sqrt{3}$

۱۴. در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟

۱۵. حاصل عبارت زیر همواره برابر با کدام گزینه است؟

$1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha = ?$

$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ (۲)

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ (۱)

$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ (۴)

$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha$ (۳)

۱۶. حاصل عبارت $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + (\sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha)^2$ همواره کدام است؟

$1 + \tan^2 \alpha$ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

۱۷. حاصل عبارت $\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}$ کدام است؟

$2 \sin \theta$ (۴)

$\frac{2}{\cos^2 \theta}$ (۳)

$\frac{4 \tan \theta}{\cos \theta}$ (۲)

$4 \cot \theta \cos \theta$ (۱)

۱۸. اگر α زاویه‌ای در دایره‌ی مثلثاتی، $\cot \alpha = \sqrt{\frac{m}{n}} - 1$ و $\cos \alpha = \sqrt{1 - m^2}$ باشد، رابطه‌ی بین m و n کدام است؟

(عبارت‌ها تعریف شده‌اند.)

$n = m^2$ (۴)

$n = m^3$ (۳)

$m = n^3$ (۲)

$m = n^2$ (۱)

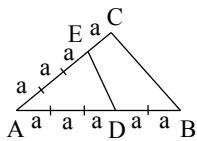
۱۹. اگر انتهای کمان متناظر با زاویه‌ی x در ناحیه‌ی سوم باشد، حاصل $A = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x}} \times \sin x$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

$\tan x$ (۲)

$\sin^2 x$ (۱)



۲۰. در شکل زیر، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ADE است؟

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{20}{9}$ (۱)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

۲۱. اگر $m = 3 \cot \theta$ و θ زاویه‌ای در ناحیه‌ی سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{m^2 + 9}$ کدام است؟

$\frac{-3}{\sin \theta}$ (۴)

$3 \cos \theta$ (۳)

$-(3 \cot \theta + 3)$ (۲)

$\frac{3}{\cos \theta}$ (۱)

۲۲. مقدار عبارت $\sqrt{2} \sin 15^\circ \alpha + \frac{\tan 4^\circ \alpha}{\cot 6^\circ \alpha} + \frac{\sin 3^\circ \alpha}{\cos 7^\circ \alpha}$ به‌ازای $\alpha = \frac{\pi}{20}$ کدام است؟

۳ (۴)

$2 + \sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۳. اگر $5 = 2 \cos \beta + 3 \sin \alpha$ ، آنگاه $\sin^2 \beta + \cos^2 \alpha$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۲۵

۲۴. حاصل عبارت $A = 2 \sin^2(225^\circ) + 4 \sin^2(300^\circ) - \frac{\cos(570^\circ)}{\cos(390^\circ)} - \tan(135^\circ)$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۲۵. اگر در مثلث ABC داشته باشیم $2 = \sin(\frac{\hat{B}}{2} + \hat{C}) + \cos(\hat{A} - \hat{B})$ ، نوع مثلث ABC کدام است؟

- (۱) قائم الزاویه غیر متساوی الساقین (۲) قائم الزاویه متساوی الساقین
(۳) متساوی الاضلاع (۴) مختلف الاضلاع با یک زاویه بزرگتر از 90°

۲۶. نمودار تابع $y = 1 - \cos(x - \frac{\pi}{6})$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند بار به محور x برخورد می کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۳

۲۷. اگر $30^\circ < \theta < 135^\circ$ و $\sin \theta = \frac{3m-2}{4}$ ، آنگاه حدود m کدام است؟

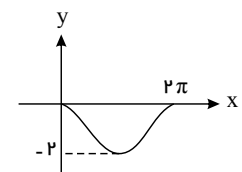
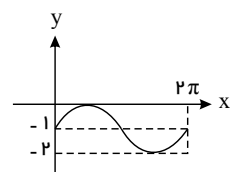
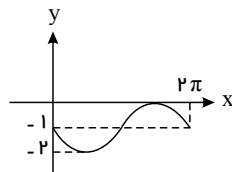
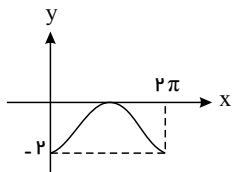
- (۱) $\frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{4}{3} < m \leq 2$ (۳) $\frac{1}{2} < m \leq 1$ (۴) $0 \leq m < 2$

۲۸. حاصل عبارت $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sin \alpha + \cos \alpha$ (۳) $2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ (۴) $1 + \cos^2 \alpha$

۲۹. بخشی از نمودار تابع $y = \sin(\frac{\sqrt{\pi}}{2} + x) - 1$ شبیه کدام است؟

- (۱) (۲) (۳) (۴)



۳۰. اگر زاویه α به گونه ای باشد که $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 < 1$ ، آنگاه چه تعداد از نسبت های مثلثاتی $\sin \alpha$ ، $\cos \alpha$ ، $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ مثبت هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۱. اگر $\tan x = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{4 \cos x - \sin x}{\sin x + \cos x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) $\frac{4}{3}$

۳۲. چه مدت زمان طول می‌کشد تا عقربه دقیقه‌شمار ساعت، به اندازه $\frac{8\pi}{3}$ رادیان دوران می‌کند؟

- (۱) یک ساعت (۲) یک ساعت و ۱۰ دقیقه
(۳) یک ساعت و ۲۰ دقیقه (۴) یک ساعت و ۳۰ دقیقه

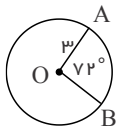
۳۳. ماهواره‌ای روی مداری دایره‌ای شکل در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت در هر شبانه‌روز یک دور مسیر دایره‌ای را طی می‌کند. زاویه‌ای که این ماهواره نسبت به مرکز مسیر دایره‌ای در مدت ۵ ساعت طی می‌کند، تقریباً چند رادیان است؟ ($\pi = 3.14$)

- (۱) ۱ (۲) 1.2 (۳) 1.3 (۴) 1.4

۳۴. مجموع دو زاویه 72° و تفاضل آن دو زاویه $\frac{\pi}{15}$ رادیان می‌باشد. اگر اندازه زاویه بزرگتر برابر x درجه باشد، زاویه $(5x - 10^\circ)$ به طور تقریبی روی دایره مثلثاتی کدام است؟



۳۵. در شکل زیر طول کمان روبه‌رو به زاویه 72° درجه کدام است؟ (O مرکز دایره است.)



- (۱) π (۲) $\frac{2\pi}{5}$
(۳) 2π (۴) $\frac{6\pi}{5}$

۳۶. در مثلثی اندازه یک زاویه 30° درجه و تفاضل دو زاویه دیگر برحسب رادیان $\frac{\pi}{10}$ است. اندازه زاویه بزرگتر چند رادیان است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{15}$ (۲) $\frac{14\pi}{15}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{3}$

۳۷. اگر $\sin 70^\circ \simeq 0,94$ و $\cos 70^\circ \simeq 0,34$ باشد، آنگاه حاصل $\cos(20^\circ) + \tan(34^\circ)$ تقریباً کدام است؟

- (۱) $1,76$ (۲) $-3,64$ (۳) $-1,76$ (۴) $-1,3$

۳۸. انتهای کمان زاویه $\frac{17\pi}{5}$ رادیان در کدام ربع دایره مثلثاتی واقع است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۳۹. اگر $\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$ و $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ باشد، مقدار $\sin x + \cos x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۴۰. حاصل عبارت $\sin(20^\circ) + 2\sin(-34^\circ) + \cos(-11^\circ) - 3\cos(25^\circ) - 3\sin 2^\circ - 4\sin 2^\circ$ کدام است؟

- (۱) $-6\sin 2^\circ$ (۲) 1 (۳) صفر (۴) $-4\sin 2^\circ$

۴۱. زاویه D برابر $\frac{\pi}{20}$ رادیان است. این زاویه چند درجه است؟

- (۱) 10 (۲) 18 (۳) 20 (۴) 9

۴۲. دایره‌ای به شعاع 20 سانتی‌متر مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمان به طول 2π سانتی‌متر از این دایره، چند رادیان است؟

- (۱) $\frac{10}{\pi}$ (۲) $\frac{\pi}{10}$ (۳) $\frac{20}{\pi}$ (۴) $\frac{\pi}{20}$

۴۳. اگر $\tan 15^\circ = a$ باشد، حاصل $\frac{3\cos 165^\circ - 2\sin 285^\circ}{3\sin 345^\circ - 4\cos 255^\circ}$ کدام است؟

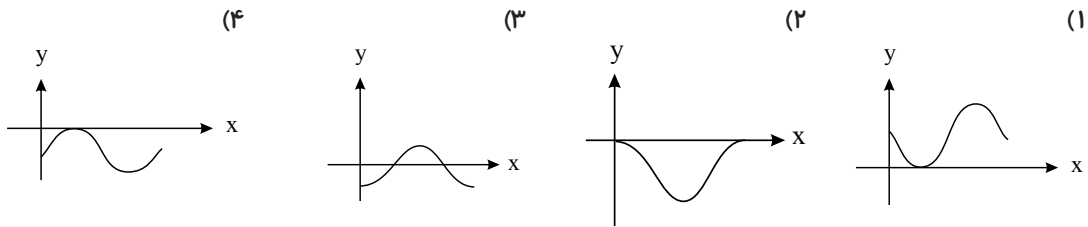
- (۱) $-\frac{1}{a}$ (۲) $-a$ (۳) $-\frac{2}{a}$ (۴) $-2a$

۴۴. اگر $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ و $-\frac{9\pi}{2} < \alpha < -5\pi$ باشد، حاصل

$A = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ کدام است؟

- (۱) $0,28$ (۲) $0,68$ (۳) $-0,28$ (۴) $-0,68$

۴۵. نمودار تابع $f(x) = \cos x - 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ به کدام شکل است؟



۴۶. در دایره‌ای به شعاع ۱، طول کمان مقابل به زاویه مرکزی α برابر ۲ است. زاویه α چند رادیان است؟

- (۱) $0,2$ (۲) ۲ (۳) 20 (۴) ۵

۴۷. اگر $\cot \alpha = 2$ باشد، حاصل $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ عبارت کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{6}{7}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۴۸. محمود برای محاسبه مقدار $\cot(-120^\circ)$ به صورت زیر عمل کرده است. در کدام مرحله او مرتکب اشتباه شده است؟

$$\cot(-120^\circ) \stackrel{(1)}{=} -\cot(120^\circ) \stackrel{(2)}{=} -\cot(180^\circ - 60^\circ) \stackrel{(3)}{=} -\cot 60^\circ \stackrel{(4)}{=} -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۹. حاصل $\tan 3^\circ \times \tan 17^\circ \times \tan 53^\circ \times \tan 87^\circ \times \tan 73^\circ \times \tan 37^\circ$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۰. در تساوی $\sin(x + \frac{3\pi}{8}) = \cos(\frac{\pi}{4} - 3x)$ ، دو جواب برای x در بازه $[0, \frac{\pi}{2}]$ به دست می‌آید. مجموع این دو جواب کدام است؟

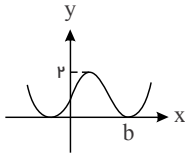
- (۱) $\frac{\pi}{16}$ (۲) $\frac{3\pi}{32}$ (۳) $\frac{5\pi}{32}$ (۴) $\frac{7\pi}{32}$

۵۱. نمودار دو تابع $y = \cos x$ و $y = 3 \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند. مجموع طول این دو نقطه کدام است؟

- (۱) 2π (۲) 3π (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) $\frac{5\pi}{2}$

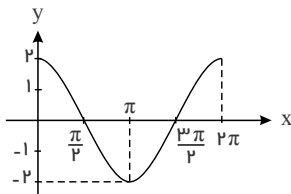
۵۲. اگر در یک دایره، اندازه‌ی کمان مقابل به زاویه‌ی مرکزی $\theta = 50^\circ$ برابر ۱۰ سانتی متر باشد، مساحت این دایره چند برابر محیط آن است؟

- (۱) $\frac{1}{50}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{18}{\pi}$ (۴) $\frac{36}{\pi}$



۵۳. اگر بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - \sin(x + \frac{3\pi}{4})$ به صورت زیر باشد، کدام $a \cdot b$ است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{7\pi}{4}$ (۴) $\frac{7\pi}{2}$



۵۴. نمودار تابع $f(x) = a \sin(x + b)$ به صورت زیر است. اگر $-\pi \leq b \leq \pi$ باشد، در این صورت $f(\frac{\pi}{3})$ کدام است؟

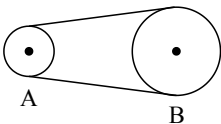
- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۵۵. اگر $1 - \cos \alpha = \frac{5}{3}$ و $\tan \alpha \cdot \cos \alpha > 0$ باشد، آنگاه کمان α در کدام ربع دایرهٔ مثلثاتی است؟
(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵۶. حداقل مقدار تابع $y = \sin x$ در نقاطی به طول به دست می‌آید. ($K \in Z$)

- (۱) $2k\pi$ (۲) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۳) $2k\pi + \pi$ (۴) $2k\pi + \frac{3\pi}{2}$

۵۷. در شکل زیر چرخ دنده‌های A و B توسط نواری لاستیکی به هم وصل شده‌اند. شعاع چرخ دنده A ، ۲۰ سانتی متر و شعاع چرخ

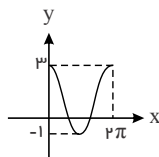


دنده B برابر ۱ متر است. اگر چرخ دنده B به اندازه $\frac{3\pi}{2}$ رادیان بچرخد، چرخ دنده A چند دور می‌زند؟

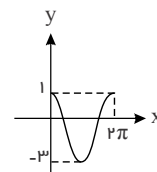
- (۱) ۲٫۵ (۲) ۵ (۳) ۳٫۷۵ (۴) ۱۰

۵۸. نمودار تابع $y = -2 \cos x + 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

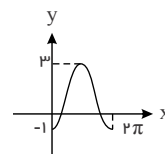
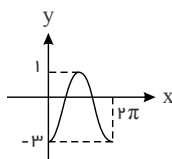
(۱) (۲)



(۴)



(۳)



۵۹. نمودار تابع $y = \sin x$ بر نمودار کدام یک از توابع زیر منطبق است؟

(۱) $y = \sin(x - \pi)$ (۲) $y = -\cos(\frac{\pi}{2} + x)$

(۳) $y = -\sin(\frac{\pi}{2} - x)$ (۴) $y = \cos(\pi - x)$

۶۰. حاصل $\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ در صورت وجود کدام است؟

(۱) $2 \sin^2 \alpha$ (۲) $\cos^2 \alpha$ (۳) صفر (۴) ۱

۶۱. در تابع مثلثاتی $y = 2 \sin(x - \frac{x}{2}) - 1$ در فاصله $[\frac{\pi}{2}, 2\pi]$ کمترین مقدار تابع کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۶۲. نمودار دو تابع $f(x) = \sin x - 1$ و $g(x) = -2$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۳. حاصل عبارت $\cos^3 \frac{\pi}{15} + \cos^3 \frac{5\pi}{15} + \cos^3 \frac{7\pi}{15} + \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{12\pi}{15}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۶۴. حاصل عبارت $\sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{13\pi}{14} + \cos \frac{17\pi}{14}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) $2 \sin \frac{\pi}{7}$ (۴) $2 \cos \frac{\pi}{7}$

۶۵. برد کدامیک از توابع زیر برابر \mathbb{R} است؟

$$\begin{array}{ll} g(x) = 2^{-x} & (۲) \quad f(x) = x^2 & (۱) \\ h(x) = \sin x & (۴) \quad h(x) = \log_{0,۳} x & (۳) \end{array}$$

۶۶. اگر $\sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0$ و $\cos \alpha \cdot \cot \alpha > 0$ ، انتهای کمان زاویه α در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۶۷. اگر انتهای کمان α در ربع چهارم باشد و داشته باشیم $3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 3 \sin^4 \alpha - 1$ ، آنگاه مقدار $\cos(\frac{9\pi}{2} + \alpha)$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \sqrt{2} & (۱) & \frac{\sqrt{2}}{2} & (۲) \\ -\sqrt{2} & (۳) & -\frac{\sqrt{2}}{2} & (۴) \end{array}$$

۶۸. نمودار تابع $y = a \cos(x - \frac{\pi}{3}) + b$ همواره زیر محور x ها قرار دارد و بیشترین مقدار تابع برابر با صفر است. اگر این نمودار

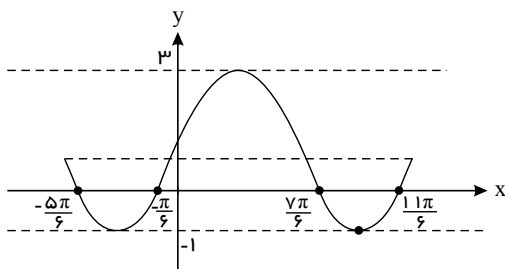
از نقطه $(-\frac{5\pi}{3}, -1)$ عبور کند، مقدار تابع به ازای $x = -\pi$ کدام است؟ ($a < 0$)

$$\begin{array}{llll} ۱ & (۱) & -۱ & (۲) \\ -\frac{۳}{۲} & (۳) & -\frac{۱}{۴} & (۴) \end{array}$$

۶۹. در مثلث ABC ، زاویه A برابر $\frac{2\pi}{3}$ رادیان و زاویه B برابر ۱۵ درجه است. زاویه C چند رادیان است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{\pi}{۶} & (۱) & \frac{\pi}{۴} & (۲) \\ \frac{\pi}{۳} & (۳) & \frac{\pi}{۸} & (۴) \end{array}$$

۷۰. شکل زیر بخشی از نمودار چند تابع زیر می تواند باشد؟



الف) $y = -2(\sin(x - \pi) - \frac{1}{2})$

ب) $y = 2 \cos(x - \frac{\pi}{2}) + 1$

پ) $y = 2 \sin x + 1$

ت) $y = 2 \cos(\frac{\pi}{2} - x) + 1$

$$\begin{array}{ll} ۱ & (۱) \text{ صفر} \\ ۲ & (۲) \\ ۳ & (۳) \\ ۱ & (۴) \end{array}$$

۷۱. کدامیک از اعداد زیر بزرگتر است؟ (زاویه‌ها بر حسب رادیان هستند).

$$\begin{array}{llll} \cos ۸ & (۴) & \cos ۶ & (۳) \\ \cos ۴ & (۲) & \cos ۲ & (۱) \end{array}$$

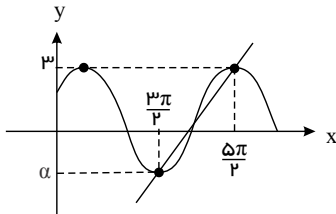
۷۲. اگر $\sin(20^\circ + \alpha) = \frac{3}{5}$ حاصل $\cos(\alpha - 70^\circ)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{4}{5}$

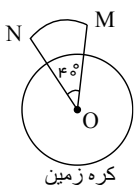
۷۳. اگر $\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x)$ و انتهای کمان x در ناحیه سوم باشد، حاصل $\cot(\frac{\pi}{2} + x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۲) $-\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۳) $\sqrt{15}$ (۴) $-\sqrt{15}$

۷۴. در شکل زیر نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ توسط خطی با شیب $m = \frac{4}{\pi}$ در دو نقطه قطع شده است. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟



- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(1, -2)$ (۳) $(2, 1)$ (۴) $(-1, 2)$



۷۵. مطابق شکل، ماهواره‌ای در فاصله ۸۰۰ کیلومتری از سطح زمین در حال گردش روی یک مسیر دایره‌ای است. اگر این ماهواره از نقطه M به نقطه N برسد، چند کیلومتر مسافت طی کرده است؟ (شعاع کره زمین را 6400 کیلومتر در نظر بگیرید.)

- (۱) 1600π (۲) 2400π (۳) 1800π (۴) 2100π

۷۶. حاصل عبارت $A = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{3\pi}{9} + \cos \frac{4\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۷۷. حاصل عبارت $A = (\sin 45^\circ)(\cos \frac{-7\pi}{3})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

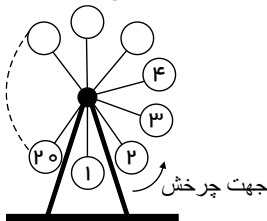
۷۸. تابع $f(x) = a + b \cos x$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ دارای بیشترین مقدار $\frac{3}{2}$ و دارای کمترین مقدار $\frac{1}{2}$ است. در این صورت $f(\frac{5\pi}{3})$ کدام است؟ ($b > 0$)

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $1 + \frac{\sqrt{3}}{4}$

۷۹. به ازای کدام یک از مقادیر زیر برای x رابطه $\sin x = \cos(20^\circ + x)$ برقرار است؟

- (۱) 75° (۲) 90° (۳) 20° (۴) 35°

۸۰. چرخ و فلکی مطابق شکل، ۲۰ کابین با فاصله‌های یکسان دارد که از شماره‌های ۱ تا ۲۰ شماره‌گذاری شده‌اند. اگر چرخ و فلک



$\frac{21\pi}{5}$ بچرخد، کابین شماره ۲ به محل کدام کابین منتقل می‌شود؟

- (۱) کابین ۱۲ (۲) کابین ۱۰ (۳) کابین ۶ (۴) کابین ۴

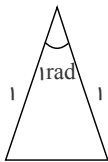
۸۱. برد تابع $y = -2 \sin x + 1$ بازه $[a, b]$ است. حاصل $b^2 - a^3$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۷ (۴) ۱۱

۸۲. زاویه 210° درجه چند رادیان است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{6}$ (۲) $\frac{4\pi}{3}$ (۳) $\frac{5\pi}{6}$ (۴) $\frac{6\pi}{5}$

۸۳. در مثلث متساوی‌الساقین زیر به طول ساق‌های یک واحد، زاویه بین دو ساق برابر ۱ رادیان است. در این صورت طول قاعده مثلث چند واحد است؟



- (۱) برابر ۱ واحد است.
(۲) بیشتر از ۱ واحد است.
(۳) کمتر از ۱ واحد است.
(۴) همه گزینه‌ها می‌توانند صحیح باشند.

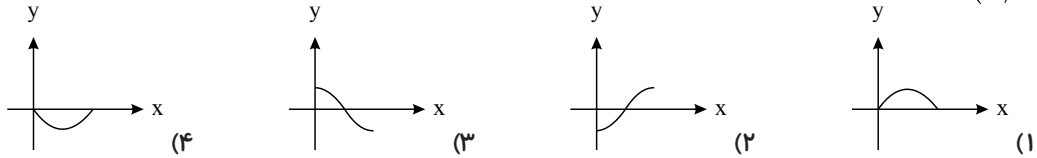
۸۴. تقریباً چند ساعت طول می‌کشد تا عقربه ساعت‌شمار به اندازه $1,57$ رادیان دوران کند؟ ($\pi \simeq 3,14$)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۸۵. اگر $\tan V^\circ = m$ ، حاصل عبارت $A = \frac{3 \sin(187^\circ) + 4 \cos(727^\circ)}{2 \sin(97^\circ) + 3 \cos(173^\circ)}$ بر حسب m کدام است؟

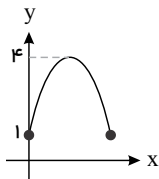
- (۱) $-3m + 4$ (۲) $-3m - 4$ (۳) $3m - 4$ (۴) $3m + 4$

۸۶. نمودار تابع $f(x) = a + b \cos x$ از نقطه $(\pi, 0)$ می‌گذرد. نمودار تابع $g(x) = \frac{a}{b} \cos x$ در بازه $[0, \pi]$ به کدام شکل است؟ $(b \neq 0)$



۸۷. نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ در بازه $[0, \pi]$ به شکل مقابل است، مقدار $a^2 + b^2$ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲ (۳) ۱۲ (۴) ۵



۸۸. انتهای کمان $-\frac{5\pi}{8}$ رادیان روی دایره مثلثاتی در کدام ناحیه قرار دارد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۸۹. یک درجه تقریباً چند رادیان است؟ $(\pi \approx 3.14)$

(۱) ۰.۰۱۷ (۲) ۰.۱۷ (۳) ۱.۷ (۴) ۱۷

۹۰. متمم و مکمل زاویه 20° بر حسب رادیان، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) $\frac{7\pi}{9}$ و $\frac{5\pi}{18}$ (۲) $\frac{8\pi}{9}$ و $\frac{7\pi}{9}$ (۳) $\frac{10\pi}{9}$ و $\frac{7\pi}{18}$ (۴) $\frac{8\pi}{9}$ و $\frac{7\pi}{18}$

۹۱. در یک مثلث متساوی‌الساقین، مجموع دو زاویه نابرابر $\frac{360}{\pi}$ درجه است. اندازه زاویه کوچک‌تر بر حسب رادیان تقریباً کدام است؟ $(\pi \approx 3.14)$

(۱) ۱.۱۴ (۲) ۱.۲۴ (۳) ۰.۸۶ (۴) ۰.۷۶

۹۲. طول مسیری که نوک برف‌پاک‌کنی به طول $\frac{3}{\pi}$ متر پس از طی زاویه مرکزی 40° طی می‌کند، تقریباً چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۶۰ (۲) ۶۷ (۳) ۷۶ (۴) ۵۷

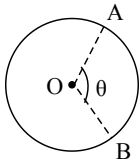
۹۳. چرخ و فلکی دارای ۳۶ کابین است و شما در کابین شماره پنجم قرار دارید. اگر چرخ و فلک به اندازه $\frac{11\pi}{3}$ رادیان در جهت مثبت مثلثاتی حرکت کند، در موقعیت اولیه کدام کابین قرار می‌گیرند؟ (شماره‌گذاری کابین‌ها در جهت مثبت مثلثاتی است و فاصله کابین‌ها یکسان است.)

۳۵ (۴)

۳۴ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)



۱۲ cm باشد، θ چند درجه است؟

$\frac{54^\circ}{\pi}$ (۲)

$\frac{72^\circ}{\pi}$ (۴)

شد، آنگاه اندازه قاعده این مثلث بزرگ‌تر از اندازه هر ساق آن است.
سوم ۷۲ درجه است.

۴ (۴)

۳ (۳)

A کدام است؟

صفر (۴)

-۱ (۳)

زده این زاویه برحسب درجه کدام است؟

۷۲۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۱۲۰۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

۹۸. شعاع چرخ جلویی تراکتوری ۱ متر و شعاع چرخ عقب آن ۱۲۰ سانتی‌متر است. وقتی چرخ جلو ۷۰ درجه می‌چرخد، چرخ عقب تقریباً چند درجه خواهد چرخید؟

۶۸ (۴)

۶۶ (۳)

۵۸ (۲)

۵۶ (۱)

۹۹. از به هم وصل کردن انتهای کمان‌های $\frac{13\pi}{18}$ و $\frac{31\pi}{18}$ ، $\frac{11\pi}{9}$ روی دایره مثلثاتی چه نوع مثلثی پدید می‌آید؟

(۲) فقط متساوی‌الساقین

(۱) فقط قائم‌الزاویه

(۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

(۳) متساوی‌الاضلاع

۵۸ ال

کادر

فونت سوال

تصویر در گزینه

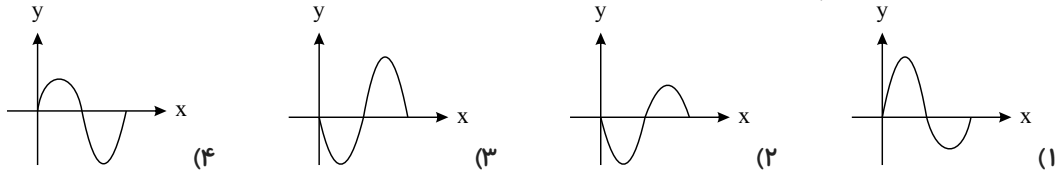
چهار ستون

گزارش خطا

۱۰۰. اگر x و y دو زاویه حاده باشند و $x + y = \frac{\pi}{4}$ ، حاصل عبارت $A = \tan(5x + 4y) \times \tan(3x + 2y)$ کدام است؟

- (۱) $-\tan^2 x$ (۲) $\tan^2 x$ (۳) -1 (۴) 1

۱۰۱. نمودار تابع $f(x) = \frac{3 \sin x + |\sin x|}{2}$ در بازه $[0, 2\pi]$ به کدام شکل است؟



۱۰۲. اگر $\tan x > 0$ و $\sin x < 0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه ی مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

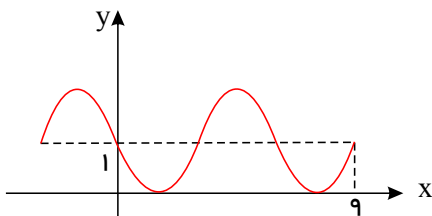
۱۰۳. اگر $a = \frac{\sin 55^\circ + 2 \cos 215^\circ}{3 \sin 305^\circ - \cos 325^\circ}$ باشد، آن گاه مقدار a کدام است؟

- (۱) $\tan 35^\circ$ (۲) $\tan 55^\circ$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۰۴. زاویه ی θ کمانی به طول $\frac{1}{2}$ سانتی متر در دایره ای با شعاع $\frac{1}{4}$ سانتی متر بریده است. مقدار θ بر حسب رادیان کدام است؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

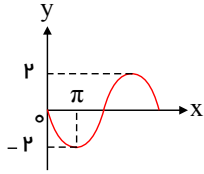
۱۰۵. نمودار زیر مربوط به تابع $f(x) = a + \cos\left(-\frac{1}{2} + bx\right)\pi$ می باشد. حاصل $f(29)$ کدام است؟



- (۱) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۰۶. اگر زاویه ی θ در موقعیت استاندارد باشد، به طوری که نقطه ی انتهایی کمان θ دایره ی مثلثاتی را در نقطه ی $\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3}\right)$ قطع کند، مقدار $A = \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \theta\right)}$ کدام است؟

- (۱) 27 (۲) -27 (۳) $\frac{27}{2}$ (۴) $-\frac{27}{2}$



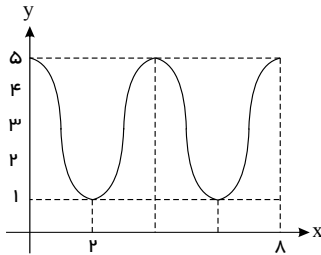
۱۰۷. اگر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = b \cos\left(\frac{3\pi}{2} + ax\right)$ به صورت زیر باشد، کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) -۲
(۲) -۱
(۳) $-\frac{3}{2}$
(۴) ۱

۱۰۸. اگر $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ، آن گاه حدود تغییرات $\sin x$ کدام است؟

- (۱) $\left[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
(۲) $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$
(۳) $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$
(۴) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$

۱۰۹. نمودار معادله‌ی $y = a \cos b\pi x + 3$ مطابق شکل زیر است؛ حاصل $a + b$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- (۱) $\frac{5}{2}$
(۲) $\frac{7}{2}$
(۳) $\frac{9}{2}$
(۴) ۱

۱۱۰. نقطه‌ی $A(0, 1)$ ، روی دایره‌ی مثلثاتی به اندازه‌ی $\frac{13\pi}{4}$ رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند تا به

نقطه‌ی A' برسد. مجموع طول و عرض نقطه‌ی A' کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) $-\sqrt{2}$
(۴) $2\sqrt{2}$

۱۱۱. حاصل عبارت $B = \frac{3 \sin 155^\circ}{5 \sin 335^\circ + \sin 385^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $-\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $-\frac{1}{2}$

۱۱۲. اگر $\tan 20^\circ = a$ ، حاصل عبارت $A = \frac{3 \sin 20^\circ + \cos 16^\circ}{5 \cos 29^\circ + 2 \sin 25^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3a-1}{5a-2}$
(۲) $\frac{3a+1}{-5a+2}$
(۳) $\frac{-3a-1}{-5a+2}$
(۴) $\frac{3a+1}{5a+2}$

۱۱۳. حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = \frac{1}{2}$ ، کدام است؟

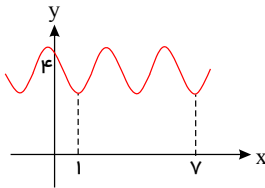
- (۱) $-\frac{16}{9}$
(۲) $-\frac{9}{16}$
(۳) $\frac{9}{16}$
(۴) $\frac{16}{9}$

۱۱۴. حاصل عبارت $\frac{\sin ۲۵^\circ + \sin ۷۰^\circ}{\cos ۵۶^\circ - \cos ۱۱^\circ}$ با فرض $\tan ۲۰^\circ = ۰٫۴$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{۳}{۴}$ (۲) $\frac{۳}{۴}$ (۳) $\frac{۷}{۳}$ (۴) $\frac{۵}{۸}$

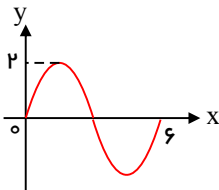
۱۱۵. اگر $\cot ۵^\circ = a$ ، حاصل عبارت $A = \frac{۳ \sin ۱۸۵^\circ - ۴ \cos ۱۷۵^\circ}{۵ \sin ۲۷۵^\circ + \cos ۶۳۵^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-۳ + ۴a}{-۵a + ۱}$ (۲) $\frac{۳ - ۴a}{۱ - ۵a}$ (۳) $\frac{۳ - ۴a}{۱ - ۵a}$ (۴) $\frac{۳ + ۴a}{۵a + ۱}$



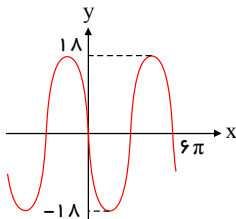
۱۱۶. شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ می باشد. حاصل ab کدام است؟

- (۱) $-\frac{۸}{۳}$ (۲) -۲ (۳) $-\frac{۲}{۳}$ (۴) $-\frac{۴}{۳}$



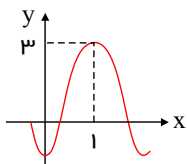
۱۱۷. شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{۴}{۳}$ (۲) $\frac{۵}{۳}$ (۳) $\frac{۷}{۳}$ (۴) $\frac{۸}{۳}$



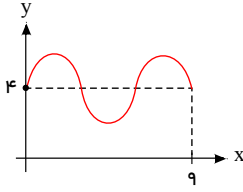
۱۱۸. نمودار تابع $f(x) = b \sin ax$ به صورت مقابل است. کمترین مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{۵۳}{۳}$ (۲) -۱۹ (۳) -۱۷ (۴) $-\frac{۵۳}{۳}$



۱۱۹. اگر قسمتی از نمودار تابع $y = 1 + a \cos b\pi x$ به صورت مقابل باشد، a کدام است؟

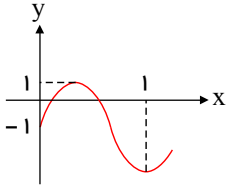
- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۳



۱۲۰. شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2m + \sin n\pi x$ است. مقدار mn کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۲)
 $\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۱)
 $-\frac{4}{3}$ (۳)



۱۲۱. شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin b\pi x - 1$ است. مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟

۳ (۲)
۴ (۴)

۲٫۵ (۱)
۳٫۵ (۳)

۱۲۲. اگر ماکسیمم و دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = -3 \cos 4x$ را به ترتیب A و B بنامیم، حاصل $A \times B$ کدام است؟

$\frac{9\pi}{4}$ (۴)

3π (۳)

2π (۲)

$\frac{3\pi}{2}$ (۱)

۱۲۳. اگر $\tan 2^\circ = \frac{1}{4}$ ، حاصل عبارت $A = \frac{2 \sin 25^\circ + 3 \sin 34^\circ}{\cos 2^\circ - 4 \cos 43^\circ}$ کدام است؟

$\frac{15}{26}$ (۴)

$\frac{17}{13}$ (۳)

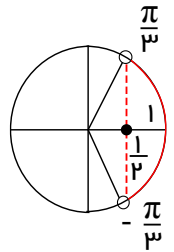
$\frac{15}{13}$ (۲)

$\frac{16}{13}$ (۱)

۱. گزینه ۱ با توجه به دایره‌ی مثلثاتی وقتی $-\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ ، کسینوس زاویه‌ی α در فاصله‌ی $[\frac{1}{2}, 1]$ قرار دارد، لذا:

$$\frac{1}{2} < \cos \alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < 2m + 1 \leq 1$$

$$\rightarrow -\frac{1}{2} < 2m \leq 0 \Rightarrow -\frac{1}{4} < m \leq 0$$



۲. گزینه ۴

$$\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{-\cos \alpha + \sin \alpha} \div \frac{(-\cos \alpha)}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3$$

۳. گزینه ۳ داریم:

$$\begin{cases} \sin(-112^\circ) = -\sin 112^\circ = -\sin(90^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \\ \sin 158^\circ = \sin(180^\circ - 22^\circ) = \sin 22^\circ \\ \cos 202^\circ = \cos(180^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(-112^\circ) + \sin 158^\circ}{\cos 202^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ + \sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ}{-\cos 22^\circ} + \frac{\sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ}$$

$$= 1 - \tan 22^\circ = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

۴. گزینه ۴

$$\tan \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = 2$$

$$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta} \cdot \frac{1 + \cot \theta}{1 + 1} = \frac{6}{2} = 3$$

۵. گزینه ۱

$$\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ} = \frac{\cos(270^\circ - 15^\circ) - \cos(180^\circ - 15^\circ)}{2 \sin(90^\circ - 15^\circ) + 3 \cos(90^\circ + 15^\circ)} = \frac{-\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{2 \cos 15^\circ - 3 \sin 15^\circ}$$

$$\frac{\cos 15^\circ - \tan 15^\circ + 1}{2 - 3 \tan 15^\circ} = \frac{1 - a}{2 - 3a}$$

۶. گزینه ۴ می‌دانیم: دوره‌ی تناوب تابع $y = k \cdot \cos ax$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

باتوجه به شکل، نقطه‌ی $(0, 2)$ عضو تابع است پس در آن صدق می‌کند:

$$y(0) = 2 \Rightarrow 2 = a \cos 0 \Rightarrow a = 2$$

از طرفی نصف دوره‌ی تناوب تابع باتوجه به شکل برابر $\frac{\pi}{2}$ است، بنابراین:

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

هر دو مقدار b قابل قبول است، پس $a + b$ می‌تواند برابر مقادیر صفر یا ۴ باشد.

۷. گزینه ۴ تابع $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ برابر است با $y = \cos 2x$. با توجه به نمودار، مقدار a به ازای $x = 0$ در تابع موردنظر به دست می‌آید:

$$y = \cos 2x \xrightarrow{x=0} y = \cos 2(0) = \cos 0 = 1 \Rightarrow a = 1$$

از طرفی در $x = b$ دوباره مقدار y به $a = 1$ می‌رسد.
پس:

$$f(b) = 1 \rightarrow \cos 2b = 1 \rightarrow \begin{cases} 2b = 0 \rightarrow b = 0 \\ 2b = 2\pi \rightarrow b = \pi \end{cases}$$

۸. گزینه ۱ نکته‌ی ۱: دوره تناوب $y = a \sin(bx + c)$ برابر است با: $T = \frac{2\pi}{|b|}$

نکته‌ی ۲: برد تابع $y = a \sin(bx + c)$ عبارت است از: $(-|a|, |a|)$ یعنی حداقل مقدار تابع برابر $-|a|$ و حداکثر مقدار آن برابر $|a|$ است.

باتوجه به نمودار، دوره تناوب $T = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ است.

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|}$$

$$\frac{2}{|b|} = \frac{4}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2}$$

$$-|a| = -2 \Rightarrow |a| = 2$$

کمترین مقدار تابع برابر ۲- است، پس از نکته‌ی ۲ داریم:

$$|ab| = |a||b| = 3$$

باتوجه به این که اولین طاق نمودار زیر محور x هاست، باید حداقل یکی از دو عدد a و b منفی باشد، بنابراین $ab = -|ab| = -3$

۹. گزینه ۴ یادآوری: دوره‌ی تناوب تابع $y = \cos kx$ برابر $\frac{2\pi}{|k|}$ است.

از روی نمودار تابع مشاهده می‌کنیم که، نمودار داده شده در بازه‌ی $[-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}]$ به تعداد $2/5$ مرتبه تکرار شده است، لذا اگر دوره‌ی

تناوب این تابع را T فرض کنیم داریم:

$$2/5 T = \frac{1}{3} - (-\frac{2}{3}) \Rightarrow 2/5 T = \frac{1}{3} \Rightarrow T = \frac{5}{2} \quad (1)$$

باتوجه به مطلب گفته شده داریم:

$$y_1 = \cos(b\pi x) \xrightarrow{(1)} T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{2}{|b|} = \frac{5}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{4}{5} \quad (2)$$

همچنین از روی نمودار تابع مشاهده می‌کنیم که $f(-\frac{2}{3}) = 0$ است. لذا:

$$\rightarrow f\left(-\frac{2}{3}\right) = 3 + a \cos\left(\pm \frac{3}{2}\pi \times \left(-\frac{2}{3}\right)\right) = 3 + a \cos(\pm\pi) = 3 - a = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + 2b = 3 + 2\left(\pm \frac{3}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 0 \\ a + 2b = 6 \end{cases}$$

۱۰. گزینه ۳ اگر یک زاویه‌ی مرکزی θ در دایره‌ای به شعاع r کمانی به طول L ایجاد کند در این صورت اندازه‌ی زاویه‌ی θ بر حسب رادیان برابر $\frac{L}{r}$ است.

$$\theta = \frac{L}{r} = \frac{\frac{1}{2}r}{r} = \frac{1}{2}$$

اگر اندازه‌ی یک زاویه را بر حسب درجه با D و بر حسب رادیان با R نشان دهیم داریم:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{1}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{1}{2\pi} \rightarrow D = \left(\frac{90}{\pi}\right)^\circ$$

۱۱. گزینه ۳

$$f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{2} + bx\right) \xrightarrow{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha} f(x) = a \cos bx$$

نمودار تابع از نقطه‌ی $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ عبور می‌کند بنابراین این نقطه در تابع صدق می‌کند.

$$\left. \begin{array}{l} 0 \\ -2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{صدق}} -2 = a \cos 0 \rightarrow a = -2 \rightarrow f(x) = -2 \cos bx$$

می‌دانیم دوره‌ی تناوب $y = \cos bx$ برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است و از روی نمودار داریم:

$$\frac{3T}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |b| = 3 \rightarrow b = \pm 3$$

$$\text{پس: } f(x) = -2 \cos(\pm 3x) \xrightarrow{\cos(-\alpha) = \cos \alpha} f(x) = -2 \cos 3x \rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = -2 \cos \frac{\pi}{4} = -2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\sqrt{2}$$

۱۲. گزینه ۴

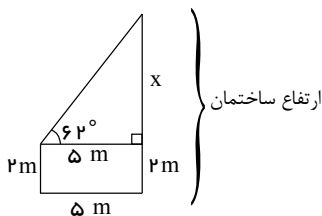
$$\begin{array}{l} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \\ \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \end{array}$$

$$\underbrace{(1 + \sin \theta)}_{\text{مزدوج}} \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right) \underbrace{(1 - \sin \theta)}_{\text{مزدوج}} (1 - \sin \theta)$$

$$= \underbrace{(1 - \sin^2 \theta)}_{\cos^2 \theta} \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}\right) (1 - \sin \theta) = \frac{\overbrace{\cos^2 \theta (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}^{\text{مزدوج}}}{\cos \theta} = \cos \theta \times \cos^2 \theta = \cos^3 \theta$$

۱۳. گزینه ۲

شکل هندسی این مسئله بصورت روبه رو است:



اگر x را محاسبه کنیم، ارتفاع ساختمان بصورت $x + 2$ متر بدست خواهد آمد؛ از تانژانت 62° که در مسئله داده شده شروع می‌کنیم:

$$\tan 62^\circ \simeq 2 = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \frac{x}{5} = 2 \Rightarrow x = 2 \times 5 = 10$$

متر ارتفاع ساختمان $= x + 2 = 10 + 2 = 12$

۱۴. گزینه ۲

$$\triangle ADC : \sin 30^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

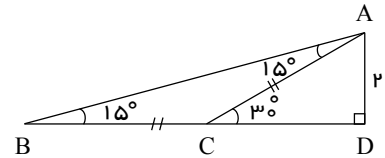
$$\triangle ADC : \widehat{CAD} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\triangle ABD : \widehat{B} = 90^\circ - \widehat{A} = 90^\circ - (60^\circ + 15^\circ) = 15^\circ$$

$$\Rightarrow AC = BC = 4$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

پس مثلث ABC متساوی الساقین است و شکل به صورت زیر خواهد بود:



۱۵. گزینه ۳

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 - \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha$$

۱۶. گزینه ۳

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 : \text{برای هر زاویه } x \text{ داریم}$$

$$A = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow A = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1^2 = 1$$

۱۷. گزینه ۲

$$\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{(1 + \sin \theta)^2 - (1 - \sin \theta)^2}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}$$

$$= \frac{1 + 2 \sin \theta + \sin^2 \theta - (1 - 2 \sin \theta + \sin^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{1 + 2 \sin \theta + \sin^2 \theta - 1 + 2 \sin \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{4 \sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{4}{1} \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = 4 \tan \theta \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{4 \tan \theta}{\cos \theta}$$

۱۸. گزینه ۳

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \\ \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \end{cases}$$

چون $\cos \alpha$ در مسئله بصورت یک رادیکال داده شده و مثبت است، مقدار مثبت را می پذیریم:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - m^2} \xrightarrow{(\quad)^2} 1 - \sin^2 \alpha = 1 - m^2 \Rightarrow \sin^2 \alpha = m^2$$

از طرفی: $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\sqrt{\frac{m}{n} - 1}\right)^2 = \frac{1}{m^2}$

$$\Rightarrow 1 + \frac{m}{n} - 1 = \frac{1}{m^2} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{m^2} \Rightarrow m^3 = n$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \text{۱۹. گزینه ۳}$$

$$A = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x}} \times \sin x = \sqrt{\frac{1}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}}} \times \sin x = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}} \times \sin x = \frac{1}{|\sin x|} \times \sin x$$

در ربع سوم، $\sin x$ منفی است. پس:

$$A = \frac{1}{-\sin x} \times \sin x = -1$$

۲۰. گزینه ۱ سینوس زاویه بین آن‌ها \times حاصلضرب دو ضلع $=$ مساحت مثلث

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{\frac{1}{2} \times 5a \times 4a \times \sin A}{\frac{1}{2} \times 3a \times 3a \times \sin A} = \frac{20}{9}$$

۲۱. گزینه ۴

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$A = \sqrt{(3 \cot \theta)^2 + 9} = \sqrt{9 \cot^2 \theta + 9} = \sqrt{9(1 + \cot^2 \theta)}$$

$$= 3 \sqrt{1 + \cot^2 \theta} = 3 \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta}} = 3 \times \frac{1}{|\sin \theta|} \left. \begin{array}{l} \Rightarrow A = 3 \times \frac{1}{-\sin \theta} = \frac{-3}{\sin \theta} \\ \theta: \text{ ناحیه ی سوم} \end{array} \right\}$$

۲۲. گزینه ۴

$$\sqrt{2} \sin 15^\circ \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{30}} \sqrt{2} \sin \frac{15\pi}{30}$$

$$= \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \sin(\pi - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

از طرفی اگر به زوایای داده شده در دو کسر صورت سؤال توجه کنیم، داریم:

$$3\alpha + 7\alpha = 10\alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{30}} 10 \left(\frac{\pi}{30} \right) = \frac{\pi}{3}$$

$$4\alpha + 6\alpha = 10\alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{30}} 10 \left(\frac{\pi}{30} \right) = \frac{\pi}{3}$$

یعنی جمع دو زاویه صورت و مخرج در هر کسر برابر $\frac{\pi}{3}$ است. بنابراین دو زاویه $(7\alpha, 3\alpha)$ و $(6\alpha, 4\alpha)$ متمم یکدیگرند. لذا

$\sin 3\alpha = \cos 7\alpha$ و $\tan 4\alpha = \cot 6\alpha$ بنابراین:

$$\frac{\tan 4\alpha}{\cot 6\alpha} = 1, \frac{\sin 3\alpha}{\cos 7\alpha} = 1 \Rightarrow \text{عبارت مورد نظر} = 1 + 1 + 1 = 3$$

۲۳. گزینه ۱

بیشترین مقدار $\sin \theta$ و $\cos \theta$ برابر با ۱ است

$$3 \sin \alpha + 2 \cos \beta = 5 \Rightarrow \text{بیشترین مقدار خود را اختیار کرده اند.} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = 1 \\ \cos \beta = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 1^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 0 \\ \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta + 1^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta = 0 \Rightarrow \sin \beta = 0 \end{cases}$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 0^2 + 1^2 = 1$$

۲۴. گزینه ۲ باید کمان‌ها را طوری بنویسیم که یکی از مضارب π یا مضارب $\frac{\pi}{2}$ باشد. با توجه به کمان‌های مطرح شده، می‌توان

نوشت:

$$A = 2 \sin^2 (18^\circ + 45^\circ) + 4 \sin^2 (36^\circ - 6^\circ) - \frac{\cos(54^\circ + 3^\circ)}{\cos(36^\circ + 3^\circ)} - \tan(18^\circ - 45^\circ)$$

در این مرحله با توجه به ناحیه قرار گرفتن کمان، علامت هر نسبت را تعیین کرده و تغییر لازم را ایجاد می‌نماییم:

$$A = 2(-\sin(45^\circ))^2 + 4(-\sin(6^\circ))^2 - \frac{-\cos(3^\circ)}{\cos 3^\circ} - (-\tan 45^\circ)$$

$$A = 2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - (-1) - (-1) = 1 + 3 + 1 + 1 = 6$$

۲۵. گزینه ۳ بیشترین مقدار سینوس و کسینوس برابر ۱ است. بنابراین مجموع این دو نسبت زمانی ۲ است که هر یک برابر با ۱ باشند:

$$\cos(A - B) = 1 \Rightarrow A - B = 0 \Rightarrow A = B$$

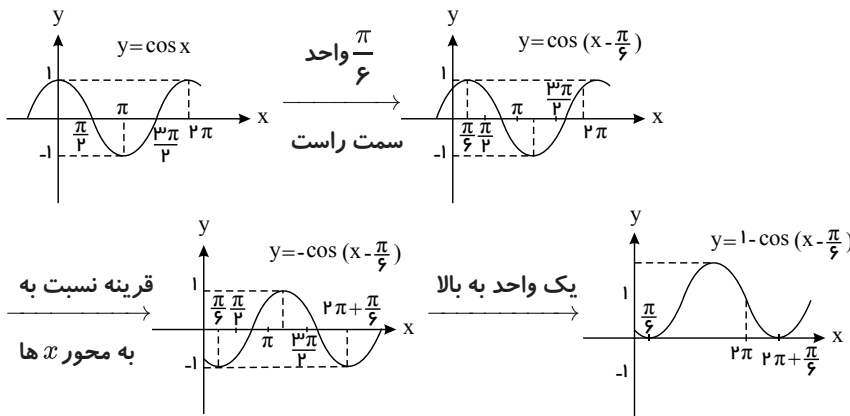
$$\sin\left(\frac{B}{2} + C\right) = 1 \Rightarrow \frac{B}{2} + C = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90 - \frac{B}{2}$$

$$\text{از طرفی: } A + B + C = 180^\circ \Rightarrow B + B + 90 - \frac{B}{2} = 180$$

$$\Rightarrow 2B - \frac{B}{2} = 180 - 90 \Rightarrow 1,5B = 90 \Rightarrow B = \frac{90}{1,5} = 60 \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 60^\circ \\ \hat{C} = 60^\circ \end{cases}$$

پس مثلث متساوی الاضلاع است.

۲۶. گزینه ۲ راه حل اول:



باتوجه به شکل مشخص است که نمودار در بازه $[0, 2\pi]$ تنها ۱ بار به محور x برخورد می‌کند. راه حل دوم:

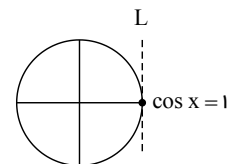
برای محاسبه تعداد برخوردها می‌توان از مفهوم ریشه استفاده کرد.

هر نقطه روی محور x دارای ارتفاع صفر می‌باشد.

$$y = 1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow 1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

با توجه به دایره داریم:

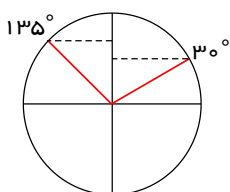
$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{6} \in [0, 2\pi] \\ x - \frac{\pi}{6} = 2\pi \rightarrow x = 2\pi + \frac{\pi}{6} \notin [0, 2\pi] \\ x - \frac{\pi}{6} = -2\pi \rightarrow x = -2\pi + \frac{\pi}{6} \notin [0, 2\pi] \end{cases}$$



لذا این منحنی فقط یکبار محور x را قطع می‌نماید.

۲۷. گزینه ۲

زاویه θ در حرکت از 30° تا 135° ، از 90° می‌گذرد، یعنی $\sin \theta$ در این مسیر، حداکثر خود را تجربه می‌کند، یعنی حداکثر $\sin \theta$ برابر با ۱ است. از طرفی:



یعنی کمترین مقدار سینوس در این شرایط برابر با $\frac{1}{2}$ است. پس:

$$\frac{1}{2} < \sin 30^\circ \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3m-2}{4} \leq 1 \xrightarrow{\times 4} 2 < 3m-2 \leq 4$$

$$\xrightarrow{+2} 4 < 3m \leq 6 \xrightarrow{\div 3} \frac{4}{3} < m \leq 2$$

۲۸. گزینه ۱

$$A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}}$$

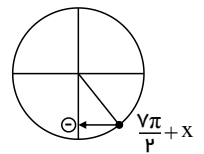
$$= \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1} = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \underbrace{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2}_1 = 1$$

۲۹. گزینه ۴ برای یافتن گزینه صحیح ابتدا بهتر است کمان نسبت مثلثاتی را تغییر دهیم:

$$\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) = \left(\frac{8\pi - \pi}{2} + x\right) = \left(4\pi - \frac{\pi}{2} + x\right)$$

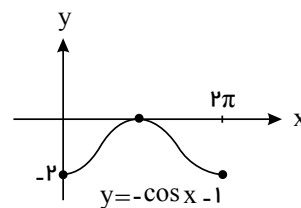
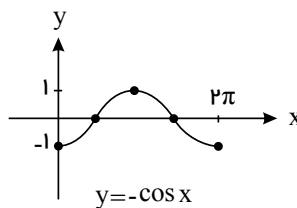
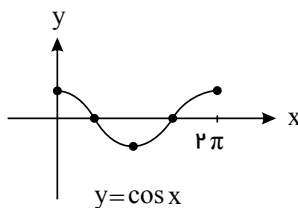
$$\sin\left(4\pi - \frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos(x)$$

حال ناحیه این کمان را مشخص می‌نماییم:



پس تابع به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$y = -\cos x - 1$$



۳۰. گزینه ۳

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 < 1 \Rightarrow \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_{1} + 2 \sin \alpha \cos \alpha < 1 \Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha < 1 - 1$$

$$\xrightarrow{\div 2} 2 \sin \alpha \cos \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha < 0 \Rightarrow \text{مختلف‌العلامه هستند } \cos \alpha, \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \tan \alpha < 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha > 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \tan \alpha < 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{array} \right. \end{cases}$$

پس در هر حالت، ۳ تا از نسبت‌های مثلثاتی منفی هستند.

۳۱. گزینه ۳ چون در فرض مسئله مقدار $\tan x$ داده شده است، صورت و مخرج را بر $\cos x$ تقسیم می‌کنیم تا $\tan x$ بدست آید:

$$\frac{4 \cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} \div \cos x = \frac{4 \frac{\cos x}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x}}$$

$$= \frac{4 - \tan x}{\tan x + 1} = \frac{4 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{3}} = 2$$

۳۲. گزینه ۳ با گذشت هر ۶ دقیقه، عقربه دقیقه‌شمار، 360° دوران می‌کند، بنابراین:

$$\text{زاویه طی شده در هر دقیقه} = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$$

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow \frac{8\pi}{3} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow D = \frac{180^\circ \times 8}{3} = 480^\circ$$

یعنی عقربه دقیقه‌شمار، 480° دوران می‌کند و هر 6° معادل یک دقیقه است، بنابراین:

$$\frac{480^\circ}{6^\circ} = 80 \text{ دقیقه}$$

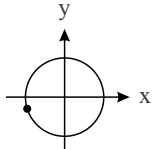
یعنی ۸۰ دقیقه طول می‌کشد تا عقربه دقیقه‌شمار، $\frac{8\pi}{3}$ رادیان دوران کند، مدت زمانی معادل یک ساعت و ۲۰ دقیقه.

۳۳. گزینه ۳ می‌دانیم هر شبانه‌روز ۲۴ ساعت است:

$$\begin{aligned} \text{زاویه طی شده در هر ساعت} &= \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ \\ \text{زاویه طی شده در ۵ ساعت} &= 15^\circ \times 5 = 75^\circ \\ \frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} &\Rightarrow \frac{R}{\pi} = \frac{75^\circ}{180^\circ} \\ \Rightarrow R = \frac{75\pi}{180} &\xrightarrow{\pi=3,14} R = \frac{75 \times 3,14}{180} \approx 1,3 \end{aligned}$$

۳۴. گزینه ۲

$$\begin{aligned} \frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} &\Rightarrow \frac{\pi}{15} = \frac{D}{180^\circ} \\ \Rightarrow D = \frac{180^\circ}{15} = 12^\circ &\Rightarrow \begin{cases} x+y=72^\circ \\ x-y=12^\circ \end{cases} \Rightarrow 2x=84^\circ \\ \Rightarrow \begin{cases} x=42^\circ \\ y=30^\circ \end{cases} &\Rightarrow \text{زاویه بزرگ تر } (5x-10^\circ) = 200^\circ \end{aligned}$$



۳۵. گزینه ۴

$$\frac{72^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{72^\circ \times \pi}{180^\circ} = \frac{221}{5}$$

اگر L طول کمان، r شعاع دایره و α برحسب رادیان باشد، آنگاه:

$$\alpha = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{5} = \frac{L}{3} \Rightarrow L = \frac{6\pi}{5}$$

۳۶. گزینه ۱

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{30^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{6}$$

مجموع زوایای داخلی مثلث 180° درجه یا π رادیان است، پس:

$$\text{مجموع دو زاویه دیگر} : x+y = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{تفاضل دو زاویه دیگر} : x-y = \frac{\pi}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{5\pi}{6} \\ x-y = \frac{\pi}{10} \end{cases} \Rightarrow 2x = \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{10} = \frac{25\pi+3\pi}{30} = \frac{28\pi}{30} \Rightarrow x = \frac{14\pi}{30} = \frac{7\pi}{15}$$

۳۷. گزینه ۴ برای ساده سازی باید کمان طوری بازنویسی شود که زاویه 70° در مجموعه کمان وجود داشته باشد.

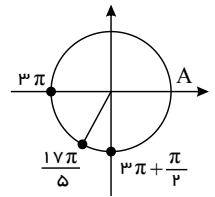
$$\cos(20^\circ) + \tan(34^\circ) = \cos(27^\circ - 7^\circ) + \tan(27^\circ + 7^\circ)$$

$$= -\sin(7^\circ) - \cot(7^\circ) = -\sin(7^\circ) - \frac{\cos 7^\circ}{\sin 7^\circ}$$

$$= -0,94 - \frac{0,34}{0,96} \approx -0,94 - 0,36 \approx -1,3$$

۳۸. گزینه ۳ نکته: هر دور دایره مثلثاتی برابر 2π رادیان است.

$$\frac{17\pi}{5} = 3\pi + \frac{2\pi}{5} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{نیم دور}}}{2\pi} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{یک دور}}}{\pi} + \frac{2\pi}{5}$$



بنابراین از مبدأ (نقطه A) به اندازه یک و نیم دور به علاوه $\frac{2\pi}{5}$ رادیان حرکت کرده‌ایم. با توجه به اینکه $0 < \frac{2\pi}{5} < \frac{\pi}{2}$ پس

$$3\pi < 3\pi + \frac{2\pi}{5} < 3\pi + \frac{\pi}{2}$$

بنابراین زاویه $\frac{17\pi}{5}$ در ربع سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

۳۹. گزینه ۲ برای محاسبه مقدار عبارت مطرح شده باید با استفاده از روابط مثلثاتی و پروسه ساده سازی عبارت $\sin x \cdot \cos x$ را بسازیم:

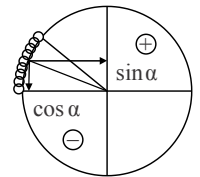
$$A = \sin x + \cos x \xrightarrow{(\quad)^2} A^2 = (\sin x + \cos x)^2$$

$$\rightarrow A^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x \xrightarrow{\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}}$$

$$A^2 = 1 + 2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow A = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

برای تعیین علامت مثبت یا منفی به محدوده کمان توجه نمایید:

$$|\cos \alpha| > |\sin \alpha| \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha < 0$$



پس مقدار منفی قابل قبول است.

۴۰. گزینه ۳

$$\begin{cases} \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) = \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 200^\circ = \sin(180^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \sin 340^\circ = \sin(360^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 250^\circ = \cos(270^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ \end{cases}$$

$$-\sin 20^\circ - 2 \times (-\sin 20^\circ) - \sin 20^\circ - 3 \times (-\sin 20^\circ) - 3 \sin 20^\circ$$

$$= -\sin 20^\circ + 2 \sin 20^\circ - \sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - 3 \sin 20^\circ = 0$$

۴۱. نکته: زاویه α رادیان برابر $\frac{180^\circ}{\pi} \times \alpha$ درجه است.

با توجه به نکته بالا، زاویه $\frac{\pi}{20}$ رادیان بر حسب درجه برابر است با: $\frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{\pi}{20} = 9^\circ$

۴۲. نکته: در دایره‌ای به شعاع R ، طول کمان روبه‌روی زاویه مرکزی θ رادیان، برابر $L = R\theta$ است.

با توجه به نکته بالا می‌توان نوشت:

$$L = R\theta \Rightarrow 2\pi = 20 \cdot \theta \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$$

۴۳. گزینه ۱

$$\begin{cases} \cos 165^\circ = \cos(180^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin 285^\circ = \sin(270^\circ + 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin 345^\circ = \sin(360^\circ - 15^\circ) = -\sin 15^\circ \\ \cos 255^\circ = \cos(270^\circ - 15^\circ) = -\sin 15^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-3 \cos 15^\circ + 2 \cos 15^\circ}{-3 \sin 15^\circ + 4 \sin 15^\circ} = -\frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} = -\cot 15^\circ = -\frac{1}{a}$$

۴۴. گزینه ۳ قدم اول ساده‌سازی محاسبه ناحیه هر کمان می‌باشد:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} -\cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) \stackrel{\text{ناحیه چهارم}}{=} +\sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \stackrel{\text{ناحیه اول}}{=} \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \stackrel{\text{ناحیه سوم}}{=} -\sin \alpha$$

$$A = -\cos \alpha + \sin \alpha + (\cos \alpha)(-\sin \alpha)$$

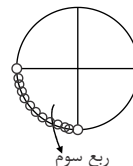
$$\cot \alpha = \frac{4}{3} \quad -5\pi < \alpha < -\frac{9\pi}{2}$$



$$\begin{cases} \sin \alpha = -\frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

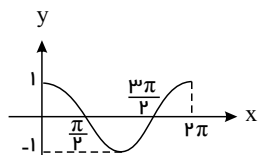
$$A = -\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) - \frac{12}{25} = -\frac{7}{25} = -0,28$$

پس عبارت A برابر است با:

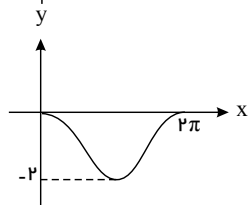


۴۵. گزینه ۲

نکته: با فرض $a > 0$ ، برای رسم نمودار $y = f(x) + a$ یا $y = f(x) - a$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را واحد به بالا (پایین) انتقال دهیم. نمودار تابع $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ به شکل مقابل است:

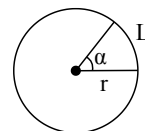


اکنون برای رسم $f(x) = \cos x - 1$ کافی است نمودار تابع $y = \cos x$ را یک واحد به پایین انتقال دهیم. پس نمودار آن به شکل مقابل است:



۴۶. گزینه ۱ با توجه به رابطه $L = r \times \alpha$ می توان زاویه α را محاسبه نمود. باید توجه داشت که زاویه باید بر حسب رادیان مطرح شده باشد.

$$L = r \times \alpha \\ 2 = 10 \times \alpha \rightarrow \alpha = 0,2 \text{ rad}$$



۴۷. گزینه ۲ با توجه به $\cot \alpha = 2$ یک رابطه بین $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ بدست می آوریم.

$$\cot \alpha = 2 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \cos \alpha = 2 \sin \alpha$$

حال در صورت تست، به جای تمام $\cos \alpha$ ها، مساوی آن یعنی $2 \sin \alpha$ را قرار می دهیم.

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + (2 \sin \alpha)^3 \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha (2 \sin \alpha)^2} \\ = \frac{\sin^4 \alpha + 8 \sin^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \times 4 \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + 8 \sin^4 \alpha}{16 \sin^4 \alpha} = \frac{9 \sin^4 \alpha}{16 \sin^4 \alpha} = \frac{9}{16}$$

۴۸. گزینه ۳

$$\text{نکته: } \cot(-\alpha) = -\cot \alpha, \quad \cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\cot(-120^\circ) = -\cot(120^\circ) = -\cot(180^\circ - 60^\circ) = -(-\cot 60^\circ) = \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

بنابراین محمود در مرحله ۳ مرتکب اشتباه شده است.

۴۹. گزینه ۳ هر گاه دو کمان متمم باشند \tan اولی با \cot دومی برابر است:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan \alpha = \cot \beta$$

$$30^\circ + 187^\circ = 90^\circ \rightarrow \tan 187^\circ = \cot 3^\circ$$

$$17^\circ + 73^\circ = 90^\circ \rightarrow \tan 73^\circ = \cot 17^\circ$$

$$37^\circ + 53^\circ = 90^\circ \rightarrow \tan 53^\circ = \cot 37^\circ$$

$$\underbrace{(\tan 37^\circ \times \cot 17^\circ)}_1 \times \underbrace{(\tan 17^\circ \times \cot 17^\circ)}_1 \times \underbrace{(\tan 73^\circ \times \cot 37^\circ)}_1 = 1$$

۵۰. گزینه ۳ برای حل معادله باید دو طرف معادله برحسب یک نسبت باشد. می توان از تبدیلات زیر استفاده کرد.

$$\begin{cases} \cos \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \\ \cos \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \end{cases}$$

پس می توان به جای طرف دوم تبدیلات زیر را انجام داد:

$$(I) \cos(\frac{\pi}{4} - 3x) = \sin(\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{4} - 3x)) = \sin(\frac{\pi}{4} + 3x)$$

$$(II) \cos(\frac{\pi}{4} - 3x) = \sin(\frac{\pi}{2} + (\frac{\pi}{4} - 3x)) = \sin(\frac{3\pi}{4} - 3x)$$

حال در معادله به جای $\cos(\frac{\pi}{4} - 3x)$ نسبت های حاصل را در رابطه (I) و (II) را جایگذاری می نماییم:

$$(I) \sin(x + \frac{3\pi}{8}) = \sin(\frac{\pi}{4} + 3x) \rightarrow x + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{4} + 3x \rightarrow 2x = \frac{\pi}{8} \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{16}$$

$$(II) \sin(x + \frac{3\pi}{8}) = \sin(\frac{3\pi}{4} - 3x) \rightarrow x + \frac{3\pi}{8} = \frac{3\pi}{4} - 3x$$

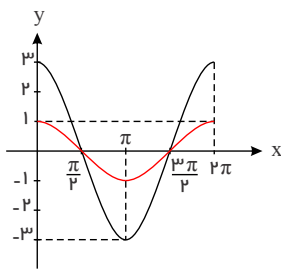
$$\rightarrow 4x = \frac{3\pi}{8} \rightarrow x_2 = \frac{3\pi}{32} \rightarrow x_1 + x_2 = \frac{5\pi}{32}$$

۵۱. گزینه ۱ راه حل اول:

ابتدا نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم:

با توجه به نمودار، طول نقاط برخورد $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ است.

پس مجموع طول نقاط برخورد برابر است با: $\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi$



راه حل دوم:

نکته: طول نقاط برخورد دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ ، ریشه های معادله $f(x) = g(x)$ است.

با توجه به نکته بالا، باید ریشه های معادله $3 \cos x = \cos x$ را به دست بیاوریم.

$$3 \cos x = \cos x \Rightarrow 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi$$

بنابراین مجموع طول نقاط برخورد برابر است با:

۵۲. گزینه ۳ ابتدا زاویه را از درجه به رادیان تبدیل می کنیم.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{50}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{5\pi}{18}$$

$$\text{شعاع دایره: } \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{5\pi}{18} = \frac{10}{r} \Rightarrow r\pi = 36 \Rightarrow r = \frac{36}{\pi}$$

$$\left. \begin{aligned} S &= \text{مساحت دایره} = \pi r^2 \\ P &= \text{محیط دایره} = 2\pi r \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S}{P} = \frac{r}{2} = \frac{\frac{36}{\pi}}{2} = \frac{18}{\pi}$$

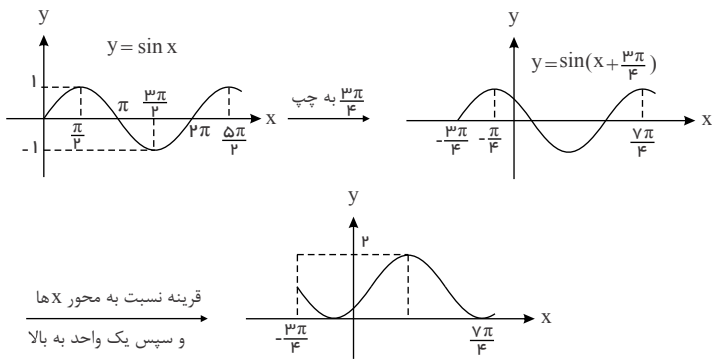
۵۳. گزینه ۳ بیشترین مقدار تابع برابر ۲ است، پس داریم:

$$y = -\sin(x + \frac{2\pi}{4}) \Rightarrow \text{ماکزیمم تابع} = |-1| = 1$$

$$\Rightarrow y = a - \sin(x + \frac{2\pi}{4}) \Rightarrow \text{ماکزیمم تابع} = a + 1$$

$$\Rightarrow a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = 1 - \sin(x + \frac{2\pi}{4})$$

حال نمودار تابع f را رسم می کنید:



پس $b = \frac{7\pi}{4}$ و در نتیجه:

$$a \cdot b = \frac{7\pi}{4}$$

۵۴. گزینه ۱ برای محاسبه مقادیر a و b می توان از ابزارهایی مانند دوره تناوب، ریشه ها و اکسترمم ها بهره برد.

$$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \in f \rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\right) = 0 \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\right) = 0$$

مقدار b باید طوری باشد که کمان $\frac{\pi}{2} + b$ مضرب صحیح π باشد، پس خود b مضرب فرد $\frac{\pi}{2}$ باشد. از طرفی طبق متن سوال

$-\pi < b < \pi$ خواهد بود. با توجه به میزان انتقال موج سینوسی که $\frac{\pi}{2}$ به سمت چپ حرکت کرده است مقدار $b = \frac{\pi}{2}$ پس تابع

به صورت زیر خواهد بود:

$$f(x) = a \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow{(0,2) \in f} f(0) = 2 \rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \rightarrow a = 2$$

پس تابع نهایی به صورت مقابل است:

$$f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos(x)$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

۵۵. گزینه ۲ راه حل اول:

$$1 - \cos \alpha = \frac{5}{3} \Rightarrow 1 - \frac{5}{3} = \cos \alpha$$

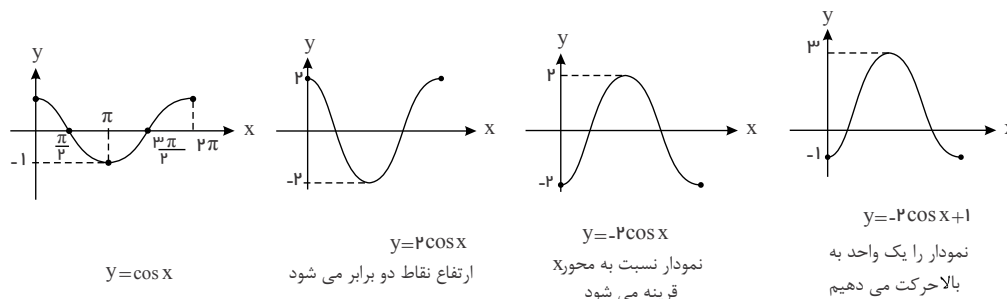
$$\Rightarrow -\frac{2}{3} = \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \alpha \text{ در ناحیه } 2 \text{ یا } 3$$

$$\tan \alpha \cdot \cos \alpha > 0 \Rightarrow \tan \alpha < 0 \Rightarrow \alpha \text{ در ناحیه } 2 \text{ یا } 4$$

ناحیه ۲ = اشتراک نواحی

راه حل دوم:

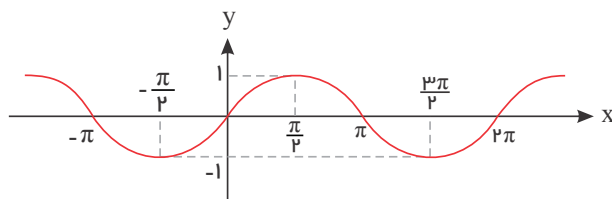
برای رسم ابتدا نمودار $y = \cos x$ را رسم می نمایم.



۵۶. گزینه ۴

با توجه به نمودار $y = \sin x$ ملاحظه می شود که در نقاطی به طول

$$x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{7\pi}{2} \dots \text{ مقدار تابع برابر } -1 \text{ می شود؛}$$



یعنی حداقل مقدار به دست می‌آید. پس به طور کلی در نقاطی به طول

$$x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$$

حداقل مقدار تابع به دست می‌آید.

۵۷. گزینه ۳ برای فهم بهتر، چرخ دنده‌ها را مانند چرخ‌های عقب و جلوی یک وسیله نقلیه در نظر بگیرید. مسیری که هر دو چرخ طی می‌نمایند یکسان است یعنی طول کمان که هر دو چرخ دنده طی می‌نمایند برابر است. پس داریم:

$$l_A = l_B \Rightarrow R_A \cdot \theta_A = R_B \theta_B$$

$$\Rightarrow \theta_A = \frac{R_B \theta_B}{R_A} = \frac{100 \times \frac{3\pi}{2}}{20} = \frac{15\pi}{2} = 7,521 = 3,75 \left(\frac{2\pi}{\text{یک دور کامل}} \right)$$

۵۸. گزینه ۳

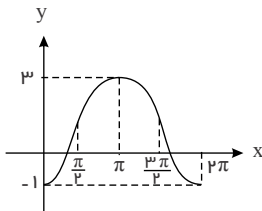
$$-2 \cos 0 + 1 = -2 + 1 = -1$$

$$-2 \cos \frac{\pi}{2} + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$-2 \cos \pi + 1 = -2 \times (-1) + 1 = 3$$

$$-2 \cos \frac{3\pi}{2} + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$-2 \cos 2\pi + 1 = -2 + 1 = -1$$

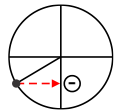


x	y
0	-1
$\frac{\pi}{2}$	1
π	3
$\frac{3\pi}{2}$	1
2π	-1

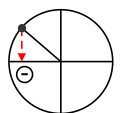
۵۹. گزینه ۲ برای یافتن گزینه صحیح، باید ضابطه‌ها را ساده‌تر کنیم. ابتدا باید ناحیه هر کمان را مشخص نماییم، پس با توجه به نوع تبدیل نسبت مثلثاتی نهایی را می‌نویسیم. باید توجه داشت زوایای $k\pi \pm \alpha$ نسبت‌ها را تغییر نمی‌دهند و زوایای $(\frac{\pi}{2} \pm \alpha)$ (فرد) نسبت

ها را تغییر می‌دهند.

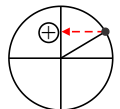
(۱) $y = \sin(x - \pi) = -\sin x$



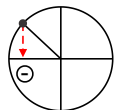
(۲) $y = -\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -(-\sin x) = \sin x$



(۳) $y = \sin(\frac{\pi}{2} - x) = -(+\cos x) = -\cos x$



(۴) $y = \cos(\pi - x) = -\cos x$



با توجه به ساده‌سازی شده، گزینه دوم صحیح می‌باشد.

۶۰. گزینه ۴
راه حل اول:

$$\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} + \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha \times \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha \times \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

راه حل دوم: ابتدا توضیح این مطلب مورد نیاز است که می‌توان بین $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ با $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ به شکل زیر روابطی را بیان نمود:

$$\sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \cos^2 \alpha = \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$$

با توجه به این روابط عبارت به صورت زیر تبدیل می‌شود:

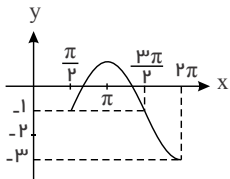
$$\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

توجه: می‌توان با انتخاب یک کمان $x = \frac{\pi}{6}$ و جایگذاری در عبارت و گزینه‌ها، با رد کردن گزینه‌های غلط، جواب صحیح را بیابیم.

۶۱. گزینه ۲ راه‌حل اول:

با توجه به نقاط زیر تابع را رسم می‌کنیم.

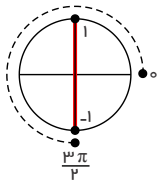
$$\left(\frac{\pi}{2}, -1\right), (\pi, 1), \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right), (2\pi, -3)$$



بنابراین کم‌ترین مقدار -۳ است.

راه‌حل دوم:

با توجه به محدوده مکان مطرح شده محدوده $\sin x$ از -۱ تا ۱ می‌باشد.



$$x \in \left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right] \xrightarrow{-\frac{\pi}{2}} (x - \frac{\pi}{2}) \in \left[0, \frac{3\pi}{2}\right] \rightarrow \sin(x - \frac{\pi}{2}) \in [-1, 1]$$

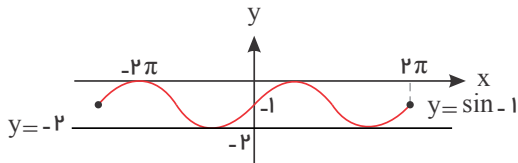
$$\times 2 \rightarrow 2 \sin(x - \frac{\pi}{2}) \in [-2, 2] \xrightarrow{-1} 2 \sin(x - \frac{\pi}{2}) - 1 \in [-3, 1]$$

پس بیشترین مقدار تابع ۱ و کم‌ترین مقدار -۳ می‌باشد.

۶۲. گزینه ۲

در شکل زیر، نمودار دو تابع $f(x) = \sin x - 1$ و $g(x) = -2$ را در بازه

$[-2\pi, 2\pi]$ در یک دستگاه مختصات رسم کرده‌ایم.



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، خط $y = -2$ در نقطه از بازه $[-2\pi, 2\pi]$ نمودار تابع $f(x)$ را قطع می‌کند.

۶۳. گزینه ۴ راه‌حل اول:

با توجه به رابطه $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ داریم:

$$\cos \frac{\pi}{5} = \cos \frac{3\pi}{15} = \cos(\pi - \frac{12\pi}{15}) = -\cos \frac{12\pi}{15}$$

$$\cos \frac{5\pi}{15} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{7\pi}{15} = \cos(\pi - \frac{8\pi}{15}) = -\cos \frac{8\pi}{15}$$

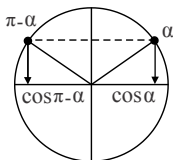
$$\Rightarrow \cos^3 \frac{\pi}{5} + \cos^3 \frac{5\pi}{15} + \cos^3 \frac{7\pi}{15} + \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{12\pi}{15}$$

$$\Rightarrow \cos^3 \frac{\pi}{5} + \cos^3 \frac{5\pi}{15} + \cos^3 \frac{7\pi}{15} + \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{12\pi}{15}$$

$$= -\cos^3 \frac{12\pi}{15} + \frac{1}{8} - \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{12\pi}{15} = \frac{1}{8}$$

راه‌حل دوم:

هرگاه دو زاویه مکمل یکدیگر باشند کسینوس‌های آن‌ها قرینه یکدیگر می‌باشند.



$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \rightarrow \cos(\pi - \alpha) + \cos \alpha = 0$$

$$\cos^3\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos^3\left(\frac{5\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{7\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{8\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{12\pi}{15}\right) =$$

$$\underbrace{\left(\cos^3\left(\frac{3\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{12\pi}{15}\right)\right)}_{\text{مکمل}} + \underbrace{\left(\cos^3\left(\frac{7\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{8\pi}{15}\right)\right)}_{\text{مکمل}} + \cos^3\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 + 0 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

۶۴. گزینه ۳ برای حل این سؤالات باید کمان‌ها را طوری بازنویسی کنیم که به صورت $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ فرد و یا $k\pi \pm \alpha$ باشد.

$$\cos\left(\frac{5\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{7\pi - 2\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$$

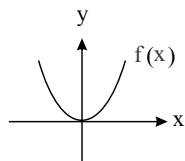
$$\cos\left(\frac{13\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{7\pi + 6\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{7}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{7}\right)$$

$$\cos\left(\frac{17\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{7\pi + 10\pi}{14}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{7}\right) = -\sin\left(\frac{5\pi}{7}\right)$$

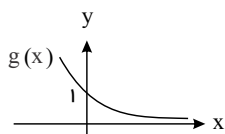
در این مرحله عبارات حاصل را جایگذاری می‌نماییم:

$$\sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \left(-\sin\frac{3\pi}{7}\right) + \left(-\sin\frac{5\pi}{7}\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$$

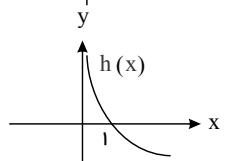
۶۵. گزینه ۳ به کمک رسم نمودار، برد هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



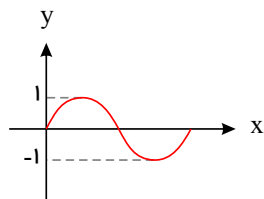
گزینه ۱: برد تابع $f(x) = x^2$ برابر $[0, +\infty)$ است.



گزینه ۲: برد تابع $g(x) = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ برابر $(0, +\infty)$ است.



گزینه ۳: برد تابع $h(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ برابر \mathbb{R} است.



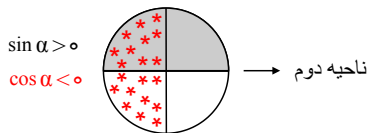
گزینه ۴: برد تابع $k(x) = \sin x$ برابر $[-1, 1]$ است.

۶۶. گزینه ۲ ابتدا عبارت‌ها را ساده‌تر می‌نماییم تا بتوان در مورد نواحی مثلثاتی اظهار نظر کرد:

$$\sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0 \rightarrow \sin \alpha \times \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} < 0 \rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} < 0 \rightarrow \cos \alpha < 0 \quad (I)$$

$$\cos \alpha \cdot \cot \alpha > 0 \rightarrow \cos \alpha \times \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} > 0 \rightarrow \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} > 0 \rightarrow \sin \alpha > 0 \quad (II)$$

حال بین نتیجه (I) و (II) اشتراک بگیریم.



۶۷. گزینه ۲ ابتدا با استفاده از عبارت مطرح شده باید یکی از نسبت‌های مثلثاتی را محاسبه نماییم.

$$1 - 3\sin^4 \alpha = 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \rightarrow 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 3\sin^4 \alpha = 1$$

$$\rightarrow 3\sin^2 \alpha (\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1) = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{ناحیه چهارم}} \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\text{ناحیه چهارم}} \cos \alpha = +\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

در این مرحله باید عبارت مورد نظر مسئله را ساده نماییم:

$$\cot\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

$$= -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{6}}{3}} = +\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۶۸. گزینه ۲

$$y = a \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + b \xrightarrow{(\frac{5\pi}{3}, -1)}$$

$$-1 = a \cos\left(\frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) + b \Rightarrow -1 = a \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + b \Rightarrow -1 = a \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + b$$

$$\Rightarrow a(-\cos \frac{\pi}{3}) + b = -1 \Rightarrow -\frac{a}{2} + b = -1 \quad (*)$$

حال مقدار تابع را به ازای $x = -\pi$ می‌یابیم:

$$y = a \cos\left(-\pi - \frac{\pi}{3}\right) + b = a \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + b = -\frac{a}{2} + b \stackrel{(*)}{=} -1 \Rightarrow x = -\pi, y = -1$$

۶۹. گزینه ۲ ابتدا زوایا باید برحسب یک واحد نوشته شوند، می‌توان 15° را برحسب رادیان بازنویسی کرد:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{15^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{\pi}{12}$$

مجموع زوایای داخلی مثلث برابر π رادیان است:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{12} + \hat{C} = \pi \rightarrow \hat{C} = \pi - \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{12} \rightarrow \hat{C} = \frac{\pi}{4}$$

۷۰. گزینه ۴ با توجه به شکل تابع داده شده اگر هر مقدار تابع $y = \sin x$ را در ۲ ضرب کرده و سپس با یک جمع کنیم به شکل

تابع داده شده یعنی $y = 2\sin x + 1$ در مورد (پ) می‌رسیم. هر تابعی که ضابطه آن با این تابع برابر باشد نیز می‌تواند نموداری مطابق نمودار داده شده داشته باشد.

مورد (الف):

$$y = -2\left(\sin(x - \pi) - \frac{1}{2}\right) = -2\left(-\sin(\pi - x) - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = 2\sin x + 1$$

مورد (ب):

$$y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1 = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 \Rightarrow y = 2\sin x + 1$$

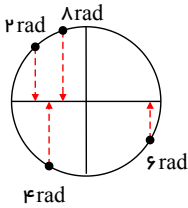
مورد (ت):

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 = -2 \sin x + 1$$

بنابراین بخشی از ۳ نمودار (الف)، (ب) و (پ) می تواند باشد.

۷۱. گزینه ۳ برای حل سوال باید توجه داشت که 1 rad تقریباً معادل 57° است. لذا داریم:

$$\begin{aligned} 2 \text{ rad} &= 114^\circ & 6 \text{ rad} &= 342^\circ \\ 4 \text{ rad} &= 228^\circ & 8 \text{ rad} &= 456^\circ \end{aligned}$$



در این مرحله روی دایره زوایا و کسینوس مرتبط با هر زاویه را مشخص می نماییم. با توجه به تصویر فقط $\cos 6$ مقدار مثبت دارد و سایر زوایا مقدار کسینوسشان منفی است.

۷۲. گزینه ۱ ابتدا باید بررسی نماییم بین کمانها رابطه خاصی وجود دارد یا نه. بدین منظور اول از خاصیت $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ استفاده می نماییم.

$$\cos(\alpha - 70^\circ) = \cos(70^\circ - \alpha)$$

حال مجموع کمانها برابر 90° می باشد، یعنی کمانها متمم یکدیگر هستند پس داریم:

$$\cos(70^\circ - \alpha) = \sin(\alpha + 20^\circ) = \frac{3}{5}$$

۷۳. گزینه ۲ ابتدا توجه کنید که:

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

بنابراین:

$$\sin(\pi + x) = \frac{1}{2} + \sin(\pi - x) \Rightarrow -\sin x = \frac{1}{2} + \sin x$$

$$\Rightarrow -2 \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4}$$

حال مقدار $\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ را محاسبه می کنیم:

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\tan(x) \quad (*)$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \xrightarrow{\sin x = -\frac{1}{4}} \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \cos^2 x = 1$$

$$\rightarrow \cos^2 x = \frac{15}{16} \rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{15}}{4} \xrightarrow{\text{انتهای کمان در ناحیه سوم است}} \cos x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

انتهای کمان در ناحیه سوم است.

$$\Rightarrow \tan x = \frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}} = \frac{1}{\sqrt{15}} \xrightarrow{(*)} \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}$$

۷۴. گزینه ۳ ابتدا باید با استفاده از دو نقطه max و min و شیب مطرح شده در مسئله، α را محاسبه نماییم:

$$\begin{aligned} \max\left(\frac{5\pi}{2}, 3\right) \\ \min\left(\frac{3\pi}{2}, \alpha\right) \end{aligned} \rightarrow \text{شیب } m = \frac{\Delta y}{\Delta \alpha} = \frac{3 - \alpha}{\frac{5\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}} = \frac{3 - \alpha}{\pi}$$

از طرفی شیب خط طبق متن سؤال $\frac{4}{\pi}$ می باشد:

$$\frac{3 - \alpha}{\pi} = \frac{4}{\pi} \rightarrow 3 - \alpha = 4 \rightarrow \alpha = -1$$

پس مختصات min در $\left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$ می باشد. مختصات این نقاط در معادله صدق می کند:

$$f(x) = a \sin x + b \begin{cases} \left(\frac{3\pi}{2}, -1 \right) \\ \longrightarrow -1 = a \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + b \\ \left(\frac{5\pi}{2}, 3 \right) \\ \longrightarrow 3 = a \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a + b = -1 \\ a + b = 3 \end{cases} \rightarrow 2b = 2 \rightarrow b = 1 \rightarrow a = 2 \rightarrow (a, b) = (2, 1)$$

۷۵. گزینه ۱ برای محاسبه مسافت طی شده، باید در قدم اول زاویه برحسب rad باشد.

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{40^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{2\pi}{9}$$

برای محاسبه طول کمان پس از تبدیل واحد زاویه به رادیان می توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{شعاع چرخش} = 6400 + 800 = 7200 \text{ km}$$

$$l = R \cdot \theta = 7200 \times \frac{2\pi}{9} = 1600\pi$$

۷۶. گزینه ۲ برای محاسبه مقدار نهایی باید کمانها را به فرم دیگری بنویسیم:

$$\begin{aligned} & \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{9}\right) \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{9}\right) + \cos\left(\pi + \frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\pi + \frac{2\pi}{9}\right) \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۷۷. گزینه ۱ ابتدا تک تک نسبتها را ساده می نمایم:

$$\begin{aligned} \sin(405^\circ) &= \sin(360^\circ + 45^\circ) = \sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right) &= \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{6\pi + \pi}{3}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \\ \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

پس مقدار نهایی برابر است با:

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۷۸. گزینه ۳ برای محاسبه a و b می توان از برد تابع f استفاده کرد:

$$\begin{aligned} \pi \times b & \rightarrow -b \leq b \cos x \leq +b \\ +a & \rightarrow a - b \leq a + b \cos x \leq a + b \end{aligned}$$

پس با توجه به اطلاعات سوال می توان نوشت.

$$+ \begin{cases} a - b = \frac{1}{2} \\ a + b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow 2a = 2$$

$$a = 1 \rightarrow 1 + b = \frac{3}{2} \rightarrow b = \frac{1}{2} \rightarrow f(x) = 1 + \frac{1}{2} \cos x$$

$$f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 1 + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 1 + \frac{1}{2} \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = 1 + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

۷۹. گزینه ۴ برای یافتن گزینه صحیح می‌توان با جایگذاری زاویه‌های مطرح شده به جواب صحیح رسید. ضمناً توجه داشته باشید هر گاه دو زاویه متمم باشند، داریم:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta & , \quad \cos \alpha = \sin \beta \\ \tan \alpha = \cot \beta & , \quad \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

$$x = 75^\circ \rightarrow \cos(20^\circ + 75^\circ) = \sin 75^\circ \rightarrow \cos(95^\circ) = \sin 70^\circ \quad \text{غ ق ق}$$

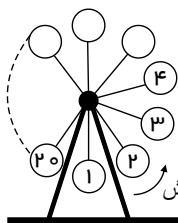
$$x = 90^\circ \rightarrow \cos(20^\circ + 90^\circ) = \sin(90^\circ) \rightarrow \cos(110^\circ) = \sin 90^\circ \quad \text{غ ق ق}$$

$$x = 20^\circ \rightarrow \cos(20^\circ + 20^\circ) = \sin 20^\circ \rightarrow \cos 40^\circ = \sin 20^\circ \quad \text{غ ق ق}$$

$$x = 35^\circ \rightarrow \cos(20^\circ + 35^\circ) = \sin 35^\circ \rightarrow \cos(55^\circ) = \sin 35^\circ \quad \text{متمم‌ها}$$

با توجه به نکته بیان شده، در گزینه چهارم دو زاویه متمم داریم، پس تساوی مذکور صحیح است.

۸۰. گزینه ۴



تعداد کابین‌ها ۲۰ عدد است، پس زاویه بین دو کابین متوالی برابر $\frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$ است.

از طرفی داریم:

$$\frac{21\pi}{5} = 4\pi + \frac{\pi}{5} = 4\pi + \frac{2\pi}{10}$$

پس هر کابین، دو دور کامل چرخیده و سپس به اندازه $\frac{2\pi}{10} = 2 \times \frac{\pi}{10}$ نسبت به وضعیت قبلی خود جلو رفته

است؛ یعنی هر کابین به اندازه دو کابین جلو رفته است، پس کابین ۲ به محل کابین ۴ منتقل شده است.

۸۱. گزینه ۲ برای محاسبه برد، کافیت عملکردهای اطراف $\sin x$ را به ترتیب تقدم و تأخر، اعمال نماییم.

$$y = -2 \sin x + 1$$

$$\sin x \in [-1, +1] \xrightarrow{\times -2}$$

$$-2 \sin x \in [-2, +2] \xrightarrow{+1}$$

$$-2 \sin x + 1 \in [-1, 3] \rightarrow Rf = [-1, 3] = [a, b] \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$b^2 - a^2 = 9 - (-1) = 10$$

۸۲. گزینه ۱ کافیت زاویه داده شده را در $\frac{\pi}{180}$ ضرب کنیم.

$$210^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{6} \quad \text{رادیان}$$

۸۳. گزینه ۳ زاویه مرکزی در یک دایره با کمان روبروی خود برابر است.

پس طول کمان مقابل زاویه مورد نظر هم یک رادین است.

و وتر متناظر با آن کمان که قاعده مثلث هم می‌باشد، از خود و کمان کوچک‌تر است.

۸۴. گزینه ۱ برای محاسبه می‌توان از یک نسبت تناسب ساده بهره برد. برای دوران عقربه ساعت شمار به اندازه π رادین ۶ ساعت

زمان مورد نیاز است، پس:

$$\frac{\text{ساعت } 6}{t} = \frac{3,14 \text{ رادین}}{1,57} \rightarrow t = \frac{6 \times 1,57}{3,14} = 3 \text{ ساعت}$$

۸۵. گزینه ۳ برای حل سوال ابتدا کمان‌ها را به فرم دیگری می‌نویسیم، به طوری که زاویه 7° در مجموعه گمان وجود داشته باشد.

$$\frac{3 \sin(187^\circ) + 4 \cos(727^\circ)}{2 \sin(97^\circ) + 3 \cos(173^\circ)} = \frac{3 \sin(180^\circ + 7^\circ) + 4 \cos(720^\circ + 7^\circ)}{2 \sin(90^\circ + 7^\circ) + 3 \cos(180^\circ - 7^\circ)}$$

$$= \frac{3 \sin(\pi + 7^\circ) + 4 \cos(4\pi + 7^\circ)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + 7^\circ\right) + 3 \cos(\pi - 7^\circ)}$$

برای ساده‌سازی اول باید ناحیه را تعیین کنیم، سپس با توجه به نوع تبدیل عبارت ساده می‌نماییم تبدیلاتی که $k\pi$ نسبت‌ها را تغییر

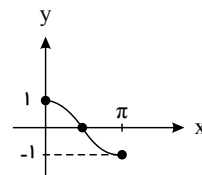
نمی‌دهند و تبدیلات $\frac{\pi}{4}$ فرد نسبت‌ها را تغییر می‌دهند.

$$\frac{-3 \sin V^\circ + 4 \cos V^\circ}{2 \cos V^\circ - 3 \cos V^\circ} = \frac{-3 \sin V^\circ + 4 \cos V^\circ}{-\cos V^\circ} = 3 \tan V^\circ - 4 \xrightarrow{\tan V^\circ = m} 3m - 4$$

۸۶. گزینه ۳ زمانی که منحنی از یک نقطه عبور نماید، مختصات نقطه در معادله منحنی صدق می نماید.

$$f(x) = a + b \cos x \xrightarrow{A(\pi, 0)} 0 = a + b \cos(\pi) \rightarrow a - b = 0 \rightarrow a = b$$

$$g(x) = \frac{a}{b} \cos x \xrightarrow{a=b} g(x) = \cos x$$



۸۷. گزینه ۱ با توجه به نمودار $f(0) = 1$ می باشد، پس:

$$f(x) = a \sin x + b \rightarrow f(0) = a \sin(0) + b = 1 \rightarrow b = 1$$

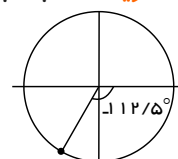
در بازه $[0, \pi]$ بیشترین مقدار $\sin x$ برابر یک می باشد. از طرفی بیشترین مقدار تابع در این بازه ۴ می باشد.

$$f(x) = a \sin x + 1 \xrightarrow{\max(\sin x) = 1} a(1) + 1 = 4 \rightarrow a = 3$$

$$a^2 + b^2 = 3^2 + 1 = 10$$

۸۸. گزینه ۳ ابتدا بهتر است زاویه را به صورت درجه بیان کنیم، برای این منظور کفایت به جای π قرار دهیم 180° .

$$-\frac{5\pi}{8} = \frac{-5 \times 180^\circ}{8} = -5(22,5^\circ) = -112,5^\circ$$



۸۹. گزینه ۴

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{1^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{180} \approx \frac{3}{180} = \frac{1}{60} \approx 0,017$$

۹۰. گزینه ۴ ابتدا متمم و مکمل 20° را محاسبه می نماییم:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \text{ متمم} \rightarrow 20^\circ + \beta = 90^\circ \rightarrow \beta = 70^\circ \text{ متمم}$$

$$\alpha + \gamma = 180^\circ \text{ مکمل} \rightarrow 20^\circ + \gamma = 180^\circ \rightarrow \gamma = 160^\circ \text{ مکمل}$$

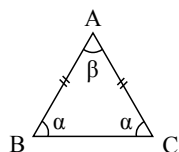
در این مرحله هر دو زاویه را بر حسب rad می نویسیم:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{70^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{7\pi}{18} \text{ متمم}$$

$$\frac{160^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{16\pi}{18} = \frac{8\pi}{9} \text{ مکمل}$$

۹۱. گزینه ۳ با توجه به متساوی الساقین بودن مثلث، زوایای مجاور به دو ساق باهم برابرند و داریم:

$$2\alpha + \beta = \pi \quad (I)$$



از طرفی زوایای مجاور باید بر حسب یک واحد بیان شوند،

لذا درجه را به رادیان تبدیل می نماییم. برای این تبدیل زاویه بر حسب درجه را در $\frac{\pi}{180}$ ضرب می نماییم.

$$\frac{36^\circ}{\pi} \times \frac{\pi}{180} = 2 \text{ rad}$$

$$\text{مجموع دو زاویه نابرابر} = 2 \text{ rad} \rightarrow \alpha + \beta = 2 \text{ rad} \quad (II)$$

$$(I), (II) \rightarrow \alpha + \alpha + \beta = \pi \rightarrow 2 + \alpha = \pi \rightarrow \alpha = \pi - 2$$

$$\alpha + \beta = 2 \rightarrow \pi - 2 + \beta = 2 \rightarrow \beta = 4 - \pi \xrightarrow{\pi \approx 3,14} 0,86 \text{ rad}$$

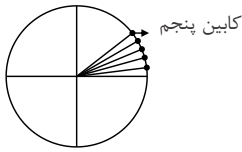
۹۲. گزینه ۲ ابتدا زاویه 40° را بر حسب رادیان می نویسیم:

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow \frac{R}{\pi} = \frac{40^\circ}{180^\circ} \Rightarrow R = \frac{2}{9} \pi$$

مسیری که برف پاک کن طی می کند به صورت قسمتی از یک کمان با شعاعی به طول برف پاک کن است. طول کمان را به دست می آوریم:

$$L = r\theta \xrightarrow[r = \frac{3}{\pi}]{\theta = \frac{2\pi}{9}} L = \frac{2}{3}m \Rightarrow L \sim 67cm$$

۹۳. گزینه ۴ در قدم اول زاویه بین دو کابین متوالی را شناسایی می‌نماییم.



$$\alpha = \frac{2\pi}{36} = \frac{\pi}{18}$$

حال میزان دوران را به فرم دیگری می‌نویسیم که بر حسب $\frac{\pi}{18}$ تنظیم شده باشد:

$$\frac{11\pi}{3} = \frac{6\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = 2\pi + \frac{5\pi}{3} = 2\pi + 30^\circ \times \frac{\pi}{18}$$

بنابراین کابین پنجم ابتدا یک دوران کامل انجام می‌دهد تا به جای اولیه خود برگردد. سپس به اندازه 30° کابین جابه‌جا می‌شود.

بنابراین کابین شماره ۵ در موقعیت کابین $30^\circ + 5 = 35^\circ$ قرار می‌گیرد.

۹۴. گزینه ۲ ابتدا طول کمان را با رابطه زیر محاسبه می‌نماییم. در این رابطه θ باید برحسب رادیان باشد.

$$L = r \cdot \theta \rightarrow 12 = 4 \times \theta \rightarrow \theta = 3rad$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{3}{\pi} \rightarrow D = \frac{540^\circ}{\pi}$$

۹۵. گزینه ۳ به بررسی عبارتهای داده شده می‌پردازیم:

(الف) یک رادیان تقریباً برابر با 57° است، پس دو زاویه دیگر بزرگ‌تر از 57° خواهند بود، پس قاعده کوچکتر از ساق‌ها است.

(ب) درست است. زیرا $72^\circ = \frac{2\pi}{5}$ و $36^\circ = \frac{\pi}{5}$

$$180^\circ - (72^\circ + 36^\circ) = 72^\circ = \text{اندازه زاویه سوم برحسب درجه}$$

(پ) درست است.

(ت) درست است.

۹۶. گزینه ۳ برای حل سوال می‌توان از این نکته بهره برد که هرگاه دو زاویه متمم باشند ($\alpha + \beta = 90^\circ$) آنگاه $\sin \alpha = \cos \beta$ برابر است:

$$(25^\circ + x) + (65^\circ - x) = 90^\circ \rightarrow \cos(65^\circ - x) = \sin(25^\circ + x)$$

اما برای ساده کردن مخرج به شکل زیر عمل می‌نماییم:

$$\cot(115^\circ + x) = \cot(90^\circ + 25^\circ + x) = -\tan(x + 25^\circ)$$

عبارت اصلی را جایگذاری می‌نماییم.

$$\frac{\cos^2(25^\circ + x) + \sin^2(25^\circ + x)}{\cot(25^\circ + x) \times (-\tan(25^\circ + x))} = \frac{1}{-1} = -1$$

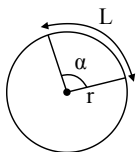
۹۷. گزینه ۲ اندازه زاویه برحسب رادیان را فرض می‌کنیم. لذا اندازه این زاویه برحسب درجه $\alpha \times \frac{180^\circ}{\pi}$ خواهد بود.

$$\Rightarrow D = \frac{20\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 20 \times 60^\circ = 1200^\circ$$

۹۸. گزینه ۲ وقتی هر چرخ به اندازه α رادیان می‌چرخد، مسافت طی شده برابر قسمتی از محیط دایره (طول کمانی از دایره) است

که توسط α بریده می‌شود:

$$\alpha = \frac{L}{r}$$



وقتی چرخ جلو 70° می‌چرخد:

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow \frac{R}{\pi} = \frac{70^\circ}{180^\circ} \Rightarrow R = \frac{7\pi}{18}$$

$$\alpha = \frac{L}{r} \xrightarrow[r=1]{\text{چرخ}} \frac{7\pi}{18} = \frac{L}{1} \Rightarrow L = \frac{7\pi}{18}$$

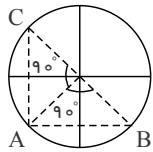
چون چرخ عقب نیز همین مسافت را طی کرده است و با توجه به اینکه شعاع چرخ عقب ۱۲۰ سانتی متر معادل ۱٫۲ متر است. خواهیم داشت:

$$\alpha' = \frac{L}{r'} \xrightarrow{L = \frac{v\pi}{18}} \alpha' = \frac{v\pi}{18 \times 1.2} = \frac{v\pi}{18 \times 1.2} \times \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{v}{1.2} \approx 58^\circ$$

۹۹. گزینه ۴ هر یک از زوایا را بر حسب درجه می‌نویسیم:

$$A = \frac{11\pi}{9} = 22^\circ, \quad B = \frac{31\pi}{18} = 31^\circ, \quad C = \frac{13\pi}{18} = 13^\circ$$

هریک از زوایا را روی دایره نمایش می‌دهیم:



مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

۱۰۰. گزینه ۴ برای حل سوال کمان‌ها را طوری بازنویسی می‌نماییم که $x + y$ آن‌ها تولید شود.

$$\tan(5x + 4y) = \tan(4x + 4y + x) = \tan(4(x + y) + x) = \tan\left(4\left(\frac{\pi}{4}\right) + x\right)$$

$$= \tan(\pi + x) = \tan(x)$$

$$\tan(3x + 2y) = \tan(2x + 2y + x) = \tan(2(x + y) + x) =$$

$$\tan\left(2\left(\frac{\pi}{4}\right) + x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot(x)$$

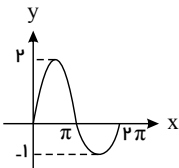
$$A = (\tan x)(-\cot x) = -1$$

۱۰۱. گزینه ۱ ابتدا توجه کنید که مقادیر تابع سینوس در بازه $[0, \pi]$ غیرمنفی و در بازه $[\pi, 2\pi]$ غیرمثبت است. پس می‌توان ضابطه

تابع f را به صورت زیر ساده کرد:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3\sin x + \sin x}{2} & 0 \leq x \leq \pi \\ \frac{3\sin x - \sin x}{2} & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases} = \begin{cases} 2\sin x & 0 \leq x \leq \pi \\ \sin x & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع $f(x)$ در بازه $[0, 2\pi]$ به شکل مقابل است:



بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۱۰۲. گزینه ۳ در ناحیه‌ی سوم دایره‌ی مثلثاتی $\tan x > 0$ و $\sin x < 0$ است.

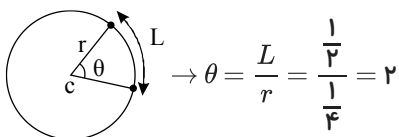
۱۰۳. گزینه ۳ زوایا را بر حسب ۵۵ درجه مرتب می‌کنیم.

$$\sin 305 = \sin(2\pi - 55) = -\sin 55 \quad \text{و} \quad \cos 325 = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 55\right) = \sin 55$$

$$\cos 215 = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 55\right) = -\sin 55$$

$$\frac{\sin 55 + 2 \cos 215}{3 \sin 305 - \cos 325} = \frac{\sin 55 - 2 \sin 55}{-3 \sin 55 - \sin 55} = \frac{-\sin 55}{-4 \sin 55} = \frac{1}{4} = a$$

۱۰۴. گزینه ۳



۱۰۵. گزینه ۱

$y = \sin ax \xrightarrow{\text{دوره‌ی تناوب}} T = \frac{2\pi}{ a }$	می‌دانیم:
--	-----------

$$y = a + \cos\left(-\frac{1}{2} + bx\right)\pi \rightarrow y = a + \cos\left(\frac{-\pi}{2} + \pi bx\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\rightarrow y = a + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi bx\right) \rightarrow y = a + \sin \pi bx$$

با توجه به شکل $\frac{3}{2}T = 9 \rightarrow T = 6 \rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$

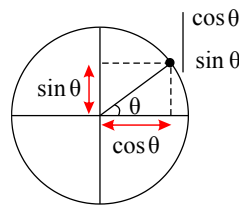
چون بلافاصله بعد از محور عرض، نمودار نزول پیدا می کند و بنابراین کمان سینوس می باید منفی باشد پس $b = -\frac{1}{3}$ است.

$$f(x) = a + \sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right) \xrightarrow{\text{صدق}} 1 = a + 0 \rightarrow a = 1 \rightarrow f(x) = 1 + \sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right) = 1 - \sin \frac{\pi}{3}x$$

$$\rightarrow f(29) = 1 - \sin \frac{29\pi}{3} = 1 - \sin\left(10\pi - \frac{\pi}{3}\right) = 1 - \sin\left(\frac{-\pi}{3}\right) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۰۶. گزینه ۲ اگر زاویه θ در موقعیت استاندارد باشد، نقطه ی انتهایی کمان θ دایره ی مثلثاتی را طبق شکل مقابل در نقطه ی

قطع می کند. $\begin{cases} \cos \theta \\ \sin \theta \end{cases}$



پس $\cos \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$ ، $\sin \theta = \frac{1}{3}$ است.

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{-2\sqrt{2}}{\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin \theta = -\frac{1}{3}$$

$$A = \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{1 + (-2\sqrt{2})^2}{-\frac{1}{3}} = \frac{9}{-\frac{1}{3}} = -27$$

۱۰۷. گزینه ۲ می دانیم $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$ بنابراین $y = b \sin ax$ است.

از طرفی دوره ی تناوب تابع $f(x) = b \sin ax$ به صورت $\frac{2\pi}{|a|}$ می باشد.

همچنین از روی نمودار تابع دوره ی تناوب تابع برابر است با 4π در نتیجه:

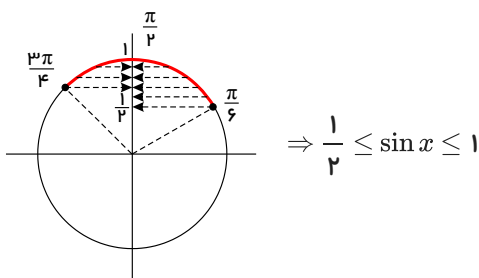
$$\frac{2\pi}{|a|} = 4\pi \rightarrow |a| = \frac{1}{2} \rightarrow a = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{1}{2}$$

با توجه به نمودار $f(\pi) = -2$ می باشد.

$$f(\pi) = b \sin a\pi \xrightarrow{a = \frac{1}{2}} b \sin \frac{\pi}{2} = b = -2 \rightarrow ab = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

۱۰۸. گزینه ۲ در دایره ی مثلثاتی وقتی x از $\frac{\pi}{6}$ تا $\frac{3\pi}{4}$ تغییر می کند، از $\frac{\pi}{2}$ نیز عبور می کند. پس سینوس آن یک را نیز می

پذیرد. لذا:



۱۰۹. گزینه ۱

$$\begin{cases} 5 \\ 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{صدق در تابع}} 5 = a(1) + 3 \rightarrow a + 3 = 5 \Rightarrow a = 2$$

طبق نمودار فاصله‌ی $x = 0$ تا $x = 2$ ، برابر نصف دوره‌ی تناوب تابع مورد نظر است:

$$2 - 0 = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ a + b = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ در گزینه ها نیست}$$

دوره‌ی تناوب تابع $y = \sin x$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

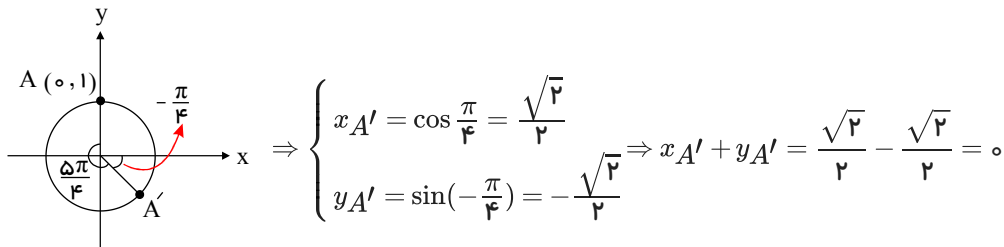
۱۱۰. گزینه ۱ اگر دوران در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت باشد، علامت زاویه مثبت است، پس زاویه‌ی دوران برابر است با:

$$\frac{13\pi}{4} = 2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

با دوران به اندازه‌ی 2π ، نقطه‌ی A به موقعیت اولیه‌ی خود باز می‌گردد، پس کافیسست نقطه‌ی A را در خلاف جهت حرکت عقربه‌های

ساعت به اندازه‌ی $\frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$ دوران دهیم تا نقطه‌ی A' به دست آید.

مطابق شکل داریم:



۱۱۱. گزینه ۲

$$\begin{aligned} \sin 155^\circ &= \sin(180^\circ - 25^\circ) = \sin 25^\circ \\ \sin 335^\circ &= \sin(360^\circ - 25^\circ) = -\sin 25^\circ \\ \sin 385^\circ &= \sin(360^\circ + 25^\circ) = \sin 25^\circ \end{aligned}$$

$$B = \frac{3 \sin 155^\circ}{5 \sin 335^\circ + \sin 385^\circ} = \frac{3 \sin 25^\circ}{-5 \sin 25^\circ + \sin 25^\circ} = \frac{3 \sin 25^\circ}{-4 \sin 25^\circ} = -\frac{3}{4}$$

۱۱۲. گزینه ۲ ابتدا سعی می‌کنیم زوایای داده شده را بر حسب 20° بنویسیم.

$$\sin 200^\circ = \sin(\pi + 20^\circ) = -\sin 20^\circ, \quad \cos 290^\circ = \cos(\frac{3\pi}{2} + 20^\circ) = \sin 20^\circ$$

$$\cos 160^\circ = \cos(\pi - 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \quad \sin 250^\circ = \sin(\frac{3\pi}{2} - 20^\circ) = -\cos 20^\circ$$

$$A = \frac{-3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}{5 \sin 20^\circ - 2 \cos 20^\circ} \text{ صورت و مخرج را بر } \cos 20^\circ \text{ تقسیم می‌کنیم} = \frac{-3 \tan 20^\circ - 1}{5 \tan 20^\circ - 2} = \frac{-3a - 1}{5a - 2} = \frac{3a + 1}{-5a + 2}$$

۱۱۳. گزینه ۱ ابتدا تمام زوایا را بر حسب 15° می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \cos 285^\circ &= \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 255^\circ = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin 525^\circ &= \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 105^\circ = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ \end{aligned}$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = \frac{-128}{72} = -\frac{16}{9}$$

۱۱۴. گزینه ۳

ابتدا تمام زوایا را بر حسب 20° می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \sin 25^\circ &= \sin(270^\circ - 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \quad \sin 70^\circ = \sin(720^\circ - 20^\circ) = \sin(-20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 56^\circ &= \cos(540^\circ + 20^\circ) = \cos(180^\circ + 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \quad \cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = \\ &= -\sin 20^\circ \end{aligned}$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 110^\circ} = \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{-\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos 20^\circ$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 - \tan 20^\circ}{-1 + \tan 20^\circ} = \frac{-1 - 0.4}{-1 + 0.4} = \frac{-1.4}{-0.6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

۱۱۵. گزینه ۱ سعی کنید تمام زوایا را بر حسب 5° بنویسید.

$$A = \frac{3 \sin 185^\circ - 4 \cos 175^\circ}{5 \sin 275^\circ + \cos 635^\circ} = \frac{3 \sin(180^\circ + 5^\circ) - 4 \cos(180^\circ - 5^\circ)}{5 \sin(270^\circ + 5^\circ) + \cos(360^\circ + 270^\circ + 5^\circ)}$$

$$= \frac{-3 \sin 5^\circ + 4 \cos 5^\circ}{-5 \cos 5^\circ + \sin 5^\circ} \div \sin 5^\circ = \frac{-3 + 4 \cot 5^\circ}{-5 \cot 5^\circ + 1} = \frac{-3 + 4a}{-5a + 1}$$

۱۱۶. گزینه ۱ نمودار تابع از نقطه 4° می گذرد پس این نقطه در تابع صدق می کند.

$$\left. \begin{array}{l} \circ \text{ صدق} \\ 4 \end{array} \right\} \rightarrow 4 = a + \sin 0 \rightarrow a = 4$$

باتوجه به شکل، فاصله 1 تا 7 دو برابر دوره تناوب است و می دانیم دوره تناوب تابع $y = k \sin ax$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

$$2T = 7 - 1 \rightarrow 2T = 6 \rightarrow T = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|a|} \rightarrow 3 = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow 3 = \frac{2}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{2}{3} \rightarrow b = \pm \frac{2}{3}$$

چون نمودار تابع در $x = 0$ نزولی است پس فقط $b = -\frac{2}{3}$ قابل قبول است.

$$ab = (4)\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{3}$$

۱۱۷. گزینه ۳ دوره تناوب تابع $y = \sin kx$ برابر $\frac{2\pi}{|k|}$ می باشد.

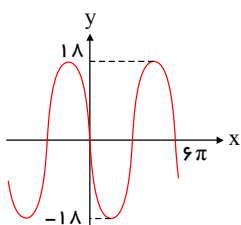
$$y = a \sin(b\pi x) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{2}{|b|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

باتوجه به شکل داده شده a و b هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند و چون همه گزینه ها مثبت می باشند پس $b = \frac{1}{3}$ قابل قبول است.

بیشترین مقدار این تابع از روی شکل 2 می باشد و بیشترین مقدار $y = a \sin(b\pi x)$ زمانی رخ می دهد که سینوس برابر 1 باشد

$$\text{بنابراین } a = 2 \text{ است پس } a + b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

۱۱۸. گزینه ۴



در توابع $y = b \sin ax$ و $y = b \cos ax$ دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|a|}$ ، ماکسیمم برابر $|b|$ و مینیمم برابر $-|b|$ است.

باتوجه به نمودار، دوره تناوب تابع برابر 6π و ماکسیمم آن برابر 18 است. پس با استفاده از نکته ی بالا داریم:

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{|a|} = 6\pi \rightarrow |a| = \frac{1}{3} \rightarrow a = \pm \frac{1}{3} \\ |b| = 18 \rightarrow b = \pm 18 \end{cases}$$

چون نمودار در همسایگی مبدأ نزولی است، پس دقیقاً یکی از a یا b منفی و دیگری مثبت است.

$$\begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -18 \end{cases} \rightarrow a + b = -\frac{53}{3}, \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = 18 \end{cases} \rightarrow a + b = \frac{53}{3}$$

بنابراین کمترین مقدار $a + b$ برابر $-\frac{53}{3}$ است.

۱۱۹. گزینه ۱ چون فاصله ی طولی بین کمترین و بیشترین مقدار روی نمودار برابر یک است پس دوره تناوب تابع برابر 2 است:

$$T = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1 \Rightarrow y = 1 + a \cdot \cos(\pm\pi x) = 1 + a \cdot \cos \pi x$$

از طرفی $f(1) = 3$ ، بنابراین داریم:

$$3 = 1 + a \cos(\pi(1)) \Rightarrow 3 = 1 + a \cos(\pi) \Rightarrow 3 = 1 + a(-1) \Rightarrow a = -2$$

۱۲۰. گزینه ۴ می دانیم که دوره تناوب تابع $y = k \sin ax$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

$$\text{باتوجه به شکل: } \begin{cases} f(0) = 4 \rightarrow 2m = 4 \rightarrow m = 2 \\ T + \frac{T}{2} = 9 \rightarrow 2T + T = 18 \rightarrow 3T = 18 \rightarrow T = 6 \end{cases}$$

$$T = 6 \rightarrow \frac{2\pi}{|n\pi|} = 6 \rightarrow \frac{2}{|n|} = 6 \rightarrow |n| = \frac{1}{3} \rightarrow n = \pm \frac{1}{3}$$

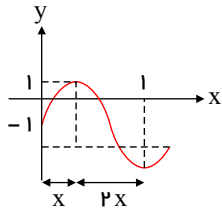
چون نمودار در همسایگی $x = 0$ صعودی است پس فقط $n = \frac{1}{3}$ قابل قبول است بنابراین $mn = \frac{2}{3}$ است.

$$y = \sin ax \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} \quad \text{می دانیم: ۱۲۱. گزینه ۳}$$

نکته: در منحنی های تناوب دو برابر فاصله ی طولی ماکسیمم و مینیمم، طول دوره ی تناوب آن تابع است.

باتوجه به شکل دوره ی تناوب تابع برابر $4x$ می باشد $3x = 1$ است، پس $x = \frac{1}{3}$ به دست می آید بنابراین دوره ی

تناوب تابع $T = \frac{4}{3}$ خواهد بود. از ضابطه ی تابع دوره ی تناوب برابر $T = \frac{2\pi}{|b\pi|}$ به دست می آید:



$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = \frac{4}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ \text{یا} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

اگر $b = \frac{3}{2}$ باشد، مقدار تابع در $x = \frac{1}{3}$ برابر 1 است بنابراین همین عدد برای b صحیح است.

$$y\left(\frac{1}{3}\right) = a \sin \frac{\pi}{2} - 1 = 1 \Rightarrow a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a + b = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$$

توجه کنید که اگر $b = -\frac{3}{2}$ باشد به طور مشابه $a = -2$ به دست می آید که $a + b = -\frac{7}{2}$ می شود که در گزینه ها نیست.

۱۲۲. گزینه ۱ در توابع به فرم $y = a \cos bx, y = a \sin bx$ دوره ی تناوب تابع برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ ، Max تابع برابر $|a|$ و Min تابع

برابر $-|a|$ می باشد.

$$y = -3 \cos 4x \rightarrow \begin{cases} A = |-3| = 3 \\ B = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow A \times B = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

۱۲۳. گزینه ۱

$$\frac{2 \sin 25^\circ + 3 \sin 34^\circ}{\cos 20^\circ - 4 \cos 43^\circ} = \frac{2 \sin(27^\circ - 2^\circ) + 3 \sin(36^\circ - 2^\circ)}{\cos(18^\circ + 2^\circ) - 4 \cos(36^\circ + 7^\circ)}$$

$$= \frac{-2 \cos 2^\circ - 3 \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ - 4 \cos 7^\circ} = \frac{-2 \cos 2^\circ - 3 \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ - 4 \sin 2^\circ}$$

$$\div \cos 2^\circ = \frac{-2 - 3 \tan 2^\circ}{-1 - 4 \tan 2^\circ} = \frac{-2 - 3(0,4)}{-1 - 4(0,4)} = \frac{-3,2}{-2,6} = \frac{32}{26} = \frac{16}{13}$$