

۱. حاصل  $\cos^4 x - \sin^4 x + 1$  کدام است؟

- (۱)  $2\cos^2 x$  (۲)  $2\sin^2 x$  (۳) ۱ (۴) ۰

۲. اگر  $\sin \alpha \cos \alpha > ۰$  و  $\sin \alpha \tan \alpha < ۰$  باشد انتهای  $\alpha$  در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۳. اگر  $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$  آن گاه  $2 \sin x \cos x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

۴. حاصل عبارت  $\frac{2\sin^3 \alpha}{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}$  کدام است؟

- (۱)  $2 \tan \alpha$  (۲)  $\cot \alpha$  (۳)  $2 \cot \alpha$  (۴)  $\tan \alpha$

۵. اگر  $\tan x + \cot x = -2$  باشد حاصل  $\sin^4 x + \cos^4 x$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $1 + \frac{\sqrt{2}}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۶. نقطه  $A$  بر روی دایره‌ای به شعاع ۳ واحد قرار دارد متحرکی از نقطه  $A$  در خلاف جهت مثلثاتی  $۴۲^\circ$  درجه چرخیده و در نقطه  $M$  قرار گرفته است متحرک دیگر از نقطه  $A$  در جهت مثلثاتی  $۲۱^\circ$  درجه چرخیده و در نقطه  $N$  قرار گرفته است. طول قوس  $MN$  چند واحد است؟

- (۱)  $۴,۰۸$  (۲)  $۴,۲۹$  (۳)  $۴,۷۱$  (۴)  $۳,۹۶$

۷. نقطه  $A(۳, ۲)$  بر روی دایره‌ای به مرکز  $(۲, ۰)$  قرار دارد متحرکی از نقطه  $A$  در جهت چرخش عقربه‌ای ساعت کمان  $۱۲^\circ$  درجه تا نقطه  $M$  طی کرده است. مختصات  $M$  کدام است؟

- (۱)  $(-\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$  (۲)  $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$  (۳)  $(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$  (۴)  $(-\frac{3}{2}, 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2})$

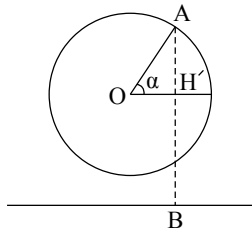
۸. اگر  $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{2-m}{m+1}$  و  $|x| < \frac{\pi}{4}$  باشد حدود تغییرات  $m$  چگونه است؟

- (۱)  $m < -1$  (۲)  $m > 2$  (۳)  $-1 < m < 2$  (۴)  $m < -1$  یا  $m > 2$

۹. اگر  $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$  و  $\sin 3x = m - 1$  باشد مقادیر  $m$  در کدام فاصله قرار دارد؟

- (۱)  $(0, 2)$  (۲)  $(0, 1]$  (۳)  $(-1, \frac{1}{2})$  (۴)  $(-1, 0)$

۱۰. در شکل زیر، شخص  $A$  بر چرخ و فلکی سوار است که قطر آن  $50$  متر و فاصله‌ی بالاترین نقطه‌ی چرخ و فلک تا زمین  $60$  متر است، فاصله‌ی این شخص در هر لحظه تا زمین وقتی چرخ و فلک حرکت می‌کند (طول  $AB$ )، بر حسب  $\alpha$  از کدام معادله به دست می‌آید؟



- (۱)  $25 \sin \alpha + 10$  (۲)  $25 \cos \alpha + 35$   
(۳)  $25 \sin \alpha + 35$  (۴)  $25 \cos \alpha + 10$

۱۱. اگر  $-25^\circ < x < 30^\circ$  و  $\cos 2x = \frac{2m-1}{2}$ ، آنگاه حدود تغییرات  $m$  کدام فاصله است؟

- (۱)  $(1, \frac{3}{2}]$  (۲)  $[\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$  (۳)  $(1, \frac{3}{2})$  (۴)  $(\frac{1}{2}, \cos 50^\circ)$

۱۲. اگر  $\cos \alpha = 2m + 1$ ،  $-\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{3}$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4} < m \leq 0$  (۲)  $-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$  (۳) فقط  $m = -\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$

۱۳. در یک دایره، توسط اضلاع زاویه مرکزی  $\theta$ ، کمانی به طول نصف شعاع دایره بریده شده است.  $\theta$  چند درجه است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $1$  (۳)  $\frac{90}{\pi}$  (۴)  $\frac{180}{\pi}$

۱۴. اگر  $A = \sin 1$  و  $B = \sin 4$  و  $C = \sin 5$ ، کدام رابطه صحیح است؟ (زوایا بر حسب رادیان هستند)

(۱)  $A < B < C$  (۲)  $A > B > C$  (۳)  $A > C > B$  (۴)  $B > A > C$

۱۵. اگر  $\tan x > 0$  و  $\sin x < 0$  باشد، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

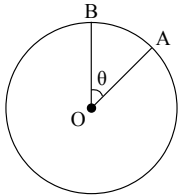
۱۶. اگر  $\sin x > 0$  و  $\cot x < 0$  باشد، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۷. زاویه  $\theta$  کمانی به طول  $\frac{1}{2}$  سانتی متر در دایره‌ای با شعاع  $\frac{1}{4}$  سانتی متر بریده است. مقدار  $\theta$  بر حسب رادیان کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸. مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به مرکز  $O$  و به شعاع ۵، طول کمان  $AB$  برابر  $\frac{\pi}{4}$  است. اندازه‌ی زاویه‌ی  $\theta$  بر حسب درجه کدام است؟



- (۱)  $10^\circ$  (۲)  $20^\circ$  (۳)  $18^\circ$  (۴)  $36^\circ$

۱۹. حاصل  $\frac{1}{\tan^2 15^\circ} - \frac{1}{\cot^2 15^\circ}$  کدام است؟

- (۱)  $8\sqrt{3}$  (۲)  $-8\sqrt{3}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۴)  $-4\sqrt{3}$

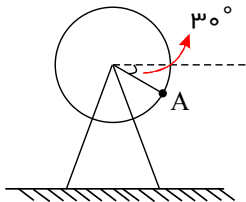
۲۰. اگر  $\cos x + \sqrt{\cos x} = \sin x$  باشد، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار دارد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) اول و چهارم (۴) دوم و سوم

۲۱. اگر  $\frac{3 \sin x - 4 \cos x}{\sin x + 6 \cos x} = 1$  مقدار  $\cot 2x$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{24}{5}$  (۲)  $\frac{5}{24}$  (۳)  $-\frac{5}{12}$  (۴)  $-\frac{12}{5}$

۲۲. چرخ و فلکی دایره‌ای شکل به شعاع ۱۲ متر دارای تعدادی کابین است. مطابق شکل، کابین  $A$  در ارتفاع ۱۸ متری از سطح زمین قرار دارد. اگر چرخ و فلک  $210^\circ$  حول مبدأ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران کند، کابین  $A$  در چه ارتفاعی از سطح زمین قرار خواهد گرفت؟ (زاویه‌ی کابین  $A$  با سطح افقی  $30^\circ$  است.)



- (۱)  $6(4 + \sqrt{3})$  (۲)  $3(7 + 2\sqrt{3})$  (۳)  $24$  (۴)  $21$

۲۳. اگر  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ، آن گاه حدود تغییرات  $\sin x$  کدام است؟

- (۱)  $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$  (۲)  $[\frac{1}{2}, 1]$  (۳)  $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$  (۴)  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$

۲۴. نقطه‌ی  $A(0, 1)$ ، روی دایره‌ی مثلثاتی به اندازه‌ی  $\frac{13\pi}{4}$  رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند تا به نقطه‌ی  $A'$  برسد. مجموع طول و عرض نقطه‌ی  $A'$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۲۵. اگر  $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}$  باشد حاصل  $\sin^4 x + \cos^4 x$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۲۶. اگر  $\tan x = 2$  باشد حاصل کسر  $\frac{3\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x}$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۲ (۳) ۵ (۴) ۱۳

۲۷. اگر  $\sin x + \cos x = 1$  باشد حاصل  $\sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + \cos^2(x + \frac{\pi}{4})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴) ۱

۲۸. اگر  $\frac{\sin^2 x - 2\cos^2 x + 1}{\sin^2 x + 2\cos^2 x - 1} = 4$  باشد، مقدار  $\tan^2 x$  چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴) ۱

۲۹. در صورتی که  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  باشد حاصل  $\sqrt{1 - 2\sin x} \sqrt{1 - \sin^2 x}$  برابر است با:

- (۱)  $|\cos x - \sin x|$  (۲)  $|\sin x + \cos x|$  (۳)  $\sin x + \cos x$  (۴)  $-(\sin x + \cos x)$

۳۰. اگر  $\tan x + \cot x = -2$  باشد حاصل  $\tan^{4n} x + \cot^{4n} x$  کدام است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

- (۱) ۱ (۲) ۰ (۳) ۲ (۴) گزینه ۲ یا ۳

۳۱. حاصل  $\frac{1}{2} \left( \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right)$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

۳۲. اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه ی اول باشد عبارت  $\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$  برابر کدام است؟

(۱)  $-\tan \alpha$       (۲)  $-\cot \alpha$       (۳)  $\tan \alpha$       (۴)  $\cot \alpha$

۳۳. اگر  $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$  باشد حاصل  $\sin^3 x + \cos^3 x$  چقدر است؟

(۱)  $\frac{13}{27}$       (۲)  $\frac{13}{81}$       (۳)  $\frac{17}{27}$       (۴)  $\frac{17}{81}$

۳۴. اگر  $\tan \alpha = \frac{2}{3}$  باشد مقدار  $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)}$  کدام است؟

(۱) ۵      (۲) ۱      (۳) -۳      (۴) -۴

۳۵. اگر  $\cot 20^\circ = \frac{8}{3}$  باشد حاصل  $\frac{2 \sin 25^\circ - \cos 16^\circ}{\sin 16^\circ + 3 \cos 7^\circ - \sin 11^\circ}$  برابر کدام است؟

(۱) -۳      (۲) -۲      (۳) ۲      (۴) ۳

۳۶. اگر  $\tan 25^\circ = \frac{1}{2}$  باشد حاصل عبارت  $\frac{\sin 155^\circ - 3 \cos 245^\circ}{\cos 295^\circ - 2 \sin 65^\circ}$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{12}{19}$       (۲)  $-\frac{13}{19}$       (۳)  $-\frac{24}{19}$       (۴)  $-\frac{26}{19}$

۳۷. اگر  $\tan \alpha = 2$  باشد، حاصل  $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha)}$  کدام است؟

(۱) ۲      (۲) ۳      (۳) -۲      (۴) -۳

۳۸. حاصل  $\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \dots + \cos \frac{6\pi}{7}$  کدام است؟

(۱) ۰      (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳)  $-\frac{1}{2}$       (۴) ۱

۳۹. حاصل عبارت  $\sqrt{2} \cos(-\frac{45\pi}{4}) + 3 \tan(\frac{45\pi}{4}) + 4 \cot(\frac{-45\pi}{4})$  کدام است؟

(۱) -۱      (۲) ۰      (۳) ۳      (۴) -۲



۴۰. با فرض  $\tan ۲۲^\circ = \frac{۲}{۵}$ ، حاصل عبارت  $\frac{\sin(-۱۱۲^\circ) + \sin ۱۵۸^\circ}{\cos(۲۰۲^\circ)}$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{۱}{۲}$       (۲)  $\frac{۳}{۲}$       (۳)  $\frac{۳}{۵}$       (۴)  $\frac{۲}{۵}$

۴۱. اگر  $\tan \theta = \frac{۲}{۳}$  باشد، مقدار  $\frac{\cos(\frac{۳\pi}{۲} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(۳\pi + \theta)}$  کدام است؟

(۱) -۲      (۲)  $\frac{۱}{۲}$       (۳) ۲      (۴) ۳

۴۲. هر گاه  $\tan ۱۵^\circ = a$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\cos ۲۵۵^\circ - \cos ۱۶۵^\circ}{۲ \sin ۷۵^\circ + ۳ \cos ۱۰۵^\circ}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{۱-a}{۲-۳a}$       (۲)  $\frac{a-۱}{۲-۳a}$       (۳)  $\frac{۱}{۵}(a-۱)$       (۴)  $\frac{۱}{۵}(۱-a)$

۴۳. خلاصه شده‌ی عبارت  $\sin(\frac{\pi}{۲} + \alpha) \sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \cos(-\alpha)$  کدام است؟

(۱)  $-\sin ۲\alpha$       (۲)  $\sin ۲\alpha$       (۳)  $\cos ۲\alpha$       (۴) ۰

۴۴. اگر  $\tan \frac{x}{۲} = \sqrt{۲}$  باشد حاصل  $\frac{۱ - \cos x}{۱ + \cos x}$  کدام است؟

(۱)  $۲\sqrt{۲}$       (۲)  $\sqrt{۲}$       (۳) ۲      (۴)  $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۴۵. اگر  $\tan ۲x + \cot ۲x = ۴$  باشد  $\sin ۴x$  چقدر است؟

(۱) ۲      (۲)  $\frac{۱}{۲}$       (۳) -۲      (۴)  $-\frac{۱}{۲}$

۴۶. اگر  $x = \frac{\pi}{۱۲}$  باشد حاصل عبارت  $\frac{(\sin x + \cos x)^۲}{(\sin x - \cos x)^۲}$  برابر است با:

(۱) ۱      (۲)  $\frac{۱}{۲}$       (۳) ۳      (۴)  $\sqrt{۳}$

۴۷. اگر  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۳}$  باشد مقدار  $\cos ۲\alpha$  کدام است؟

(۱)  $\frac{۵}{۹}$       (۲)  $\frac{۴}{۹}$       (۳)  $-\frac{۵}{۹}$       (۴)  $-\frac{۴}{۹}$





۴۸. ساده شده‌ی عبارت  $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha + 1)(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)}{\cos 2\alpha}$  کدام است؟

$\frac{1}{\cos \alpha}$  (۴)       $\tan \alpha$  (۳)       $\cot 2\alpha$  (۲)       $\tan 2\alpha$  (۱)

۴۹. حاصل  $\frac{1}{\sin x} - \cot x$  برابر کدام می باشد؟

$-\cot \frac{x}{2}$  (۴)       $-\tan \frac{x}{2}$  (۳)       $\tan \frac{x}{2}$  (۲)       $\cot \frac{x}{2}$  (۱)

۵۰. اگر  $\tan x + \cot x = 4$ , آن گاه  $\sin 2x$  کدام است؟

$2$  (۴)       $\frac{3}{2}$  (۳)       $1$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱)

۵۱. اگر  $\cot x = 1 + \tan x$ , حاصل  $\tan 2x$  کدام است؟

$-2$  (۴)       $2$  (۳)       $-\frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱)

۵۲. حاصل عبارت  $\sin x \cos x (1 - 2\sin^2 x)$  به ازای  $x = 75^\circ$  کدام است؟

$\frac{3}{16}$  (۴)       $\frac{3}{8}$  (۳)       $\frac{1}{8}$  (۲)       $\frac{1}{4}$  (۱)

۵۳. حاصل  $\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12}$  کدام است؟

$-\frac{1}{3}$  (۴)       $-\frac{1}{4}$  (۳)       $\frac{1}{4}$  (۲)       $\frac{1}{3}$  (۱)

۵۴. حاصل عبارت  $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - (\tan x + \cot x)^2$  کدام است؟

$0$  (۴)       $-1$  (۳)       $2$  (۲)       $-2$  (۱)

۵۵. حاصل  $(\sin \frac{\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8})^2 - (\sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8})^2$  کدام است؟

$-2$  (۴)       $2$  (۳)       $\sqrt{2}$  (۲)       $-\sqrt{2}$  (۱)

۵۶. اگر  $\sin 2x + \cos 2x = \frac{1}{2}$  باشد حاصل  $\tan 4x$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{\sqrt{7}}$  (۲)  $\frac{\sqrt{7}}{3}$  (۳)  $\sqrt{7}$  (۴)  $\frac{4}{7}$

۵۷. اگر  $\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$  باشد.  $\tan x + \cot x$  چقدر است؟

(۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{32}{9}$  (۳)  $\frac{9}{32}$  (۴)  $\frac{18}{7}$

۵۸. اگر  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$  باشد. آن گاه  $\sin 3x$  کدام است؟

(۱)  $-1$  (۲)  $1$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۵۹. حاصل عبارت  $\cos 2x + \frac{-1}{1 + \tan^2 x} + \frac{2}{1 + \cot^2 x}$  کدام است؟

(۱)  $\cos^2 x$  (۲)  $1$  (۳)  $\sin^2 x$  (۴)  $-1$

۶۰. اگر  $\frac{\sin x + 2 \cos x}{\sin x - 3 \cos x} = 2$  باشد حاصل  $\frac{1}{\sin x \cos x}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{65}{8}$  (۲)  $-\frac{65}{8}$  (۳)  $\frac{17}{4}$  (۴)  $-\frac{17}{4}$

۶۱. مقدار  $\tan 195^\circ - \tan 105^\circ$  برابر کدام است؟

(۱)  $2$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $4$

۶۲. اگر  $f(x) = 2x^2 - 1$  باشد تابع  $(f \circ f)(\cos x)$  برابر کدام است؟

(۱)  $\sin^4 x$  (۲)  $\cos^4 x$  (۳)  $\sin^4 x$  (۴)  $\cos^4 x$

۶۳. حاصل عبارت  $A = \sin(\pi - x) \sin(\pi + x) + \sin(\frac{\pi}{2} - x) \cos(2\pi + x) + \tan(\frac{3\pi}{2} + x) \cot(\frac{3\pi}{2} - x)$  کدام است؟

(۱)  $1 + \cos 2x$  (۲)  $1 - \cos 2x$  (۳)  $-1 + \cos 2x$  (۴)  $-1 - \cos 2x$

۶۴. حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{1 + \sin 5^\circ}}{\sin 4^\circ}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{\sin 2^\circ}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{\cos 2^\circ}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2 \sin 2^\circ}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2 \cos 2^\circ}$

۶۵. هرگاه  $\sin 6^\circ = x$  باشد حاصل  $\sin 78^\circ$  چقدر است؟

(۱)  $1 - 2x^2$  (۲)  $x^2$  (۳)  $x^2 - 2$  (۴)  $2x^2 - 2$

۶۶. عبارت  $\frac{1 + \sin 2a - \cos 2a}{1 + \sin 2a + \cos 2a}$  برابر است با:

(۱)  $\tan a$  (۲)  $\cot a$  (۳)  $-\tan a$  (۴)  $-\cot a$

۶۷. مقدار  $\sin 65^\circ \sin 14^\circ \sin 155^\circ$  برابر است با:

(۱)  $\frac{1}{2} \sin 1^\circ$  (۲)  $\frac{1}{4} \cos 1^\circ$  (۳)  $\frac{1}{4} \sin 1^\circ$  (۴)  $\frac{1}{2} \sin 5^\circ$

۶۸. حاصل  $\frac{1}{2}(\tan 75^\circ - \tan 15^\circ)$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $1$

۶۹. اگر  $\tan \frac{x}{2} = 2$  باشد. حاصل  $\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$  کدام است؟

(۱)  $20$  (۲)  $4$  (۳)  $15$  (۴)  $\frac{5}{4}$

۷۰. اگر  $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1}{2}$  باشد آن گاه:

(۱)  $\tan x = -\frac{4}{3}$  (۲)  $\tan x = -4$  (۳)  $\tan x = \frac{-3}{4}$  (۴)  $\tan x = \frac{3}{4}$

۷۱. اگر  $\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{3}$  باشد عبارت  $\frac{1 - \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$  برابر کدام است؟

(۱)  $\frac{10}{3}$  (۲)  $3$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{7}{4}$

۷۲. هرگاه  $2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$  مقدار  $\cot 2x$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) -۱ (۴) ۲

۷۳. حاصل  $\frac{2 \cot 75}{3 - \cot^2 75}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۳ (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{9}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۷۴. اگر  $\sin x + \cos x = \frac{1}{4}$  باشد. حاصل  $\tan x + \cot x$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{32}{15}$  (۲)  $-\frac{8}{17}$  (۳)  $\frac{8}{7}$  (۴)  $\frac{8}{3}$

۷۵. اگر  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 2$  باشد، حاصل  $\cos 2x$  کدام است؟

- (۱)  $0.8$  (۲)  $0.6$  (۳)  $1.2$  (۴)  $1.4$

۷۶. حاصل  $\cot^2 15^\circ - \tan^2 15^\circ$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$  (۲)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  (۳)  $8\sqrt{3}$  (۴)  $4\sqrt{3}$

۷۷. اگر انتهای کمان  $\alpha$ ،  $\beta$  در یک ناحیهی مثلثاتی باشند و  $\sin 2\alpha$ ،  $\cot(-\beta) \sin \beta$  هر دو منفی باشند. آنگاه انتهای کمان‌های

$\alpha$ ،  $\beta$  در کدام ناحیهی دایرهی مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۷۸. حاصل عبارت  $(2 \sin^2 \frac{x}{2} - 1) \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{12}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $-\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{8}$

۷۹. اگر  $\tan x - \cot x = 4$  باشد، حاصل  $\sin 2x$  کدام است؟

- (۱)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{3}$  (۲)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$  (۴)  $\pm \frac{1}{2}$

۱۰. اگر  $\sin(x - \frac{\pi}{2}) + 2 \cos(\pi + x) = 1$  حاصل  $\cos 2x$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $-\frac{7}{9}$  (۴)  $-1$

۱۱. اگر  $\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}$  باشد کمترین مقدار  $\frac{1 - \tan^2(45 - \alpha)}{1 + \tan^2(45 - \alpha)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۲. اگر  $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = 4$  باشد حاصل  $\tan^2 x + \cot^2 x$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳)  $\frac{17}{4}$  (۴)  $\frac{10}{3}$

۱۳. اگر  $\sin x + \cos x = \frac{4}{3}$  باشد حاصل  $\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}$  چقدر است؟

- (۱)  $\sqrt{\frac{50}{7}}$  (۲)  $\sqrt{\frac{18}{7}}$  (۳)  $\sqrt{\frac{32}{7}}$  (۴)  $\frac{18}{7}$

۱۴. اگر  $3 \sin x - 4 \cos x = 5$  باشد، حاصل  $\cos 2x$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{10}$  (۲)  $0,6$  (۳)  $0,8$  (۴)  $0,28$

۱۵. اگر  $\frac{\tan a(1 - \tan^2 a)}{(1 + \tan^2 a)^2} = \frac{1}{4}$  باشد، حاصل  $\sin 4a$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۶. اگر  $\sin 2x = \frac{4}{5}$  باشد حاصل کسر  $\frac{\tan^2 x + \cot^2 x}{\tan^3 x + \cot^3 x}$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{34}{65}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{65}{34}$  (۴)  $\frac{17}{35}$

۱۷. حاصل عبارت  $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{12}$



۸۸. اگر  $\sin^4 x + \frac{1}{4} = \cos^4 x$  حاصل  $\sin^4 x$  کدام است؟

(۱)  $\frac{9}{16}$  (۲)  $\frac{1}{16}$  (۳)  $\frac{9}{64}$  (۴)  $\frac{25}{64}$

۸۹. حاصل  $\frac{\tan^2 x}{1 - \tan^4 x}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{6}}{72}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{72}$  (۳)  $\frac{\sqrt{6}}{24}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{24}$

۹۰. حاصل  $\frac{\sin 2^\circ}{1 + \cos 2^\circ}$  کدام است؟

(۱)  $\sin 1^\circ$  (۲)  $\cos 1^\circ$  (۳)  $\tan 1^\circ$  (۴)  $\tan 4^\circ$

۹۱. عبارت  $1 + \tan 1^\circ \tan 2^\circ$  با کدام گزینه برابر است؟

(۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{1}{\cos 1^\circ}$  (۳)  $\frac{1}{\cos 2^\circ}$  (۴)  $2 \tan 4^\circ$

۹۲. اگر  $\sin(\pi + x) - \sin x = \frac{1}{2}$  باشد، حاصل  $\sin(\frac{\pi}{2} + 2x)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $-\frac{7}{8}$

۹۳. اگر  $\sin 2x + \cos 2x = -\frac{1}{5}$  باشد، مقدار  $\tan x$  کدام است؟

(۱)  $3$  یا  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-3$  یا  $\frac{1}{2}$  (۳)  $2$  یا  $-\frac{1}{3}$  (۴)  $-2$  یا  $\frac{1}{4}$

۹۴. اگر  $\sin 2x = \frac{4}{5}$  آن گاه حاصل  $\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}$  کدام می تواند باشد؟

(۱)  $2$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $4$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۹۵. اگر  $\tan \alpha = \frac{1}{4}$  باشد، حاصل  $\frac{\sin(\alpha - \pi) + 2 \cos(21\pi + \alpha)}{3 \cos(\frac{11\pi}{2} + \alpha) + \sin(\frac{5\pi}{2} - \alpha)}$  چقدر است؟

(۱)  $7$  (۲)  $-1$  (۳)  $\frac{7}{9}$  (۴)  $-\frac{9}{7}$





۹۶. اگر  $\cot \alpha = 2$  باشد، حاصل  $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$  عبارت کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{9}{16}$  (۳)  $\frac{6}{7}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۹۷. حاصل  $\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ}$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{6}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{3}$

۹۸. اگر مقدار  $\tan 20^\circ = \frac{1}{3}$  باشد، مقدار عبارت  $A = \frac{\sin 110^\circ + \cos 34^\circ}{2 \cos 110^\circ + \cos 65^\circ}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{20}{3}$  (۲) ۵ (۳)  $-\frac{20}{9}$  (۴)  $-\frac{17}{3}$

۹۹. اگر  $\sin 2\alpha < 0$  و  $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) > 0$  باشد، انتهای کمان  $\alpha$  در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۰۰. اگر  $\tan \alpha = \frac{2}{3}$  مقدار عبارت  $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)}$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۰۱. اگر  $a = \frac{\sin 55^\circ + 2 \cos 215^\circ}{3 \sin 305^\circ - \cos 325^\circ}$  باشد، آن‌گاه مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\tan 35^\circ$  (۲)  $\tan 55^\circ$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۰۲. اگر زاویه‌ی  $\theta$  در موقعیت استاندارد باشد، به طوری که نقطه‌ی انتهایی کمان  $\theta$  دایره‌ی مثلثاتی را در نقطه‌ی  $(-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3})$

قطع کند، مقدار  $A = \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta)}$  کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) -۲۷ (۳)  $\frac{27}{2}$  (۴)  $-\frac{27}{2}$

۱۰۳. اگر  $-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{6}$  باشد، حدود تغییرات  $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$  کدام است؟

$$\left(\frac{1}{r}, \frac{\sqrt{r}}{r}\right) (r)$$

$$\left(0, \frac{1}{r}\right) (r)$$

$$\left(\frac{1}{r}, 1\right] (r)$$

$$\left(-\frac{1}{r}, \frac{1}{r}\right) (1)$$

۱۰۴. اگر  $\cos^4 x = 1 + \sin^4 x$ ، آنگاه حاصل  $\cos x$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۰۵. اگر  $\frac{1}{3} \sin x - \cos x = \frac{1}{3}$  باشد، حاصل  $\cos 4x$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{47}{81}$  (۲)  $\frac{47}{81}$  (۳)  $\frac{15}{36}$  (۴)  $-\frac{15}{36}$

۱۰۶. اگر انتهای کمان زاویه‌ی  $x$  در ناحیه‌ی دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد و داشته باشیم  $\cos(\pi + 2x) = \frac{1}{3}$ ، مقدار  $\tan x$  کدام

است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $-\sqrt{3}$  (۳)  $-\sqrt{5}$  (۴)  $-\sqrt{2}$

۱۰۷. حاصل  $\tan^4 \frac{\pi}{8} - \cot^4 \frac{\pi}{8}$  چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۲۴ (۴) -۲۴

۱۰۸. اگر  $\sin x - 2 \cos x = 0$  باشد، مقدار  $\tan 2x$  کدام است؟

- (۱)  $\tan 2x$  (۲)  $-\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۱۰۹. اگر  $\cos x - \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{4 \sin x}$ ، حاصل  $\sin 4x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2} - \frac{1}{2}$  (۳)  $\sqrt{2} - 1$  (۴)  $1 - \sqrt{2}$

۱۱۰. اگر  $\cot 10^\circ = m$ ، حاصل عبارت  $A = \frac{3 \sin 19^\circ + 5 \sin 10^\circ}{4 \sin 73^\circ - \cos 37^\circ}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{-3 - 5m}{4 + m}$  (۲)  $\frac{-3 + 5m}{4 - m}$  (۳)  $\frac{3 - 5m}{4 + m}$  (۴)  $\frac{3 + 5m}{2 + 2m}$

۱۱۱. حاصل عبارت  $B = \frac{3 \sin 155^\circ}{5 \sin 335^\circ + \sin 385^\circ}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۱۲. اگر  $\tan 20^\circ = a$ ، حاصل عبارت  $A = \frac{3 \sin 20^\circ + \cos 160^\circ}{5 \cos 290^\circ + 2 \sin 250^\circ}$  کدام است؟

$$\frac{3a+1}{5a+2} \quad (۴) \qquad \frac{-3a-1}{-5a+2} \quad (۳) \qquad \frac{3a+1}{-5a+2} \quad (۲) \qquad \frac{3a-1}{5a-2} \quad (۱)$$

۱۱۳. اگر  $\tan \frac{\pi}{7} = \alpha$ ، حاصل عبارت  $A = \frac{3 \sin \frac{8\pi}{7} + 4 \cos \frac{6\pi}{7}}{2 \sin \frac{13\pi}{7} + \sin \frac{29\pi}{7}}$  بر حسب  $\alpha$  کدام است؟

$$\frac{3\alpha-4}{\alpha} \quad (۴) \qquad \frac{3\alpha+4}{\alpha} \quad (۳) \qquad \frac{3\alpha+4}{2} \quad (۲) \qquad \frac{4\alpha+3}{7} \quad (۱)$$

۱۱۴. اگر  $\tan x - \cot x = 5$ ، حاصل عبارت  $A = 2 \cot 2x + 5 \tan 2x$  کدام است؟

$$-7 \quad (۴) \qquad -10 \quad (۳) \qquad -12 \quad (۲) \qquad -14 \quad (۱)$$

۱۱۵. اگر  $\cos^4 x - \sin^4 x = \frac{1}{6}$ ، مقدار  $\cos^4 x$  کدام است؟

$$-\frac{7}{9} \quad (۴) \qquad -\frac{5}{6} \quad (۳) \qquad -\frac{8}{9} \quad (۲) \qquad -\frac{17}{18} \quad (۱)$$

۱۱۶. حاصل عبارت  $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض  $\tan 15^\circ = 0.28$ ، کدام است؟

$$\frac{16}{9} \quad (۴) \qquad \frac{9}{16} \quad (۳) \qquad -\frac{9}{16} \quad (۲) \qquad -\frac{16}{9} \quad (۱)$$

۱۱۷. حاصل عبارت  $\frac{\sin 250^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ}$  با فرض  $\tan 20^\circ = 0.4$ ، کدام است؟

$$\frac{5}{8} \quad (۴) \qquad \frac{7}{3} \quad (۳) \qquad \frac{3}{4} \quad (۲) \qquad -\frac{3}{4} \quad (۱)$$

۱۱۸. اگر  $\cot 5^\circ = a$ ، حاصل عبارت  $A = \frac{3 \sin 185^\circ - 4 \cos 175^\circ}{5 \sin 275^\circ + \cos 635^\circ}$  کدام است؟

$$\frac{3+4a}{5a+1} \quad (۴) \qquad \frac{3-4a}{1-5a} \quad (۳) \qquad \frac{3-4a}{1-5a} \quad (۲) \qquad \frac{-3+4a}{-5a+1} \quad (۱)$$

۱۱۹. اگر  $\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$  باشد مقدار  $\cos 2x$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲۰. اگر  $\tan 20^\circ = \frac{3}{4}$  حاصل  $\frac{\sin 160^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{15}{8}$  (۳)  $\frac{17}{8}$  (۴)  $\frac{31}{16}$

۱۲۱. اگر  $\cot(\frac{x+\pi}{2}) = \frac{1}{2}$  باشد، مقدار  $\cos(\frac{\pi+2x}{2})$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $-\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۲۲. اگر  $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = 3$  حاصل  $\cos 2\alpha$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{9}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۲۳. اگر  $\tan 20^\circ = \frac{1}{4}$  حاصل عبارت  $A = \frac{2 \sin 25^\circ + 3 \sin 34^\circ}{\cos 20^\circ - 4 \cos 43^\circ}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{16}{13}$  (۲)  $\frac{15}{13}$  (۳)  $\frac{17}{13}$  (۴)  $\frac{15}{26}$

۱۲۴. اگر  $\tan 10^\circ - \cot 10^\circ = a$  حاصل  $\tan 20^\circ$  بر حسب  $a$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{a}$  (۲)  $\frac{2}{a}$  (۳)  $-\frac{a}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2a}$

۱۲۵. اگر  $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1$  باشد، مقدار  $\tan 2x$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۲۶. مقدار عددی عبارت  $\sqrt{2 + \sqrt{2}} \left( \sin \frac{\pi}{8} \right)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2 - \sqrt{2}}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$



۱۲۷. اگر  $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = 5$ ، مقدار  $\tan 2x$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{5}{12}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{7}{12}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$

۱۲۸. اگر  $\sin^4\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{1}{3} + \sin^4 x$ ، آن‌گاه مقدار مثبت  $\tan x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۲۹. اگر  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$  باشد، مقدار  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۱۳۰. اگر  $\tan x = \frac{4}{3}$  باشد، مقدار  $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{4}{2}$

۱۳۱. اگر  $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$  باشد، مقدار  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $2$

۱۳۲. اگر  $\sin x = \frac{12}{13}$  و  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ، مقدار  $\tan \frac{x}{2}$  کدام است؟

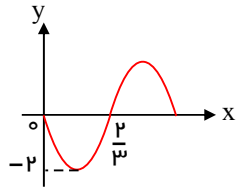
- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{5}{26}$  (۴)  $\frac{13}{15}$

۱۳۳. اگر  $f(x) = \sin^2 x - 1$  و  $g(x) = x^2 + x$ ، مقدار تابع  $y = g \circ f(x)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{16}$  چقدر است؟

- (۱)  $2^{-\frac{5}{2}} - 2^{-4}$  (۲)  $2^{-\frac{9}{2}} - 2^{-3}$  (۳)  $2^{-\frac{7}{2}} - 2^{-3}$  (۴)  $2^{-\frac{5}{2}} - 2^{-3}$

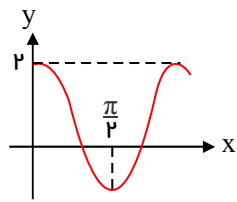
۱۳۴. اگر  $\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{3}$  باشد، حاصل عبارت  $A = \cos^8 x + \sin^8 x - 2 \sin^4 x \cos^4 x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{5}{9}$  (۳)  $\frac{1}{81}$  (۴)  $\frac{25}{81}$



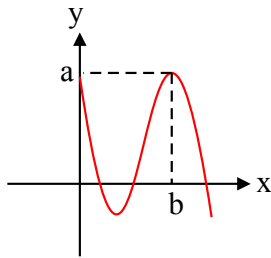
۱۳۵. اگر نمودار تابع  $y = a \sin b\pi x$  به صورت زیر باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟

- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| $-\frac{3}{2}$ (۲) | $-3$ (۱)          |
| $-\frac{4}{3}$ (۴) | $\frac{4}{3}$ (۳) |



۱۳۶. اگر نمودار تابع  $y = a \cos bx$  به صورت روبه‌رو باشد، کدام مقدار برای  $a + b$  ممکن است؟

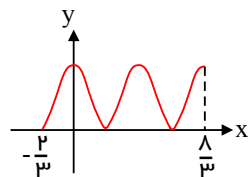
- |       |       |
|-------|-------|
| ۲ (۲) | ۳ (۱) |
| ۴ (۴) | ۶ (۳) |



۱۳۷. اگر نمودار  $y = \cos^2 x - \sin^2 x$  به شکل مقابل باشد، دوتایی  $(a, b)$  کدام گزینه خواهد بود؟

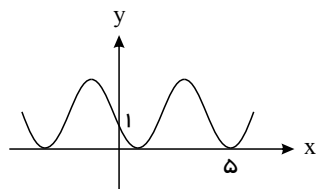
- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| $(1, 2\pi)$ (۲) | $(2, 2\pi)$ (۱) |
| $(1, \pi)$ (۴)  | $(2, \pi)$ (۳)  |

۱۳۸. شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = 3 + a \cos(b\pi x)$  است، حاصل  $(a + 2b)$  برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- |        |
|--------|
| ۳ (۱)  |
| -۳ (۲) |
| -۶ (۳) |
| ۶ (۴)  |

۱۳۹. قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a - \cos(\pi(\frac{1}{4} + bx))$  به صورت زیر است.  $a + b$  کدام است؟

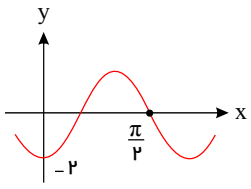


- |         |         |
|---------|---------|
| ۱٫۵ (۲) | صفر (۱) |
| ۰٫۵ (۴) | ۱ (۳)   |

۱۴۰. شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = a \sin(bx + \frac{\pi}{4})$  است. مقدار  $f(\frac{\pi}{12})$  کدام است؟

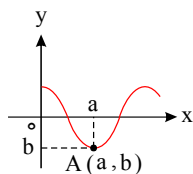
- |                 |                |
|-----------------|----------------|
| $2\sqrt{2}$ (۲) | $\sqrt{2}$ (۱) |
|-----------------|----------------|





$$-2\sqrt{2} \text{ (r)}$$

$$-\sqrt{2} \text{ (r)}$$



۱۴۱. اگر قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 - 2\sin^2 x$  به صورت زیر باشد، مقدار  $a \times b$  کدام است؟

- (۱)  $\pi$   
 (۲)  $-\pi$   
 (۳)  $\frac{\pi}{2}$   
 (۴)  $-\frac{\pi}{2}$

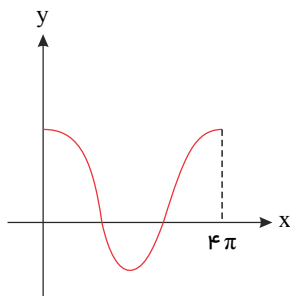
۱۴۲. دوره‌ی تناوب اصلی تابع  $y = \sin^3\left(\frac{2\pi x}{3}\right)$  چند برابر دوره‌ی تناوب اصلی  $y = 3\cos^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$  است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{9}$   
 (۲)  $\frac{9}{\pi}$   
 (۳)  $\frac{\pi}{2}$   
 (۴)  $\frac{1}{\pi}$

۱۴۳. اگر در یک دایره، اندازه‌ی کمان مقابل به زاویه‌ی مرکزی  $\theta = 50^\circ$  برابر  $10$  سانتی متر باشد، مساحت این دایره چند برابر محیط آن است؟

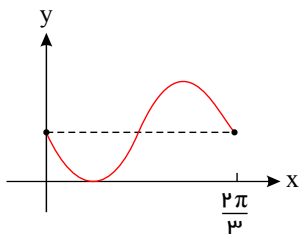
- (۱)  $\frac{1}{50}$   
 (۲)  $\frac{1}{10}$   
 (۳)  $\frac{18}{\pi}$   
 (۴)  $\frac{36}{\pi}$

۱۴۴. شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = \frac{1}{2} + 2\cos mx$  است. مقدار تابع در نقطه‌ای به طول  $x = \frac{16\pi}{3}$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{1}{2}$   
 (۲)  $\frac{1}{2}$   
 (۳)  $1$   
 (۴) صفر

۱۴۵. شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 - \sin mx$  است. مقدار تابع در نقطه‌ی  $x = \frac{7\pi}{6}$  کدام است؟

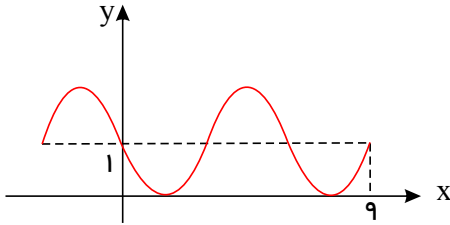


- (۱) صفر  
 (۲)  $\frac{1}{2}$   
 (۳)  $1$   
 (۴)  $2$

۱۴۶. دوره‌ی تناوب اصلی تابع  $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$  کدام است؟

- (۱)  $2\pi$   
 (۲)  $\pi$   
 (۳)  $\frac{\pi}{2}$   
 (۴)  $\frac{\pi}{4}$

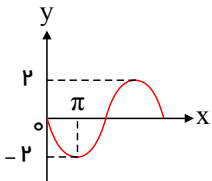
۱۴۷. نمودار زیر مربوط به تابع  $f(x) = a + \cos(-\frac{1}{2} + bx)\pi$  می‌باشد. حاصل  $f(29)$  کدام است؟



(۲)  $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$   
(۴)  $\frac{3}{2}$

(۱)  $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$   
(۳)  $\frac{1}{2}$

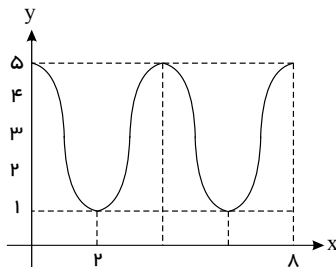
۱۴۸. اگر نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = b \cos(\frac{3\pi}{2} + ax)$  به صورت زیر باشد،  $ab$  کدام است؟ ( $a > 0$ )



(۲) -۱  
(۴) ۱

(۱) -۲  
(۳)  $-\frac{3}{2}$

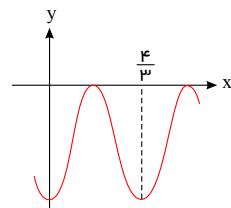
۱۴۹. نمودار معادله‌ی  $y = a \cos b\pi x + 3$  مطابق شکل زیر است؛ حاصل  $a + b$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(۲)  $\frac{7}{2}$   
(۴) ۱

(۱)  $\frac{5}{2}$   
(۳)  $\frac{9}{2}$

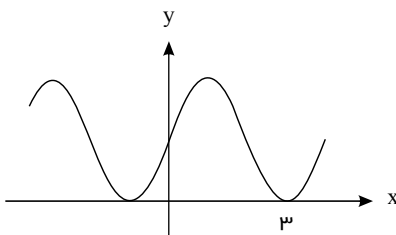
۱۵۰. شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = -2 + a \cos \pi(1 + bx)$  است. در این صورت  $ab$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $a > 0$ )



(۲) ۳  
(۴) ۵

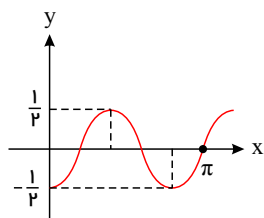
(۱)  $\frac{3}{2}$   
(۳)  $\frac{5}{2}$

۱۵۱. قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + \sin(b\pi x)$  به صورت زیر است،  $a + b$  کدام است؟



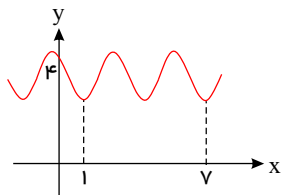
(۲) ۱  
(۴) ۲

(۱)  $\frac{1}{2}$   
(۳)  $\frac{3}{2}$



۱۵۲. اگر نمودار تابع  $f(x) = a \cos bx$  به شکل روبه‌رو باشد، کمترین مقدار  $a + b$  کدام است؟

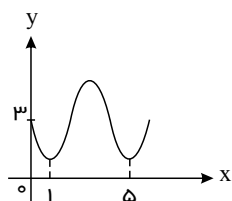
- (۱) -۳  
(۲)  $-\frac{3}{2}$   
(۳) -۲  
(۴) -۴



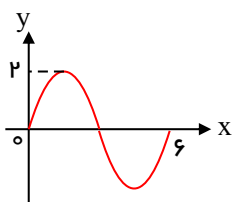
۱۵۳. شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  می‌باشد. حاصل  $ab$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{8}{3}$   
(۲) -۲  
(۳)  $-\frac{2}{3}$   
(۴)  $-\frac{4}{3}$

۱۵۴. شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  است. مقدار  $y$  در نقطه‌ی  $x = \frac{25}{3}$  کدام است؟

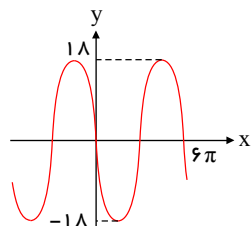


- (۱) ۲  
(۲) ۲٫۵  
(۳) ۳  
(۴) ۳٫۵



۱۵۵. شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است.  $a + b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$   
(۲)  $\frac{5}{3}$   
(۳)  $\frac{7}{3}$   
(۴)  $\frac{8}{3}$

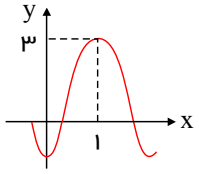


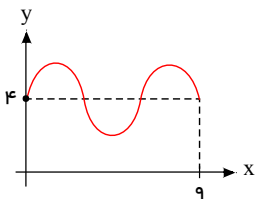
۱۵۶. نمودار تابع  $f(x) = b \sin ax$  به صورت مقابل است. کمترین مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{53}{3}$   
(۲) -۱۹  
(۳) -۱۷  
(۴)  $-\frac{53}{3}$

۱۵۷. اگر قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 + a \cos b\pi x$  به صورت مقابل باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) -۲  
(۲) ۲  
(۳) -۱  
(۴) -۳





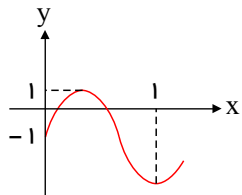
۱۵۸. شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 2m + \sin n\pi x$  است. مقدار  $mn$  کدام است؟

$-\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

$\frac{2}{3}$  (۴)

$-\frac{4}{3}$  (۳)



۱۵۹. شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin b\pi x - 1$  است. مقدار  $a + b$  کدام می تواند باشد؟

۳ (۲)

۲٫۵ (۱)

۴ (۴)

۳٫۵ (۳)

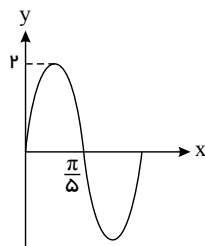
۱۶۰. اگر ماکسیمم و دوره‌ی تناوب تابع  $f(x) = -3 \cos 4x$  را به ترتیب  $A$  و  $B$  بنامیم، حاصل  $A \times B$  کدام است؟

$\frac{9\pi}{4}$  (۴)

$3\pi$  (۳)

$2\pi$  (۲)

$\frac{3\pi}{2}$  (۱)



۱۶۱. شکل مقابل، نمودار تابع  $f(x) = a \sin bx$  است،  $|ab|$  کدام است؟

۵ (۱)

۱۰ (۲)

۲۰ (۳)

۲۵ (۴)

۱. گزینه ۱

$$\underbrace{\cos^4 x - \sin^4 x + 1}_{\text{مزدوج}} = (\cos^2 x - \sin^2 x) \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 + 1 = \cos^2 x - \sin^2 x + 1$$

$$= \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) + 1 = 2\cos^2 x$$

۲. گزینه ۳

اشترک  
ناحیه‌ی سوم  $\rightarrow$  ناحیه‌ی اول یا سوم  $\Rightarrow$  سینوس و کسینوس هم علامتند  $\Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$   
ناحیه‌ی دوم یا سوم  $\Rightarrow$  سینوس و تانژانت غیر هم علامتند  $\Rightarrow \sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0$

۳. گزینه ۱

هرگاه مجموع یا تفاضل سینوس و کسینوس را داشتید و حاصل ضرب سینوس و کسینوس را خواستید دو طرف را به توان ۲ برسانید.

$$\sin x - \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x}_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{3}{4}$$

۴. گزینه ۱

$$\frac{2 \sin^3 \alpha}{\cos \alpha - \cos^3 \alpha} = \frac{2 \sin^3 \alpha}{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)} = \frac{2 \sin^3 \alpha}{\cos \alpha \sin^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \tan \alpha$$

۵. گزینه ۴

می دانیم  $\tan x$  و  $\cot x$  عکس یکدیگرند و دو عددی که عکس یکدیگرند فقط وقتی مجموعشان ۰- می شود که هر کدام ۱- باشد  
پس:  $\tan x = \cot x = -1$

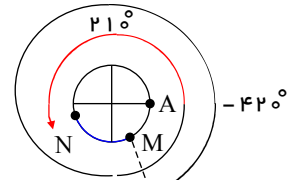
$$\tan x + \cot x = -2 \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4}$$

$$\sin^4 x + \cos^2 x = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^4 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

۶. گزینه ۳

واضح است نقطه‌ی  $M$  از  $27^\circ$  درجه به اندازه‌ی  $3^\circ$  درجه بیشتر است و نقطه‌ی  $N$  از  $18^\circ$  درجه به اندازه‌ی  $3^\circ$  درجه بیشتر است  
پس کمان  $MN$  برابر  $9^\circ$  درجه یا  $\frac{\pi}{2}$  رادیان است.

$$\theta = \frac{L}{r} \rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{L}{3} \rightarrow L = \frac{3\pi}{2} = \frac{3(3,14)}{2} = 4,71$$



۷. گزینه ۴ اگر مرکز دایره  $O(x_0, y_0)$  بوده و بخواهیم نقطه‌ی  $A$  روی دایره را به اندازه‌ی  $\theta$  درجه در جهت عقربه‌های ساعت روی دایره به شعاع  $R$  دوران دهیم. مختصات نقطه‌ی جدید به صورت  $(x_0 + R \cos \theta, y_0 - R \sin \theta)$  در می‌آید.

$$R = 3, O(0, 2) \rightarrow M = (0 + 3 \cos 12^\circ, 2 - 3 \sin 12^\circ) \rightarrow M = \left(-\frac{3}{2}, 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

۸. گزینه ۳ ابتدا حدود کمان تانژانت را بدست می‌آوریم.

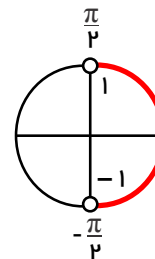
$$|x| < \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{\pi}{4} < -x < \frac{\pi}{4} \rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$$

یعنی کمان تانژانت در ناحیه‌ی اول قرار دارد و در ناحیه‌ی اول دایره‌ی مثلثاتی تانژانت مثبت است یعنی:

$$\frac{2-m}{m+1} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|cccc} m & -\infty & -1 & 2 & +\infty \\ \hline & - & \text{ن} & + & 0 & - \end{array} \rightarrow -1 < m < 2$$

۹. گزینه ۱

$$-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < 3x < \frac{\pi}{2}$$



واضح است در  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  سینوس بین  $-1$  و  $1$  می باشد بنابراین:

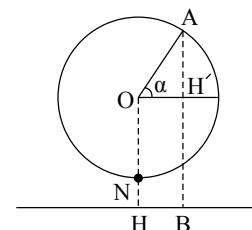
$$-1 < \sin 3x < 1 \Rightarrow -1 < m - 1 < 1 \Rightarrow 0 < m < 2$$

$$OH = 60 - r = 60 - 25 = 35$$

$$\sin \alpha = \frac{AH'}{r} \Rightarrow AH' = 25 \sin \alpha$$

$$AB = AH' + H'B \stackrel{H'B=OH}{=} AH' + OH = 25 \sin \alpha + 35$$

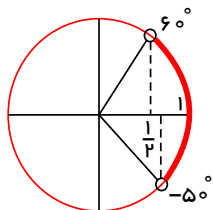
۱۰. گزینه ۳



۱۱. گزینه ۱

$$-25^\circ < x < 30^\circ \Rightarrow -50^\circ < 2x < 60^\circ$$

کمانی را که  $2x$  روی دایره ی مثلثاتی می پیماید مشخص می کنیم، با توجه به شکل داریم:

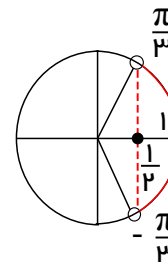


$$\frac{1}{2} < \cos 2x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2m-1}{2} \leq 1 \Rightarrow 1 < 2m-1 \leq 2 \Rightarrow 2 < 2m \leq 3 \Rightarrow 1 < m \leq \frac{3}{2}$$

۱۲. گزینه ۱ با توجه به دایره ی مثلثاتی وقتی  $-\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ ، کسینوس زاویه ی  $\alpha$  در فاصله ی  $[\frac{1}{2}, 1]$  قرار دارد، لذا:

$$\frac{1}{2} < \cos \alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < 2m+1 \leq 1$$

$$\rightarrow -\frac{1}{2} < 2m \leq 0 \Rightarrow -\frac{1}{4} < m \leq 0$$



۱۳. گزینه ۳ اگر یک زاویه ی مرکزی  $\theta$  در دایره ای به شعاع  $r$ ، کمانی به طول  $L$  ایجاد کند در این صورت اندازه ی زاویه ی  $\theta$  برحسب رادیان برابر  $\frac{L}{r}$  است.

$$\theta = \frac{L}{r} = \frac{\frac{1}{2}r}{r} = \frac{1}{2}$$

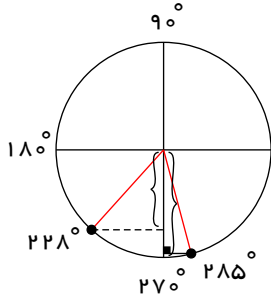
اگر اندازه ی یک زاویه را برحسب درجه با  $D$  و برحسب رادیان با  $R$  نشان دهیم داریم:



$$\frac{D}{1\lambda_0} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{1\lambda_0} = \frac{1}{\pi} \rightarrow \frac{D}{1\lambda_0} = \frac{1}{2\pi} \rightarrow D = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \circ$$

۱۴. گزینه ۲

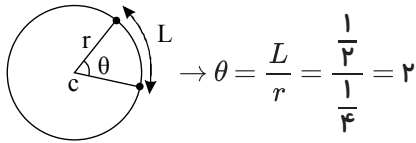
هر رادیان حدوداً  $۵۷^\circ$  است، بنابراین باید  $\sin ۵۷^\circ$  و  $\sin ۲۲۸^\circ$  و  $\sin ۲۸۵^\circ$  را مقایسه کنیم.  $۵۷^\circ$  در ناحیه ی اول است و در این ناحیه سینوس مثبت است و  $۲۲۸^\circ$  در ناحیه ی سوم و  $۲۸۵^\circ$  در ناحیه ی چهارم می باشند که در این نواحی سینوس منفی است. بنابراین  $\sin ۵۷^\circ$  از دو مقدار دیگر بیشتر است. از روی شکل واضح است که  $\sin ۲۸۵^\circ$  منفی تر (یعنی کوچکتر از)  $\sin ۲۲۸^\circ$  می باشد. پس:  $\sin ۱^R < \sin ۴^R < \sin ۵^R$  یعنی  $C < B < A$  است.



۱۵. گزینه ۳ در ناحیه ی سوم دایره ی مثلثاتی  $\tan x > 0$  و  $\sin x < 0$  است.

۱۶. گزینه ۲ در ناحیه ی دوم دایره ی مثلثاتی مقادیر سینوس، مثبت و مقادیر کتانژانت منفی است.

۱۷. گزینه ۳



۱۸. گزینه ۳ اگر  $\theta$  بر حسب رادیان و  $r$  شعاع دایره و  $L$  اندازه ی کمان روبه رو به زاویه ی  $\theta$  باشد داریم:

$$\theta = \frac{L}{r} \rightarrow \theta = \frac{\frac{\pi}{2}}{5} = \frac{\pi}{10} \text{ رادیان}$$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\frac{\pi}{10}}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{1}{10} \rightarrow D = 18^\circ$$

$$\cot a - \tan a = 2 \cot a, \cot a + \tan a = \frac{2}{\sin 2a} \text{ می دانیم: } ۱۹. \text{ گزینه } ۱$$

$$\frac{1}{\tan^2 15^\circ} - \frac{1}{\cot^2 15^\circ} = \cot^2 15^\circ - \tan^2 15^\circ = (\cot 15^\circ + \tan 15^\circ)(\cot 15^\circ - \tan 15^\circ)$$

$$= \left(\frac{2}{\sin 30^\circ}\right) (2 \cot 30^\circ) = \left(\frac{2}{1}\right) (2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$$

۲۰. گزینه ۱ اول باید عبارت زیر رادیکال بزرگ تر یا مساوی صفر باشد.

(\*) انتهای کمان  $x$  در ناحیه ی اول یا چهارم است.  $\cos x \geq 0 \Rightarrow$

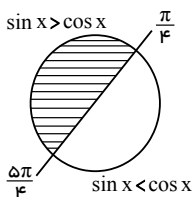
از طرفی:

$$\cos x + \sqrt{\cos x} = \sin x \Rightarrow \sqrt{\cos x} = \sin x - \cos x$$

چون طرف چپ نامنفی است، پس باید طرف راست هم نامنفی باشد، در نتیجه:

$$\sin x - \cos x \geq 0 \Rightarrow \sin x \geq \cos x$$

با توجه به نکته ی مقابل و حالت (\*) داریم:



$\Rightarrow$  انتهای کمان  $x$  در ناحیه ی اول است.

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} \text{ می دانیم: } ۲۱. \text{ گزینه } ۴$$

$$\frac{\Psi \sin x - \mathfrak{F} \cos x}{\sin x + \mathfrak{F} \cos x} = 1 \xrightarrow{\div \cos x} \frac{\Psi \tan x - \mathfrak{F}}{\tan x + \mathfrak{F}} = 1 \rightarrow \Psi \tan x - \mathfrak{F} = \tan x + \mathfrak{F}$$

$$\rightarrow 2 \tan x = 10 \rightarrow \tan x = 5$$

$$\text{پس } \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{10}{1 - 25} = -\frac{10}{24} = -\frac{5}{12} \rightarrow \cot 2x = -\frac{12}{5}$$

۲۲. گزینه ۱ بعد از دوران  $210^\circ$  کابین A در موقعیت شکل زیر قرار می گیرد. با توجه به شکل:

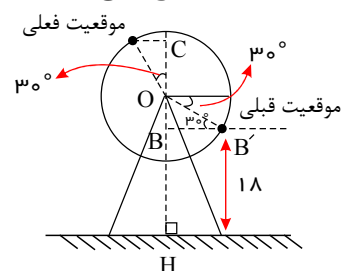
$$A \text{ ارتفاع فعلی کابین } = OC + OB + BH$$

حال با توجه به شعاع چرخ و فلک طول  $OC$  و  $OB$  را می یابیم:

$$\cos 30^\circ = \frac{OC}{R} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{OC}{12} \rightarrow OC = 6\sqrt{3}$$

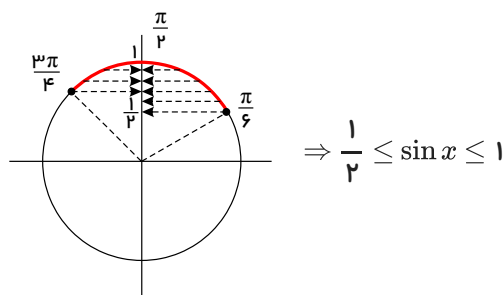
$$\Delta OBB' \text{ } \sin 30^\circ = \frac{OB}{R} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OB}{12} \rightarrow OB = 6$$

$$\Rightarrow A \text{ ارتفاع فعلی کابین } = 6\sqrt{3} + 6 + 18 = 24 + 6\sqrt{3} = 6(4 + \sqrt{3})$$



۲۳. گزینه ۲ در دایره ی مثلثاتی وقتی  $x$  از  $\frac{\pi}{6}$  تا  $\frac{3\pi}{4}$  تغییر می کند، از  $\frac{\pi}{2}$  نیز عبور می کند. پس سینوس آن یک را نیز می

پذیرد. لذا:



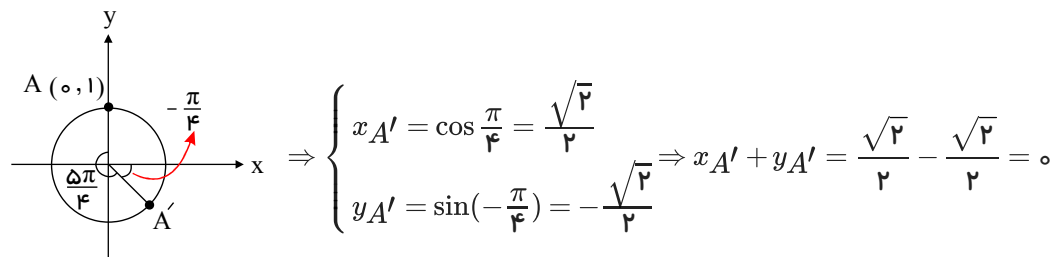
۲۴. گزینه ۱ اگر دوران در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت باشد، علامت زاویه مثبت است، پس زاویه ی دوران برابر است با:

$$\frac{13\pi}{4} = 2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

با دوران به اندازه ی  $2\pi$ ، نقطه ی A به موقعیت اولیه ی خود باز می گردد، پس کفایت نقطه ی A را در خلاف جهت حرکت عقربه های

ساعت به اندازه ی  $\frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$  دوران دهیم تا نقطه ی A' به دست آید.

مطابق شکل داریم:



۲۵. گزینه ۲

با کمی دقت متوجه می شویم که زاویه  $x = \frac{-3\pi}{4}$  است. (زیرا  $\sin(-\frac{3\pi}{4}) + \cos(-\frac{3\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$  است.)

$$\sin^4 x + \cos^4 x \stackrel{x = -\frac{3\pi}{4}}{=} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

دقت کنید که  $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\sin\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  است.

۲۶. گزینه ۴

$$\frac{3 \sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{3 \sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 3 \tan^2 x + 1 = 12 + 1 = 13$$

۲۷. گزینه ۴

به ازای  $x = 0$  داریم:  $\sin x + \cos x = 1$

$$\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{x=0}{=} \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

۲۸. گزینه ۳

$$\boxed{\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha, \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}} \text{ می دانیم:}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 x - 2 \cos^2 x + 1}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 1} = 4 &\Rightarrow \frac{\sin^2 x - 2 \cos^2 x + 1}{1 - \cos^2 x + 2 \cos^2 x - 1} = 4 \\ \Rightarrow \frac{\sin^2 x - 2 \cos^2 x + 1}{\cos^2 x} = 4 &\xrightarrow{\text{تفکیک}} \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 4 \\ \Rightarrow \tan^2 x - 2 + 1 + \tan^2 x = 4 &\Rightarrow 2 \tan^2 x = 5 \Rightarrow \tan^2 x = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

۲۹. گزینه ۲ وقتی  $\frac{\pi}{4} < x < \pi$  است یعنی  $x$  در ناحیه ی دوم دایره ی مثلثاتی است.

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - 2 \sin x} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 x} &= \sqrt{1 - 2 \sin x} \cdot \sqrt{\cos^2 x} = \sqrt{1 - 2 \sin x} \underbrace{|\cos x|} \\ &= \sqrt{1 + 2 \sin x \cos x} = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} = |\sin x + \cos x| \end{aligned}$$

۳۰. گزینه ۴

می دانیم  $\tan x$  و  $\cot x$  عکس یکدیگرند و دو عددی که عکس یکدیگرند فقط وقتی مجموعشان  $-2$  می شود که هر کدام  $-1$  باشند.

$$\begin{aligned} \tan x + \frac{1}{\tan x} = -2 &\Rightarrow \tan x = \cot x = -1 \Rightarrow \tan^{2n} x + \cot^{2n} x = (-1)^{2n} + (-1)^{2n} \\ &= \begin{cases} n \rightarrow 1 + 1 = 2 & \text{زوج} \\ n \rightarrow 1 + (-1) = 0 & \text{فرد} \end{cases} \end{aligned}$$

۳۱. گزینه ۳

$$\boxed{1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}} \text{ می دانیم:}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left( \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right) &= \frac{1}{2} \left( \frac{\cot^2 \alpha}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} + \frac{\tan^2 \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} \right) = \frac{1}{2} (\cot^2 \alpha \sin^2 \alpha + \tan^2 \alpha \cos^2 \alpha) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \sin^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cos^2 \alpha \right) = \frac{1}{2} \underbrace{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۳۲. گزینه ۴

$$\boxed{1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}} \text{ می دانیم:}$$

$$\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \stackrel{\text{در مزدوج مخرج ضرب و تقسیم می کنیم}}{=} \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

پس:  $\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$

۳۳. گزینه ۱

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b), \quad (\sin a + \cos a)^3 = 1 + 2 \sin a \cos a$$

توان  $\frac{1}{3}$   $\rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9} \rightarrow 2 \sin x \cos x = -\frac{8}{9} \rightarrow \sin x \cos x = -\frac{4}{9}$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x) = \frac{1}{27} - 3 \left(-\frac{4}{9}\right) \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27} + \frac{12}{27} = \frac{13}{27}$$

۳۴. گزینه ۱

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha, \quad \sin(3\pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha, \quad \cos(\alpha - \pi) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

تک تک جملات را بر  $\alpha$  تقسیم می کنیم

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 5$$

۳۵. گزینه ۲ تمام زاویه ها را بر حسب  $20^\circ$  می نویسیم.

$$\frac{2 \sin 25^\circ - \cos 16^\circ}{\sin 16^\circ + 3 \cos 7^\circ - \sin 11^\circ} = \frac{2 \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 20^\circ\right) - \cos(\pi - 20^\circ)}{\sin(\pi - 20^\circ) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 20^\circ\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} + 20^\circ\right)}$$

$$= \frac{-2 \cos 20^\circ + \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ} = \frac{-\cos 20^\circ}{4 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}$$

همه جملات را بر  $\sin 20^\circ$  تقسیم می کنیم

$$= \frac{-\cot 20^\circ}{4 - \cot 20^\circ} = \frac{-\frac{1}{3}}{4 - \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{12}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{11}{3}} = -\frac{1}{11}$$

۳۶. گزینه ۳ تمام زوایا را بر حسب  $25^\circ$  می نویسیم.

$$\frac{\sin 155^\circ - 3 \cos 245^\circ}{\cos 295^\circ - 2 \sin 65^\circ} = \frac{\sin(\pi - 25) - 3 \cos(\frac{3\pi}{2} - 25)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + 25) - 2 \sin(\frac{\pi}{2} - 25)} = \frac{\sin 25 + 3 \sin 25}{\sin 25 - 2 \cos 25} = \frac{4 \sin 25}{\sin 25 - 2 \cos 25}$$

صورت و مخرج کسر را بر  $\cos 25$  تقسیم می کنیم:

$$\frac{4 \tan 25}{\tan 25 - 2} = \frac{4(0,48)}{0,48 - 2} = \frac{1,92}{-1,52} = -\frac{192}{152} = -\frac{24}{19}$$



گزینه ۳۷

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{-\cos \alpha + \sin \alpha} \div \frac{(-\cos \alpha)}{1 + \tan \alpha} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3$$

گزینه ۳۸

روش اول:

$$\cos \frac{6\pi}{7} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{7}\right) = -\cos \frac{\pi}{7}$$

$$\cos \frac{5\pi}{7} = \cos\left(\pi - \frac{2\pi}{7}\right) = -\cos \frac{2\pi}{7}$$

$$\cos \frac{4\pi}{7} = \cos\left(\pi - \frac{3\pi}{7}\right) = -\cos \frac{3\pi}{7}$$

$$\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \dots + \cos \frac{6\pi}{7} = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + (-\cos \frac{3\pi}{7}) + (-\cos \frac{2\pi}{7}) + (-\cos \frac{\pi}{7}) = 0$$

روش دوم: می دانیم:  $\alpha + \beta = \pi \rightarrow \cos \alpha + \cos \beta = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{7} + \frac{6\pi}{7} = \pi \rightarrow \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} = 0 \\ \frac{2\pi}{7} + \frac{5\pi}{7} = \pi \rightarrow \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} = 0 \\ \frac{3\pi}{7} + \frac{4\pi}{7} = \pi \rightarrow \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \dots + \cos \frac{6\pi}{7} = 0$$

گزینه ۳۹

$$\frac{45\pi}{4} = \frac{44\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 11\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{توجه کنید: ناحیه ی سوم}$$

$$\sqrt{2} \cos\left(\frac{-45\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{45\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(11\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = -1$$

$$3 \tan\left(\frac{45\pi}{4}\right) = 3 \tan\left(11\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 3 \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 3 \tan \frac{\pi}{4} = 3$$

$$4 \cot\left(\frac{-45\pi}{4}\right) = -4 \cot\left(11\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -4 \cot\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -4 \cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = -4$$

$$\sqrt{2} \cos\left(-\frac{45\pi}{4}\right) + 3 \tan\left(\frac{45\pi}{4}\right) + 4 \cot\left(\frac{-45\pi}{4}\right) = -1 + 3 - 4 = -2$$

گزینه ۴۰ داریم:

$$\begin{cases} \sin(-112^\circ) = -\sin 112^\circ = -\sin(90^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \\ \sin 158^\circ = \sin(180^\circ - 22^\circ) = \sin 22^\circ \\ \cos 202^\circ = \cos(180^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(-112^\circ) + \sin 158^\circ}{\cos 202^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ + \sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ}{-\cos 22^\circ} + \frac{\sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ}$$

$$= 1 - \tan 22^\circ = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

گزینه ۴۱

$$\tan \theta = \frac{1}{5} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = 5$$

$$\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta} \frac{\text{اجمالات را تقسیم بر } \sin \theta \text{ می کنیم}}{1 + 1} = \frac{6}{2} = 3$$

گزینه ۴۲. ۱

$$\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ} = \frac{\cos(270^\circ - 15^\circ) - \cos(180^\circ - 15^\circ)}{2 \sin(90^\circ - 15^\circ) + 3 \cos(90^\circ + 15^\circ)} = \frac{-\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{2 \cos 15^\circ - 3 \sin 15^\circ}$$

$$\frac{\div \cos 15^\circ}{\div \cos 15^\circ} = \frac{-\tan 15^\circ + 1}{2 - 3 \tan 15^\circ} = \frac{1 - a}{2 - 3a}$$

گزینه ۴۳. ۱

$$\sin u \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u \quad \text{می دانیم:}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \cos(-\alpha) = \cos \alpha (-\sin \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha = -2 \sin \alpha \cos \alpha = -\sin 2\alpha$$

گزینه ۴۴. ۳

$$1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2}, \quad 1 + \cos u = 2 \cos^2 \frac{u}{2} \quad \text{می دانیم:}$$

$$\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \tan^2 \frac{x}{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$$

گزینه ۴۵. ۲

$$\cot a + \tan a = \frac{2}{\sin 2a} \quad \text{می دانیم:}$$

$$\tan 2x + \cot 2x = 2 \rightarrow \frac{2}{\sin 4x} = 2 \rightarrow \sin 4x = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴۶. ۳

$$(\sin a \pm \cos a)^2 = 1 \pm \sin 2a \quad \text{می دانیم:}$$

$$\frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x} = \frac{1 + \sin \frac{\pi}{6}}{1 - \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$$

گزینه ۴۷. ۳

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 \quad \text{می دانیم:}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{2}{9}\right) - 1 = \frac{4}{9} - 1 = \frac{-5}{9}$$

گزینه ۴۸. ۱

$$(\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a \quad \text{می دانیم:}$$

مزدوج

$$\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha + 1)(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)}{\cos 2\alpha} = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\cos 2\alpha} = \frac{1 + \sin 2\alpha - 1}{\cos 2\alpha} = \tan 2\alpha$$

گزینه ۴۹. ۲

$$\sin u = 2 \sin \frac{u}{2} \cos \frac{u}{2}, \quad 1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2} \quad \text{می دانیم:}$$

$$\frac{1}{\sin x} - \cot x = \frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$$

۵۰. گزینه ۱

$$\tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a} \text{ می دانیم:}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \rightarrow 4 = \frac{2}{\sin 2x} \rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

۵۱. گزینه ۳ می دانیم:  $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$

$$\cot x - \tan x = 1 \Rightarrow 2 \cot 2x = 1 \Rightarrow \cot 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan 2x = 2$$

۵۲. گزینه ۲

$$\sin u \cdot \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u, \quad \cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a \text{ می دانیم:}$$

$$\sin 7,5 \cos 7,5 (1 - 2 \sin^2 7,5) = \frac{1}{2} \sin 15 \times \cos 15 = \frac{1}{4} \sin 30 = \frac{1}{8}$$

۵۳. گزینه ۲

$$\sin u \cdot \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u \text{ می دانیم:}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{12} \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \right) = \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} \sin \left( \frac{2\pi}{12} \right) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{4}$$

۵۴. گزینه ۱

$$\begin{aligned} \sin^4 a + \cos^4 a &= 1 - 2 \sin^2 a \cos^2 a \\ \tan a + \cot a &= \frac{2}{\sin 2a} \\ \sin 2a &= 2 \sin a \cos a \end{aligned}$$

روش اول: می دانیم:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - (\tan x + \cot x)^2 &= \frac{1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - \left( \frac{2}{\sin 2x} \right)^2 \\ &= \frac{1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - \frac{4}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{4 - 8 \sin^2 x \cos^2 x - 4}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{-8 \sin^2 x \cos^2 x}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = -2 \end{aligned}$$

روش دوم: یک زاویه مثلاً  $x = 45^\circ$  را در عبارت قرار می دهیم:

$$x = 45^\circ \rightarrow \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} - (1+1)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 4 = 2 - 4 = -2$$

۵۵. گزینه ۱ می دانیم:  $(\sin a \pm \cos a)^2 = 1 \pm \sin 2a$

$$\begin{aligned} \left( \sin \frac{\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8} \right)^2 - \left( \sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8} \right)^2 &= 1 - \sin \frac{2\pi}{8} - (1 + \sin \frac{2\pi}{8}) \\ &= -\sin \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

۵۶. گزینه ۱

$$\boxed{(\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a} \text{ می دانیم:}$$

$$\sin 2x + \cos 2x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} (\sin 2x + \cos 2x)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 + \sin 4x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 4x = -\frac{3}{4}$$

$$\cos^2 4x = 1 - \sin^2 4x \Rightarrow \cos 4x = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \pm \sqrt{\frac{7}{16}} = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan 4x = \frac{\sin 4x}{\cos 4x} = \frac{-\frac{3}{4}}{\pm \frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{\pm 3}{\sqrt{7}}$$

۵۷. گزینه ۲

$$\boxed{(\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a}, \quad \tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a} \text{ می دانیم:}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{5}{4} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 + \sin 2x = \frac{25}{16} \Rightarrow \sin 2x = \frac{9}{16}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow \tan x + \cot x = \frac{2}{\frac{9}{16}} = \frac{32}{9}$$

$$\boxed{(\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a} \text{ می دانیم:} \quad ۵۸. \text{ گزینه ۳}$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 2$$

$$\Rightarrow 1 + \sin 2x = 2 \Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin 3x = \sin \frac{3\pi}{4} = \sin(\pi - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۵۹. گزینه ۳ روش اول:

$$\boxed{1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a} \text{ می دانیم:}$$

$$\cos 2x + \frac{-1}{1 + \tan^2 x} + \frac{2}{1 + \cot^2 x} = \cos^2 x - \sin^2 x + \frac{-1}{\frac{1}{\cos^2 x}} + \frac{2}{\frac{1}{\sin^2 x}} = \cos^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x + 2\sin^2 x$$

$$= \sin^2 x$$

روش دوم: یک زاویه دلخواه مثلاً  $x = \frac{\pi}{6}$  را در عبارت قرار می دهیم.

$$\text{عبارت} = \cos \frac{\pi}{3} + \frac{-1}{1 + \frac{1}{3}} + \frac{2}{1 + 3} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

حال در گزینه ها به جای  $x$ ,  $\frac{\pi}{6}$  قرار می دهیم. فقط گزینه ی (۳) درست است و جواب  $\frac{1}{4}$  می دهد.

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a, \tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a} \quad \text{می دانیم: ۶۰. گزینه ۱}$$

صورت و مخرج را بر  $\cos x$  تقسیم می کنیم.

$$\frac{\tan x + 2}{\tan x - 3} = 2 \Rightarrow \tan x + 2 = 2 \tan x - 6 \Rightarrow \tan x = 8$$

$$\frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2x} = \frac{2}{\sin 2x} = \tan x + \cot x = 8 + \frac{1}{8} = \frac{65}{8}$$

۶۱. گزینه ۴

$$\tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a} \quad \text{می دانیم:}$$

$$\tan 195 - \tan 105 = \tan(\pi + 15) - \tan\left(\frac{\pi}{2} + 15\right) = \tan 15 + \cot 15 = \frac{2}{\sin 30} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

۶۲. گزینه ۴

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 \quad \text{می دانیم:}$$

$$f \circ f(\cos x) = f(f(\cos x)) = f(2 \cos^2 x - 1) = f(\cos 2x)$$

$$= 2 \cos^2 2x - 1 = \cos 4x$$

۶۳. گزینه ۳ ابتدا حاصل تک تک جملات را بدست می آوریم.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x, \cos(2\pi + x) = \cos x, \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cot x$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \tan x, \sin(\pi - x) = \sin x, \sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$A = -\sin^2 x + \cos^2 x - \tan x \cot x = (\cos^2 x - \sin^2 x) - 1 = \cos 2x - 1$$

$$1 + \cos 2a = 2 \cos^2 a, \sin 2a = 2 \sin a \cos a \quad \text{می دانیم: ۶۴. گزینه ۳}$$

$$\frac{\sqrt{1 + \sin 50^\circ}}{\sin 40^\circ} \cdot \frac{\sin 50^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{\sqrt{1 + \cos 40^\circ}}{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ} = \frac{\sqrt{2 \cos^2 20^\circ}}{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \cos 20^\circ}{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2 \sin 20^\circ}$$

۶۵. گزینه ۱

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a \quad \text{می دانیم:}$$

$$\sin 6 = x \Rightarrow \sin 78 = \sin(90 - 12) = \cos 12 = 1 - 2 \sin^2 6 = 1 - 2x^2$$

$$\sin u = 2 \sin \frac{u}{2} \cos \frac{u}{2}, 1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2}, 1 + \cos u = 2 \cos^2 \frac{u}{2} \quad \text{می دانیم: ۶۶. گزینه ۱}$$

$$\frac{1 + \sin 2a - \cos 2a}{1 + \sin 2a + \cos 2a} = \frac{2 \sin^2 a + 2 \sin a \cos a}{2 \cos^2 a + 2 \sin a \cos a} = \frac{2 \sin a (\sin a + \cos a)}{2 \cos a (\cos a + \sin a)} = \tan a$$

$$\sin u \cdot \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u \quad \text{می دانیم: ۲ گزینه ۶۷}$$

$$۶۵ + ۲۵ = ۹۰ \rightarrow \sin ۶۵ = \cos ۲۵$$

$$۴۰ + ۱۴۰ = ۱۸۰ \rightarrow \sin ۴۰ = \sin ۱۴۰$$

$$۲۵ + ۱۵۵ = ۱۸۰ \rightarrow \sin ۲۵ = \sin ۱۵۵$$

$$\text{پس: } \sin ۶۵ \sin ۱۴۰ \sin ۱۵۵ = \sin ۲۵ \cos ۲۵ \sin ۴۰$$

$$= \frac{1}{2} \sin ۵۰ \sin ۴۰ \frac{\sin ۴۰ = \cos ۵۰}{2} = \frac{1}{2} \sin ۵۰ \cos ۵۰ = \frac{1}{4} \sin ۱۰۰ = \frac{1}{4} \sin(۹۰ + ۱۰) = \frac{1}{4} \cos ۱۰$$

$$\cot a - \tan a = 2 \cot 2a \quad \text{می دانیم: ۱ گزینه ۶۸}$$

توجه کنید  $\tan ۷۵ = \cot ۱۵$  (چون  $۷۵ + ۱۵ = ۹۰$ ) بنابراین داریم:

$$\frac{1}{2} (\tan ۷۵ - \tan ۱۵) = \frac{1}{2} (\cot ۱۵ - \tan ۱۵) = \frac{1}{2} (2 \cot ۳۰) = \sqrt{3}$$

۱ گزینه ۶۹

$$1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2}, \quad 1 + \cos u = 2 \cos^2 \frac{u}{2} \quad \text{می دانیم:}$$

$$\Delta \left( \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \right) = \Delta \left( \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} \right) = \Delta \tan^2 \frac{x}{2} = \Delta (۴) = ۲۰$$

۱ گزینه ۷۰

$$\sin u = 2 \sin \frac{u}{2} \cos \frac{u}{2}, \quad 1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2}, \quad \tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} \quad \text{می دانیم:}$$

$$\frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \cot \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = ۲$$

$$\tan x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}} = \frac{۴}{1 - ۴} = -\frac{۴}{۳}$$

$$\sin u = 2 \sin \frac{u}{2} \cos \frac{u}{2}, \quad 1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2}, \quad 1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2} \quad \text{می دانیم: ۳ گزینه ۷۱}$$

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} + \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2} + \tan \frac{x}{2} = 2 \tan \frac{x}{2} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{۲}{3}$$

۱ گزینه ۷۲

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a \quad \text{می دانیم:}$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 \rightarrow 2 \sin x \cos x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\rightarrow \sin 2x = \cos 2x \xrightarrow{\div \cos 2x} \tan 2x = 1 \Rightarrow \cot 2x = 1$$



۷۳. گزینه ۳

می‌دانیم  $\cot 75 = \tan 15$  (چون  $75 + 15 = 90$ ) و می‌دانیم که  $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$  است.

$$\frac{2 \cot 75}{3 - \cot^2 75} = \frac{2}{3} \times \frac{\tan 15}{1 - \tan^2 15} = \frac{1}{3} \times \frac{2 \tan 15}{1 - \tan^2 15} = \frac{1}{3} \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

۷۴. گزینه ۱ می‌دانیم:  $(\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a$ ,  $\tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a}$

توان ۲

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{4} \rightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{16} \Rightarrow \sin 2x = \frac{-15}{16}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} = \frac{2}{-\frac{15}{16}} = -\frac{32}{15}$$

۷۵. گزینه ۲

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cot x \Rightarrow -\cot x = 2 \Rightarrow \cot x = -2 \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = \frac{8}{5} - 1 = \frac{3}{5} = 0.6$$

۷۶. گزینه ۳ اول از اتحاد مزدوج و سپس از روابط  $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$  و  $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$  استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \cot^2 15^\circ - \tan^2 15^\circ &= (\cot 15^\circ - \tan 15^\circ)(\cot 15^\circ + \tan 15^\circ) = 2 \cot 2(15^\circ) \times \frac{2}{\sin 2(15^\circ)} \\ &= 2 \cot 30^\circ \times \frac{2}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

۷۷. گزینه ۴

$$\sin 2\alpha < 0 \Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha < 0 \Rightarrow \alpha$$

(سینوس و کسینوس باید هم علامت باشند چون ضربشان مثبت شده است) ناحیه‌ی دوم یا چهارم  $\in$

$$\cot(-\beta) \sin \beta < 0 \Rightarrow \frac{-\cos \beta}{\sin \beta} \sin \beta < 0 \Rightarrow \cos \beta > 0 \Rightarrow \beta \in \text{ناحیه‌ی اول یا چهارم}$$

از اشتراک جواب‌های بالا داریم:

$$\Rightarrow \alpha, \beta \in \text{ناحیه‌ی چهارم}$$

۷۸. گزینه ۴ با توجه به فرمول‌های  $2\alpha$  داریم:

$$\begin{cases} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{x}{2}} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin x \\ \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{x}{2}} \cos x = 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} \end{cases}$$

لذا داریم:

$$\begin{aligned} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} (2 \sin^2 \frac{x}{2} - 1) &= \frac{1}{2} \sin x (-\cos x) = -\frac{1}{2} \underbrace{\sin x \cos x}_{\frac{1}{2} \sin 2x} \\ &= -\frac{1}{4} \sin 2x \stackrel{x=\frac{\pi}{12}}{=} -\frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

۷۹. گزینه ۳

می‌دانیم:  $\cot a - \tan a = 2 \cot 2a$

$$\tan x - \cot x = 4 \rightarrow -2 \cot 2x = 4 \rightarrow \cot 2x = -2$$

حال به کمک رابطه  $1 + \cot^2 u = \frac{1}{\sin^2 u}$  ، حاصل  $\sin 2x$  را می‌یابیم:

$$1 + \cot^2 2x = \frac{1}{\sin^2 2x} \xrightarrow{\cot 2x = -2} 5 = \frac{1}{\sin^2 2x} \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin 2x = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

۸۰. گزینه ۳

$$\sin(x - \frac{\pi}{2}) = \sin(-(\frac{\pi}{2} - x)) = -\sin(\frac{\pi}{2} - x) = -\cos x, \quad \cos(\pi + x) = -\cos x$$

بنابراین با جایگذاری در تساوی داده شده خواهیم داشت:

$$-\cos x - 2 \cos x = 1 \Rightarrow -3 \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{3}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{9}$$

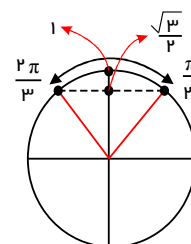
حال برای محاسبه  $\cos 2x$  از تساوی  $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$  کمک می‌گیریم:

۸۱. گزینه ۴

می‌دانیم:  $\frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \cos 2\alpha$

$$\frac{1 - \tan^2(45 - \alpha)}{1 + \tan^2(45 - \alpha)} = \cos 2(45 - \alpha) = \cos(90 - 2\alpha) = \sin 2\alpha$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} \leq 2\alpha \leq \frac{2\pi}{3}$$



مقدار سینوس در این بازه از  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  تا ۱ متغیر است که کم‌ترین مقدار آن  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  است.

۸۲. گزینه ۴

می‌دانیم:  $(\sin a \pm \cos a)^2 = 1 \pm \sin 2a, \quad \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = 4 \Rightarrow \frac{(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2}{(\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x)} = 4 \Rightarrow \frac{1 + \sin 2x + 1 - \sin 2x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{2}{-\cos 2x} = 4 \Rightarrow \cos 2x = \frac{-1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x = \tan^2 \frac{\pi}{3} + \cot^2 \frac{\pi}{3} = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

۸۳. گزینه ۳

$$(\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a, \quad \tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a} \quad \text{می دانیم:}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{4}{3} \xrightarrow{\text{توان } 2} 1 + \sin 2x = \frac{16}{9} \Rightarrow \sin 2x = \frac{7}{9}$$

$$\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x} = A \xrightarrow{\text{توان } 2} \tan x + \cot x + \underbrace{\sqrt{\tan x \cot x}}_1 = A^2$$

$$\rightarrow \frac{2}{\sin 2x} + 2 = A^2 \rightarrow \frac{2}{\frac{7}{9}} + 2 = A^2 \rightarrow \frac{18}{7} + 2 = A^2 \rightarrow A^2 = \frac{32}{7} \rightarrow A = \sqrt{\frac{32}{7}}$$

$$\cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a} \text{ و } \sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \text{ می دانیم: } \text{۸۴.گزینه ۴}$$

$$3 \sin x - 4 \cos x = 5 \Rightarrow 3 \left( \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \right) - 4 \left( \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \right) = 5$$

$$\xrightarrow{\times (1 + \tan^2 \frac{x}{2})} 6 \tan \frac{x}{2} - 4(1 - \tan^2 \frac{x}{2}) = 5(1 + \tan^2 \frac{x}{2})$$

$$\rightarrow \tan^2 \frac{x}{2} - 6 \tan \frac{x}{2} + 9 = 0 \rightarrow (\tan \frac{x}{2} - 3)^2 = 0 \rightarrow \tan \frac{x}{2} - 3 = 0 \rightarrow \tan \frac{x}{2} = 3$$

$$\text{می دانیم: } \tan x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}} = \frac{2(3)}{1 - 9} = -\frac{3}{4}$$

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{7}{16}}{\frac{25}{16}} = \frac{7}{25} = \text{۰,۲۸}$$

۸۵.گزینه ۲

$$\sin u \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u, \cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a}, \sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \text{ می دانیم:}$$

$$\frac{\tan a (1 - \tan^2 a)}{(1 + \tan^2 a)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \times \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a} = \frac{1}{2} \underbrace{\sin 2a \cos 2a}_{\frac{1}{2} \sin 4a} = \frac{1}{4} \sin 4a = \frac{1}{4} \rightarrow \sin 4a = 1$$

۸۶.گزینه ۱

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab, a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b), \tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a} \text{ می دانیم:}$$

$$\frac{\tan^2 x + \cot^2 x}{\tan^3 x + \cot^3 x} = \frac{(\tan x + \cot x)^2 - 2 \tan x \cot x}{(\tan x + \cot x)^3 - 3 \tan x \cot x (\tan x + \cot x)} = \frac{\left(\frac{2}{\sin 2x}\right)^2 - 2}{\left(\frac{2}{\sin 2x}\right)^3 - 3\left(\frac{2}{\sin 2x}\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 2}{\left(\frac{5}{4}\right)^3 - 3\left(\frac{5}{4}\right)} = \frac{\frac{25}{4} - 2}{\frac{125}{8} - \frac{15}{2}} = \frac{\frac{17}{4}}{\frac{65}{8}} = \frac{8 \times 17}{4 \times 65} = \frac{34}{65}$$

۸۷. گزینه ۳

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a \quad \text{می دانیم:}$$

عبارت را در  $\sin 20^\circ$  ضرب و تقسیم می کنیم.

$$\frac{\overbrace{\sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}}{\sin 20^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \overbrace{\sin 40^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}}{\sin 20^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \overbrace{\sin 80^\circ} \right) \cos 80^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{8} \sin 160^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\frac{1}{8} \sin(\pi - 20^\circ)}{\sin 20^\circ} = \frac{\frac{1}{8} \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{1}{8}$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a \quad \text{می دانیم:}$$

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$$

۸۸. گزینه ۳

$$\sin^4 x + \frac{1}{4} = \cos^4 x \rightarrow \cos^4 x - \sin^4 x = \frac{1}{4} \rightarrow \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 (\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \cos 2x = \frac{1}{4}$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \rightarrow \frac{1}{4} = 1 - 2\sin^2 x \rightarrow 2\sin^2 x = \frac{3}{4} \rightarrow \sin^2 x = \frac{3}{8} \rightarrow \sin^4 x = \frac{9}{64}$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}, \quad \sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \quad \text{می دانیم:}$$

۸۹. گزینه ۴

$$\frac{\tan^2 x}{1 - \tan^4 x} = \frac{\tan^2 x}{(1 + \tan^2 x)(1 - \tan^2 x)} = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{\tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{1}{2} \times \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{4} \sin 2x \cdot \tan 2x \stackrel{x = \frac{\pi}{12}}{=} \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{6} \cdot \tan \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{24}$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$1 + \cos 2a = 2 \cos^2 a \quad \text{می دانیم:}$$

۹۰. گزینه ۳

$$\frac{\sin 20^\circ}{1 + \cos 20^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ}{2 \cos^2 10^\circ} = \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \tan 10^\circ$$

$$\cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a}, \quad \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} = \tan 2a \quad \text{می دانیم:}$$

۹۱. گزینه ۳

$$1 + \tan 10^\circ \tan 20^\circ = 1 + \tan 10^\circ \cdot \frac{2 \tan 10^\circ}{1 - \tan^2 10^\circ} = 1 + \frac{2 \tan^2 10^\circ}{1 - \tan^2 10^\circ}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 10^\circ + 2 \tan^2 10^\circ}{1 - \tan^2 10^\circ} = \frac{1 + \tan^2 10^\circ}{1 - \tan^2 10^\circ} = \frac{1}{\frac{1 - \tan^2 10^\circ}{1 + \tan^2 10^\circ}} = \frac{1}{\cos 20^\circ}$$

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a \quad \text{می دانیم:}$$

۹۲. گزینه ۳

$$\sin(\pi + x) - \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow -\sin x - \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -2 \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4}$$

از طرفی  $\sin(\frac{\pi}{2} + 2x) = \cos 2x$  و با کمک فرمول  $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$  حاصل عبارت خواسته شده را می‌یابیم:

$$\cos 2x = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \text{ و } \cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a} \text{ می‌دانیم: } \mathbf{۹۳.گزینه ۱}$$

$$\sin 2x + \cos 2x = -\frac{1}{5} \rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} + \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = -\frac{1}{5}$$

$$\frac{\tan x = A}{\rightarrow} \frac{2A}{1 + A^2} + \frac{1 - A^2}{1 + A^2} = -\frac{1}{5} \rightarrow \frac{2A + 1 - A^2}{1 + A^2} = -\frac{1}{5}$$

$$\rightarrow 10A + 5 - 5A^2 = -1 - A^2 \rightarrow 4A^2 - 10A - 6 = 0 \rightarrow 2A^2 - 5A - 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 + 24 = 49 \rightarrow A_1, A_2 = \frac{5 \pm 7}{4} = 3, -\frac{1}{2} \rightarrow \tan x = 3, -\frac{1}{2}$$

$\mathbf{۹۴.گزینه ۳}$

$$\cot a - \tan a = 2 \cot 2a, \sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \text{ می‌دانیم:}$$

$$\sin 2x = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{4}{5} \rightarrow 4 + 4 \tan^2 x = 10 \tan x$$

$$\rightarrow 4 \tan^2 x - 10 \tan x + 4 = 0 \rightarrow 2 \tan^2 x - 5 \tan x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 16 = 9} \tan x = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$= 2, \frac{1}{2}$$

$$\text{پس: } \begin{cases} \cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = 2 \cot x = 2 \left( \frac{1}{\tan x} \right) \xrightarrow{\tan x = 2} 1 \\ \cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = 2 \cot x = 2 \left( \frac{1}{\tan x} \right) \xrightarrow{\tan x = \frac{1}{2}} 4 \end{cases}$$

$\mathbf{۹۵.گزینه ۴}$

$$\frac{\sin(\alpha - \pi) + 2 \cos(21\pi + \alpha)}{3 \cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{-\sin(\pi - \alpha) + 2 \cos(\pi + \alpha)}{3 \cos\left(4\pi + \frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$$

$$= \frac{-\sin(\pi - \alpha) + 2 \cos(\pi + \alpha)}{3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{-\sin \alpha - 2 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + \cos \alpha} \div \cos \alpha = \frac{-\tan \alpha - 2}{3 \tan \alpha + 1} = \frac{-\frac{1}{4} - 2}{\frac{3}{4} + 1} = \frac{-\frac{9}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{-9}{7}$$

$\mathbf{۹۶.گزینه ۲}$  باتوجه به  $\cot \alpha = 2$  یک رابطه بین  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  بدست می‌آوریم.

$$\cot \alpha = 2 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \cos \alpha = 2 \sin \alpha$$

حال در صورت تست، به جای تمام  $\cos \alpha$ ها، مساوی آن یعنی  $2 \sin \alpha$  را قرار می‌دهیم.

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + (2 \sin \alpha)^3 \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha (2 \sin \alpha)^2}$$

$$= \frac{\sin^4 \alpha + 8 \sin^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \times 4 \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + 8 \sin^4 \alpha}{16 \sin^4 \alpha} = \frac{9 \sin^4 \alpha}{16 \sin^4 \alpha} = \frac{9}{16}$$



۹۷. گزینه ۳ می‌دانیم:  $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$

$$\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ}$$

$$\rightarrow A^2 = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ - 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{\frac{1}{16}} = \frac{1 - \sin 30^\circ}{\frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{16}} = 8$$

$$\rightarrow A = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

۹۸. گزینه ۱

$$A = \frac{\sin 110^\circ + \cos 34^\circ}{2 \cos 110^\circ + \cos 65^\circ} = \frac{\sin(90^\circ + 20^\circ) + \cos(36^\circ - 20^\circ)}{2 \cos(90^\circ + 20^\circ) + \cos(36^\circ + 27^\circ + 20^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 20^\circ + \cos 20^\circ}{-2 \sin 20^\circ + \sin 20^\circ} = \frac{2 \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ} = -2 \cot 20^\circ = -2 \left( \frac{1}{\tan 20^\circ} \right) = \frac{-2}{0.3} = \frac{-20}{3}$$

۹۹. گزینه ۴

می‌دانیم:  $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > 0 \rightarrow \cos \alpha > 0$$

$$\sin 2\alpha < 0 \rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha < 0 \xrightarrow{\cos \alpha > 0} \sin \alpha < 0$$

در ناحیه‌ی چهارم دایره‌ی مثلثاتی، کسینوس مثبت و سینوس منفی است.

۱۰۰. گزینه ۱

$$\frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(3\pi + \alpha\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)}$$

$$= \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{-1 - \tan \alpha}{\tan \alpha - 1} = \frac{-1 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{\frac{-5}{3}}{\frac{-1}{3}} = 5$$

۱۰۱. گزینه ۳ زوایا را بر حسب ۵۵ درجه مرتب می‌کنیم.

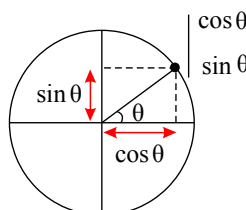
$$\text{و } \sin 305 = \sin(2\pi - 55) = -\sin 55 \text{ و } \cos 325 = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 55\right) = \sin 55$$

$$\cos 215 = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 55\right) = -\sin 55$$

$$\frac{\sin 55 + 2 \cos 215}{3 \sin 305 - \cos 325} = \frac{\sin 55 - 2 \sin 55}{-3 \sin 55 - \sin 55} = \frac{-\sin 55}{-4 \sin 55} = \frac{1}{4} = a$$

۱۰۲. گزینه ۲ اگر زاویه‌ی  $\theta$  در موقعیت استاندارد باشد، نقطه‌ی انتهایی کمان  $\theta$  دایره‌ی مثلثاتی را طبق شکل مقابل در نقطه‌ی

قطع می‌کند.  $\left. \begin{array}{l} \cos \theta \\ \sin \theta \end{array} \right\}$



پس  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ،  $\cos \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$  است.

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{-2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2} \text{ , } \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin \theta = -\frac{1}{3}$$

$$A = \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{1 + (-2\sqrt{2})^2}{-\frac{1}{2}} = \frac{9}{-\frac{1}{2}} = -18$$

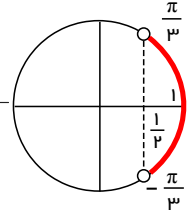
۱۰۳. گزینه ۲ می‌دانیم:  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}_1)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \cos 2\alpha$$

حال باید حدود  $\cos 2\alpha$  را پیدا کنیم.

$$-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{6} \rightarrow -\frac{\pi}{3} < 2\alpha < \frac{\pi}{3}$$

باتوجه به دایره‌ی مثلثاتی  $\frac{1}{2} < \cos 2\alpha \leq 1$  می‌باشد.



۱۰۴. گزینه ۲ می‌دانیم:  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1$

$$\cos^4 x = 1 + \sin^4 x \rightarrow \cos^4 x - \sin^4 x = 1 \rightarrow (\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_1)(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1 \rightarrow \cos 2x = 1$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \rightarrow 1 = 2\cos^2 x - 1 \rightarrow 2\cos^2 x = 2 \rightarrow \cos^2 x = 1 \rightarrow \cos x = \pm 1$$

۱۰۵. گزینه ۱ می‌دانیم:  $(\sin a - \cos a)^2 = 1 - \sin 2a$   
 $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

$$\sin x - \cos x = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 - \sin 2x = \frac{1}{9} \rightarrow \sin 2x = \frac{8}{9}$$

$$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x = 1 - 2\left(\frac{64}{81}\right) = 1 - \frac{128}{81} = \frac{-47}{81}$$

۱۰۶. گزینه ۴ می‌دانیم:  $\tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$

$$\cos(\pi + 2x) = \frac{1}{3} \rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{3} \rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{3}$$

$$\tan^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = 2 \rightarrow \tan x = \pm \sqrt{2} \xrightarrow{\text{ناحیه‌ی دوم دایره‌ی مثلثاتی}} \tan x = -\sqrt{2}$$

۱۰۷. گزینه ۴ می‌دانیم:  $\cot a + \tan a = \frac{2}{\sin 2a}$ ,  $\cot a - \tan a = 2 \cot 2a$ ,  $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$$\tan^4 \frac{\pi}{8} - \cot^4 \frac{\pi}{8} = (\tan^2 \frac{\pi}{8} + \cot^2 \frac{\pi}{8})(\tan^2 \frac{\pi}{8} - \cot^2 \frac{\pi}{8})$$

$$= ((\tan \frac{\pi}{8} + \cot \frac{\pi}{8})^2 - 2 \tan \frac{\pi}{8} \cot \frac{\pi}{8})(\tan \frac{\pi}{8} + \cot \frac{\pi}{8})(\tan \frac{\pi}{8} - \cot \frac{\pi}{8})$$

$$= ((\frac{2}{\sin \frac{\pi}{4}})^2 - 2)(\frac{2}{\sin \frac{\pi}{4}})(-2 \cot \frac{\pi}{4})$$

$$= \left( \left( \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \right)^2 - 2 \right) \left( \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \right) (-2(1)) = (6) \left( \frac{4}{\sqrt{2}} \right) (-2) = \frac{-48}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -24\sqrt{2}$$

که جواب حاصل ۲۴- برابر  $\sqrt{2}$  است.

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} \quad \text{می دانیم: ۲ گزینه ۱۰۸}$$

$$\sin x - 2 \cos x = 0 \rightarrow \sin x = 2 \cos x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x = 2$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \rightarrow \tan 2x = \frac{2(2)}{1 - 4} = \frac{4}{-3}$$

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a, \quad \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2} \quad \text{می دانیم: ۱ گزینه ۱۰۹}$$

$$\cos x - \sin x = \frac{-\sqrt{2}}{4 \sin x} \rightarrow \sin x \cos x - \sin^2 x = \frac{-\sqrt{2}}{4}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x - \left( \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) = \frac{-\sqrt{2}}{4} \times 2 \rightarrow \sin 2x - 1 + \cos 2x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\rightarrow \sin 2x + \cos 2x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{\sin^2 2x + \cos^2 2x}_{1} + \underbrace{2 \sin 2x \cos 2x}_{\frac{1}{2} \sin 4x} = 1 + \frac{1}{2} - \sqrt{2}$$

$$\rightarrow 1 + \sin 4x = \frac{3}{2} - \sqrt{2} \rightarrow \sin 4x = \frac{1}{2} - \sqrt{2}$$

۱۱۰. گزینه ۲

$$A = \frac{3 \sin 190^\circ + 5 \sin 100^\circ}{4 \sin 73^\circ - \cos 37^\circ} = \frac{3 \sin(180^\circ + 10^\circ) + 5 \sin(90^\circ + 10^\circ)}{4 \sin(72^\circ + 10^\circ) - \cos(36^\circ + 10^\circ)}$$

$$= \frac{-3 \sin 10^\circ + 5 \cos 10^\circ}{4 \sin 10^\circ - \cos 10^\circ} \div \frac{\sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{-3 + 5 \cot 10^\circ}{4 - \cot 10^\circ} = \frac{-3 + 5m}{4 - m}$$

۱۱۱. گزینه ۲

$$\sin 155^\circ = \sin(180^\circ - 25^\circ) = \sin 25^\circ$$

$$\sin 335^\circ = \sin(360^\circ - 25^\circ) = -\sin 25^\circ$$

$$\sin 385^\circ = \sin(360^\circ + 25^\circ) = \sin 25^\circ$$

$$B = \frac{3 \sin 155^\circ}{5 \sin 335^\circ + \sin 385^\circ} = \frac{3 \sin 25^\circ}{-5 \sin 25^\circ + \sin 25^\circ} = \frac{3 \sin 25^\circ}{-4 \sin 25^\circ} = -\frac{3}{4}$$

۱۱۲. گزینه ۲ ابتدا سعی می‌کنیم زوایای داده شده را بر حسب  $20^\circ$  بنویسیم.

$$\sin 200^\circ = \sin(\pi + 20^\circ) = -\sin 20^\circ, \quad \cos 290^\circ = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 20^\circ\right) = \sin 20^\circ$$

$$\cos 160^\circ = \cos(\pi - 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \quad \sin 250^\circ = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 20^\circ\right) = -\cos 20^\circ$$

$$A = \frac{-3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}{5 \sin 20^\circ - 2 \cos 20^\circ} \quad \text{صورت و مخرج را بر } \cos 20^\circ \text{ تقسیم می‌کنیم} \quad \frac{-3 \tan 20^\circ - 1}{5 \tan 20^\circ - 2} = \frac{-3a - 1}{5a - 2} = \frac{3a + 1}{-5a + 2}$$

$$A = \frac{3 \sin \frac{8\pi}{\gamma} + 4 \cos \frac{6\pi}{\gamma}}{2 \sin \frac{13\pi}{\gamma} + \sin \frac{29\pi}{\gamma}} = \frac{3 \sin(\pi + \frac{\pi}{\gamma}) + 4 \cos(\pi - \frac{\pi}{\gamma})}{2 \sin(2\pi - \frac{\pi}{\gamma}) + \sin(4\pi + \frac{\pi}{\gamma})}$$

$$= \frac{-3 \sin \frac{\pi}{\gamma} - 4 \cos \frac{\pi}{\gamma}}{-2 \sin \frac{\pi}{\gamma} + \sin \frac{\pi}{\gamma}} = \frac{-3 \sin \frac{\pi}{\gamma} - 4 \cos \frac{\pi}{\gamma}}{-\sin \frac{\pi}{\gamma}} = \frac{-3 \sin \frac{\pi}{\gamma}}{-\sin \frac{\pi}{\gamma}} + \frac{4 \cos \frac{\pi}{\gamma}}{\sin \frac{\pi}{\gamma}}$$

$$= 3 + 4 \cot \frac{\pi}{\gamma} = 3 + \frac{4}{\tan \frac{\pi}{\gamma}} = 3 + \frac{4}{\alpha} = \frac{3\alpha + 4}{\alpha}$$

۱۱۴.گزینہ ۴ می دانیم:  $\cot a - \tan a = 2 \cot 2a$

$$\tan x - \cot x = 5 \rightarrow \cot x - \tan x = -5 \rightarrow 2 \cot 2x = -5 \rightarrow \cot 2x = -\frac{5}{2} \rightarrow \tan 2x = -\frac{2}{5}$$

$$A = 2 \cot 2x + 5 \tan 2x = 2(-\frac{5}{2}) + 5(-\frac{2}{5}) = -5 - 2 = -7$$

۱۱۵.گزینہ ۱ می دانیم:  $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$   
 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \frac{1}{6} \rightarrow (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{6} \rightarrow \cos 2x = \frac{1}{6}$$

$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1 \rightarrow \cos 4x = 2(\frac{1}{36}) - 1 = \frac{1}{18} - 1 = -\frac{17}{18}$$

۱۱۶.گزینہ ۱ ابتدا تمام زوایا را بر حسب  $15^\circ$  می نویسیم:

$$\cos 285^\circ = \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 255^\circ = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ$$

$$\sin 525^\circ = \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 105^\circ = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

تمام جملات را بر  $\cos 15^\circ$  تقسیم می کنیم در نتیجه:

$$\frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = \frac{-128}{72} = -\frac{16}{9}$$

۱۱۷.گزینہ ۳

ابتدا تمام زوایا را بر حسب  $20^\circ$  می نویسیم:

$$\sin 250^\circ = \sin(270^\circ - 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \quad \sin 700^\circ = \sin(720^\circ - 20^\circ) = \sin(-20^\circ) = -\sin 20^\circ$$

$$\cos 560^\circ = \cos(540^\circ + 20^\circ) = \cos(180^\circ + 20^\circ) = -\cos 20^\circ, \quad \cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\sin 250^\circ + \sin 700^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ} = \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{-\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}$$

تمام جملات را بر  $\cos 20^\circ$  تقسیم می کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 - \tan 20^\circ}{-1 + \tan 20^\circ} = \frac{-1 - 0.36}{-1 + 0.36} = \frac{-1.36}{-0.64} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

۱۱۸. گزینه ۱ سعی کنید تمام زوایا را بر حسب  $5^\circ$  بنویسید.



$$A = \frac{3 \sin 18^\circ - 4 \cos 175^\circ}{5 \sin 275^\circ + \cos 635^\circ} = \frac{3 \sin(18^\circ + 5^\circ) - 4 \cos(18^\circ - 5^\circ)}{5 \sin(27^\circ + 5^\circ) + \cos(36^\circ + 27^\circ + 5^\circ)}$$

$$= \frac{-3 \sin 5^\circ + 4 \cos 5^\circ}{-5 \cos 5^\circ + \sin 5^\circ} \div \sin 5^\circ = \frac{-3 + 4 \cot 5^\circ}{-5 \cot 5^\circ + 1} = \frac{-3 + 4a}{-5a + 1}$$

گزینه ۲

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a \quad \text{می دانیم:}$$

$$\tan \frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \Rightarrow \tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$$

$$\Rightarrow -\tan \frac{\pi}{3} (-\cos x) = 1 \Rightarrow \sqrt{3} \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \times \frac{1}{3} - 1 = \frac{-1}{3}$$

گزینه ۳

$$\frac{\sin 16^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 11^\circ + \sin 7^\circ} = \frac{\sin(18^\circ - 2^\circ) - \cos(18^\circ + 2^\circ)}{\cos(9^\circ + 2^\circ) + \sin(9^\circ - 2^\circ)} = \frac{\sin 2^\circ + \cos 2^\circ}{-\sin 2^\circ + \cos 2^\circ}$$

$$\frac{\div \cos 2^\circ}{-\tan 2^\circ + 1} \frac{\tan 2^\circ + 1}{1} = \frac{\frac{36}{100} + 1}{-\frac{36}{100} + 1} = \frac{136}{64} = \frac{17}{8}$$

$$\sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \quad \text{می دانیم:} \quad \text{گزینه ۲}$$

$$\cot\left(\frac{x+\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow \cot\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow -\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \tan \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi+2x}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x = -\frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} = -\frac{2(-\frac{1}{2})}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a, \tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a} \quad \text{می دانیم:} \quad \text{گزینه ۲}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = 3 \rightarrow \frac{2}{\sin \alpha} = 3 \rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\left(\frac{4}{9}\right) = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

گزینه ۱

$$\frac{2 \sin 25^\circ + 3 \sin 34^\circ}{\cos 20^\circ - 4 \cos 43^\circ} = \frac{2 \sin(27^\circ - 2^\circ) + 3 \sin(36^\circ - 2^\circ)}{\cos(18^\circ + 2^\circ) - 4 \cos(36^\circ + 7^\circ)}$$

$$= \frac{-2 \cos 2^\circ - 3 \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ - 4 \sin 2^\circ}$$

$$\frac{\div \cos 20^\circ}{-1 - 4 \tan 20^\circ} = \frac{-2 - 3 \tan 20^\circ}{-1 - 4 \tan 20^\circ} = \frac{-2 - 3(0,4)}{-1 - 4(0,4)} = \frac{-3,2}{-2,6} = \frac{32}{26} = \frac{16}{13}$$

می‌دانیم:  $\cot a - \tan a = 2 \cot 2a$  **گزینه ۱** ۱۲۴.

$$\tan 10^\circ - \cot 10^\circ = a \rightarrow \cot 10^\circ - \tan 10^\circ = -a \rightarrow 2 \cot 20^\circ = -a \rightarrow \cot 20^\circ = \frac{-a}{2}$$

$$\tan 20^\circ = \tan(\pi + 20^\circ) = \tan 20^\circ = \frac{1}{\cot 20^\circ} = \frac{1}{-\frac{a}{2}} = \frac{-2}{a}$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}, \cot a - \tan a = 2 \cot 2a \quad \text{می دانیم: گزینه ۳ ۱۲۵}$$

$$\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1 \rightarrow \cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = -1 \rightarrow 2 \cot x = -1 \rightarrow \cot x = \frac{-1}{2} \rightarrow \tan x = -2$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \rightarrow \tan 2x = \frac{2(-2)}{1 - 4} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a \quad \text{می دانیم: گزینه ۲ ۱۲۶}$$

ابتدا باید  $\sin \frac{\pi}{8}$  را به دست آوریم.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{8}} \cos \frac{2\pi}{8} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} \rightarrow \cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8}$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} \rightarrow 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\rightarrow 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \xrightarrow{\sin \frac{\pi}{8} > 0} \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{8} = \sqrt{2 + \sqrt{2}} \left( \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \right) = \frac{\sqrt{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})}}{2} = \frac{\sqrt{4 - 2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a, 1 + \cos 2a = 2 \cos^2 a, \tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} \quad \text{می دانیم: گزینه ۱ ۱۲۷}$$

$$\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = 5 \rightarrow \frac{2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x} = 5 \rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 5 \rightarrow \tan x = 5$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2(5)}{1 - 25} = \frac{10}{-24} = \frac{-5}{12}$$

$$\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a, \cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a} \quad \text{می دانیم: گزینه ۱ ۱۲۸}$$

$$\sin^4 \left( \frac{\pi}{2} + x \right) = \frac{1}{3} + \sin^4 x \xrightarrow{\sin \left( \frac{\pi}{2} + x \right) = \cos x} \cos^4 x - \sin^4 x = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow (\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_1)(\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{3} \rightarrow \cos 2x = \frac{1}{3}$$

$$\text{از طرفی: } \cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \rightarrow 1 + \tan^2 x = 3 - 3 \tan^2 x$$

$$\rightarrow 4 \tan^2 x = 2 \rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \tan x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{مقدار مثبت}} \tan x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(\sin a - \cos a)^2 = 1 - \sin 2a \quad \text{می دانیم: گزینه ۱ ۱۲۹}$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان } 2} 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

۱۳۰. گزینه ۲ می‌دانیم:  $\cot a - \tan a = 2 \cot 2a$

$$\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = -(\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}) = -2 \cot x = -2\left(\frac{1}{\tan x}\right) = -2\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{2}$$

۱۳۱. گزینه ۱

$$\begin{cases} 1 + \cos u = 2 \cos^2 \frac{u}{2} \\ \sin u = 2 \sin \frac{u}{2} \cos \frac{u}{2} \end{cases} \text{ می‌دانیم:}$$

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\cot \frac{\alpha}{2} = \frac{-1}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

۱۳۲. گزینه ۲

$$\sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \text{ می‌دانیم:}$$

$$\sin x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \Rightarrow \frac{12}{13} = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \Rightarrow 12 \tan^2 \frac{x}{2} - 26 \tan \frac{x}{2} + 12 = 0 \Rightarrow 6 \tan^2 \frac{x}{2} - 13 \tan \frac{x}{2} + 6 = 0$$

$$\tan \frac{x}{2} = A$$

$$\rightarrow 6A^2 - 13A + 6 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 169 - 144 = 25$$

$$\Rightarrow \tan \frac{x}{2} = \frac{13 \pm 5}{12} = \begin{cases} \tan \frac{x}{2} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} & \text{ق ق} \\ \tan \frac{x}{2} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} & \text{غ ق} \end{cases}$$

دقت کنید چون  $\frac{\pi}{4} < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{2}$  می‌باشد حتماً  $\tan \frac{x}{2}$  از یک بزرگتر می‌باشد.

۱۳۳. گزینه ۳ می‌دانیم:

$$1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha, \quad 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha, \quad \sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a, \quad \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

$$y = g \circ f(x) = g(f(x)) = \underbrace{(\sin^2 x - 1)^2}_{-\cos^2 x} + \sin^2 x - 1 = \cos^4 x - \cos^2 x$$

$$\rightarrow y = \cos^2 x \underbrace{(\cos^2 x - 1)}_{-\sin^2 x} = -\sin^2 x \cos^2 x = -(\sin x \cos x)^2 = -\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2$$

$$\rightarrow y = -\frac{1}{4} \sin^2 2x = -\frac{1}{4} \left(\frac{1 - \cos 4x}{2}\right) = -\frac{1}{8} (1 - \cos 4x)$$

$$\rightarrow y\left(\frac{\pi}{16}\right) = -\frac{1}{8}\left(1 - \cos\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{8}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{1}{8} + \frac{\sqrt{2}}{16} = \frac{-1}{2^3} + \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^4} = -2^{-3} + 2^{-\frac{7}{2}}$$

۱۳۴. گزینہ ۳ می دانیم:  $\sin u \cos u = \frac{1}{3} \sin 2u$

$$\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{3} \rightarrow \sin x = \frac{2}{3}$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$A = \sin^8 x + \cos^8 x - 2 \sin^4 x \cos^4 x = (\cos^4 x - \sin^4 x)^2 \\ = \left( \frac{16}{81} - \frac{25}{81} \right)^2 = \left( \frac{1}{9} \right)^2 = \frac{1}{81}$$

۱۳۵. گزینہ ۱ نکتهی ۱: دوره تناوب  $y = a \sin(bx + c)$  برابر است با:  $T = \frac{2\pi}{|b|}$

نکتهی ۲: برد تابع  $y = a \sin(bx + c)$  عبارت است از:  $(-|a|, |a|)$  یعنی حداقل مقدار تابع برابر  $-|a|$  و حداکثر مقدار آن برابر  $|a|$  است.

با توجه به نمودار، دوره تناوب  $T = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$  است.

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \text{ طبق نکتهی ۱ داریم:}$$

$$\frac{2}{|b|} = \frac{4}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2}$$

$$-|a| = -2 \Rightarrow |a| = 2$$

کمترین مقدار تابع برابر  $-2$  است، پس از نکتهی ۲ داریم:

$$|ab| = |a||b| = 3 \text{ بنابراین:}$$

با توجه به این که اولین طاق نمودار زیر محور  $x$  هاست، باید حداقل یکی از دو عدد  $a$  و  $b$  منفی باشد، بنابراین  $ab = -|ab| = -3$

۱۳۶. گزینہ ۴ می دانیم: دورهی تناوب تابع  $y = k \cdot \cos ax$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|a|}$  است.

باتوجه به شکل، نقطهی  $(0, 2)$  عضو تابع است پس در آن صدق می کند:

$$y(0) = 2 \Rightarrow 2 = a \cos 0 \Rightarrow a = 2$$

از طرفی نصف دورهی تناوب تابع باتوجه به شکل برابر  $\frac{\pi}{2}$  است، بنابراین:

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

هر دو مقدار  $b$  قابل قبول است، پس  $a + b$  می تواند برابر مقادیر صفر یا ۴ باشد.

۱۳۷. گزینہ ۴ تابع  $y = \cos^2 x - \sin^2 x$  برابر است با  $y = \cos 2x$ . با توجه به نمودار، مقدار  $a$  به ازای  $x = 0$  در تابع موردنظر به دست می آید:

$$y = \cos 2x \xrightarrow{x=0} y = \cos 2(0) = \cos 0 = 1 \Rightarrow a = 1$$

از طرفی در  $x = b$  دوباره مقدار  $y$  به  $a = 1$  می رسد.

پس:

$$f(b) = 1 \rightarrow \cos 2b = 1 \rightarrow \begin{cases} 2b = 0 \rightarrow b = 0 \\ 2b = 2\pi \rightarrow b = \pi \end{cases}$$

۱۳۸. گزینہ ۴ یادآوری: دورهی تناوب تابع  $y = \cos kx$  برابر  $\frac{2\pi}{|k|}$  است.

از روی نمودار تابع مشاهده می کنیم که، نمودار داده شده در بازه  $[-\frac{2}{3}, \frac{8}{3}]$  به تعداد ۲٫۵ مرتبه تکرار شده است، لذا اگر دورهی

تناوب این تابع را  $T$  فرض کنیم داریم:

$$۲,۵T = \frac{۸}{۳} - \left(-\frac{۲}{۳}\right) \Rightarrow ۲,۵T = \frac{۱۰}{۳} \Rightarrow T = \frac{۴}{۳} \quad (1)$$

با توجه به مطلب گفته شده داریم:

$$y_1 = \cos(b\pi x) \xrightarrow{(1)} T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{2}{|b|} = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{3}{2} \quad (2)$$

همچنین از روی نمودار تابع مشاهده می‌کنیم که  $f(-\frac{2}{3}) = 0$  است. لذا:

$$\xrightarrow{(2)} f(-\frac{2}{3}) = 3 + a \cos(\pm \frac{3}{2}\pi \times (-\frac{2}{3})) = 3 + a \cos(\pm\pi) = 3 - a = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + 2b = 3 + 2(\pm \frac{3}{2}) \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 0 \\ a + 2b = 6 \end{cases}$$

۱۳۹. گزینه ۴ ابتدا ضابطه‌ی تابع را ساده‌تر کنیم:

$$f(x) = a - \cos(\frac{\pi}{2} + b\pi x) = a + \sin b\pi x$$

با توجه به نمودار، نقطه‌ی  $(0, 1)$  روی نمودار قرار دارد:

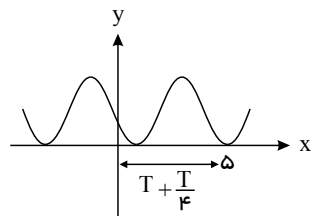
$$f(0) = 1 \Rightarrow a + \sin 0 = 1 \Rightarrow a = 1$$

از طرفی مطابق شکل زیر، دوره‌ی تناوب تابع را می‌یابیم:

$$T + \frac{T}{4} = 5 \Rightarrow \frac{5}{4}T = 5 \Rightarrow T = 4$$

دوره تناوب تابع  $y = \sin ax$  از رابطه  $T = \frac{2\pi}{|a|}$  بدست می‌آید.

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$



چون بلافاصله بعد از محور  $y$ ها نمودار در حال کاهش است، پس  $b = -\frac{1}{2}$  قابل قبول است.

$$\Rightarrow a + b = 1 + (-\frac{1}{2}) = 0,5$$

۱۴۰. گزینه ۳

$$f(x) = a \sin(\frac{\pi}{2} + bx) \xrightarrow{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \alpha} f(x) = a \cos bx$$

نمودار تابع از نقطه‌ی  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$  عبور می‌کند بنابراین این نقطه در تابع صدق می‌کند.

$$\left. \begin{array}{l} 0 \\ -2 \end{array} \right\} \text{ صدق} \xrightarrow{} -2 = a \cos 0 \rightarrow a = -2 \rightarrow f(x) = -2 \cos bx$$

می‌دانیم دوره‌ی تناوب  $y = \cos bx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است و از روی نمودار داریم:

$$\frac{3T}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |b| = 3 \rightarrow b = \pm 3$$

$$\text{پس: } f(x) = -2 \cos(\pm 3x) \xrightarrow{\cos(-\alpha) = \cos \alpha} f(x) = -2 \cos 3x \rightarrow f(\frac{\pi}{12}) = -2 \cos \frac{\pi}{4} = -2(\frac{\sqrt{2}}{2}) =$$

$$-\sqrt{2}$$



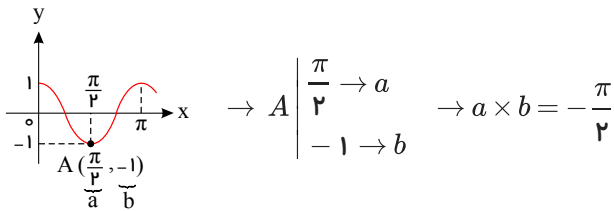
۱۴۱. گزینه ۴ می‌دانیم:  $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

ابتدا تابع داده شده را ساده می‌کنیم:  $y = 1 - 2\sin^2 x = \cos 2x$

می دانیم دوره ی تناوب  $y = \cos ax$  از رابطه ی  $T = \frac{2\pi}{|a|}$  بدست می آید و  $Max$  تابع  $y = \cos 2x$  برابر ۱ و  $Min$  آن برابر -۱ است.

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi, \quad Max = 1, \quad Min = -1$$

شکل تابع را رسم کرده و مختصات نقطه ی  $A$  را پیدا می کنیم:



۱۴۲. گزینه ۲ دوره ی تناوب توابع  $y = \sin ax$  و  $y = \cos ax$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|a|}$  می باشد و توجه کنید که توان فرد در دوره ی

تناوب تأثیر ندارد و توان زوج دوره ی تناوب را نصف می کند.

$$y = \sin^3\left(\frac{2\pi}{3}x\right) \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\left|\frac{2\pi}{3}\right|} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$$

$$y = 3 \cos^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow T_2 = \frac{\pi}{|3|} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{پس: } \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{\frac{\pi}{3}} = \frac{9}{\pi}$$

۱۴۳. گزینه ۳ ابتدا زاویه را از درجه به رادیان تبدیل می کنیم.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{50}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{5\pi}{18}$$

$$\text{شعاع دایره: } \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{5\pi}{18} = \frac{10}{r} \Rightarrow r\pi = 36 \Rightarrow r = \frac{36}{\pi}$$

$$\left. \begin{aligned} S = \text{مساحت دایره} &= \pi r^2 \\ P = \text{محیط دایره} &= 2\pi r \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S}{P} = \frac{r}{2} = \frac{\frac{36}{\pi}}{2} = \frac{18}{\pi}$$

۱۴۴. گزینه ۱ می دانیم دوره ی تناوب تابع  $y = a \cos bx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است. از روی شکل مشخص است که دوره ی تناوب تابع

برابر  $4\pi$  است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow 2 = \frac{1}{|m|} \rightarrow |m| = \frac{1}{2} \rightarrow m = \frac{1}{2}, m = -\frac{1}{2}$$

چون  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$  است فرقی نمی کند که  $m = \frac{1}{2}$  یا  $m = -\frac{1}{2}$  باشد.

$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) \rightarrow y\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{1}{2} \times \frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{8\pi}{3}$$

$$\rightarrow y\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} + 2\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

۱۴۵. گزینه ۴ می دانیم دوره ی تناوب تابع  $y = a \sin bx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است. از روی شکل مشخص است که دوره ی تناوب تابع

برابر  $\frac{2\pi}{3}$  است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow |m| = 3 \rightarrow m = 3, m = -3$$

از طرفی تابع در همسایگی راست  $x = 0$  نزولی است پس  $m > 0$  است یعنی  $m = 3$  قابل قبول است.

$$y = 1 - \sin 3x \rightarrow y\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1 - \sin \frac{5\pi}{2} = 1 - \sin \frac{5\pi}{2} = 1 - \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 1 - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 - (-1) = 2$$

۱۴۶. گزینه ۲ می‌دانیم:  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x = (\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_1)(\cos^2 x - \sin^2 x) = \cos 2x$$

دوره‌ی تناوب تابع  $y = \cos bx$  برابر  $T = \frac{2b}{|b|}$  است بنابراین دوره‌ی تناوب این تابع برابر  $T = \frac{2\pi}{|2|}$  است.

۱۴۷. گزینه ۱

می‌دانیم:  $y = \sin ax \xrightarrow{\text{دوره‌ی تناوب}} T = \frac{2\pi}{|a|}$

$$y = a + \cos\left(-\frac{1}{2} + bx\right)\pi \rightarrow y = a + \cos\left(\frac{-\pi}{2} + \pi bx\right)$$

$$\rightarrow y = a + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi bx\right) \xrightarrow{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha} y = a + \sin \pi bx$$

$$\xrightarrow{\text{۳ با توجه به شکل}} \frac{2\pi}{2} T = 9 \rightarrow T = 9 \rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 9 \rightarrow |b| = \frac{1}{9} \rightarrow b = \pm \frac{1}{9}$$

چون بلافاصله بعد از محور عرض، نمودار نزول پیدا می‌کند و بنابراین کمان سینوس می‌باید منفی باشد پس  $b = -\frac{1}{9}$  است.

$$f(x) = a + \sin\left(\frac{-\pi}{9}x\right) \xrightarrow{\text{صدق}} 1 = a + 0 \rightarrow a = 1 \rightarrow f(x) = 1 + \sin\left(\frac{-\pi}{9}x\right) = 1 - \sin \frac{\pi}{9}x$$

$$\rightarrow f(29) = 1 - \sin \frac{29\pi}{9} = 1 - \sin\left(1 \circ \pi - \frac{\pi}{9}\right) = 1 - \sin\left(\frac{-\pi}{9}\right) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۴۸. گزینه ۲ می‌دانیم  $\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = \sin \alpha$  بنابراین  $y = b \sin ax$  است.

از طرفی دوره‌ی تناوب تابع  $f(x) = b \sin ax$  به صورت  $\frac{2\pi}{|a|}$  می‌باشد.

همچنین از روی نمودار تابع دوره‌ی تناوب برابر است با  $4\pi$  در نتیجه:

$$\frac{2\pi}{|a|} = 4\pi \rightarrow |a| = \frac{1}{2} \rightarrow a = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{1}{2}$$

با توجه به نمودار  $f(\pi) = -2$  می‌باشد.

$$f(\pi) = b \sin a\pi \xrightarrow{a = \frac{1}{2}} b \sin \frac{\pi}{2} = b = -2 \rightarrow ab = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

۱۴۹. گزینه ۱

$$\left| \begin{array}{l} 5 \\ 5 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{صدق در تابع}} 5 = a(1) + 3 \rightarrow a + 3 = 5 \Rightarrow a = 2$$

طبق نمودار فاصله‌ی  $x = 0$  تا  $x = 2$ ، برابر نصف دوره‌ی تناوب تابع مورد نظر است:

$$2 - 0 = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} & \text{در گزینه ها نیست} \\ a+b = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

دوره‌ی تناوب تابع  $y = \sin x$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|a|}$  است.  
 ۱۵۰. گزینه ۲ می‌دانیم  $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$  است.

$$f(x) = -2 + a \cos(\pi + \pi bx) \rightarrow f(x) = -2 - a \cos(\pi bx)$$

$$\text{داریم: } -1 \leq \cos(\pi bx) \leq 1 \xrightarrow{a > 0} -a \leq a \cos(\pi bx) \leq a$$

منفی ضرب می‌کنیم

$$\rightarrow -a \leq -a \cos(\pi bx) \leq a \rightarrow -2 - a \leq -2 - a \cos(\pi bx) \leq -2 + a$$

بیشترین مقدار تابع از روی شکل برابر صفر است یعنی  $-2 + a = 0$  است یعنی  $a = 2$  می‌باشد پس  $f(x) = -2 - 2 \cos(\pi bx)$  است.

با توجه به نمودار داده شده دوره تناوب تابع برابر  $T = \frac{4}{3}$  است و می‌دانیم دوره تناوب تابع  $y = a \cos bx$  به صورت  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است.

$$\frac{4}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{3}{2} \rightarrow b = \pm \frac{3}{2}$$

بنابراین  $a \times b = \pm 3$  است.

۱۵۱. گزینه ۳ اولاً چون مقادیر تابع از نقطه  $x = 0$  در حال افزایش است، بنابراین  $b > 0$  از طرفی کمترین مقدار تابع صفر است.

در نتیجه:

$$-1 \leq \sin b\pi x \leq 1 \Rightarrow a - 1 \leq a + \sin b\pi x \leq a + 1 \Rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

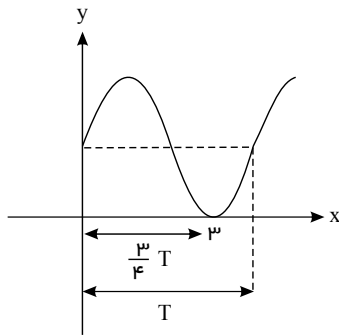
از طرفی با توجه به شکل  $\frac{3}{4}T = 3$  و در نتیجه  $T = 4$  است.

دوره تناوب  $y = \sin bx$  به صورت  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است.

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{1}{2}$$

پس  $a + b = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$  است.

به شکل دقت کنید:



۱۵۲. گزینه ۱ توجه کنید دوره تناوب تابع  $y = \cos kx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|k|}$  است.

$$f(0) = \frac{-1}{2} \rightarrow a \cos 0 = -\frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

اگر دوره تناوب تابع را  $T$  بنامیم در این صورت  $T + \frac{T}{4} = \pi$  است پس  $T = \frac{4\pi}{5}$  است.

$$T = \frac{r\pi}{|b|} = \frac{r\pi}{5} \rightarrow |b| = \frac{5}{r} \rightarrow \begin{cases} b = \frac{5}{r} \xrightarrow{a = -\frac{1}{r}} a + b = r \\ b = -\frac{5}{r} \xrightarrow{a = -\frac{1}{r}} a + b = -r \end{cases}$$

بنابراین کمترین مقدار  $a + b$  برابر ۳- است.

۱۵۳. گزینه ۱ نمودار تابع از نقطه  $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$  می گذرد پس این نقطه در تابع صدق می کند.

$$\left. \begin{array}{l} 0 \\ \frac{\pi}{4} \end{array} \right\} \text{ صدق} \rightarrow 0 = a + \sin \frac{\pi}{4} \rightarrow a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

باتوجه به شکل، فاصله  $\frac{1}{2}$  تا  $\frac{3}{2}$  دو برابر دوره تناوب است و می دانیم دوره تناوب تابع  $y = k \sin ax$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|a|}$  است.

$$2T = 3 - \frac{1}{2} \rightarrow 2T = \frac{5}{2} \rightarrow T = \frac{5}{4}$$

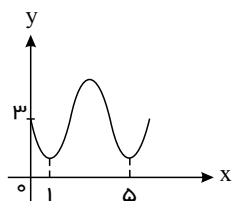
$$T = \frac{2\pi}{|a|} \rightarrow \frac{5}{4} = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow \frac{5}{4} = \frac{2}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{2}{5} \rightarrow b = \pm \frac{2}{5}$$

چون نمودار تابع در  $x = 0$  نزولی است پس فقط  $b = -\frac{2}{5}$  قابل قبول است.

$$ab = \left(\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{4}{25}$$

۱۵۴. گزینه ۲

با توجه به شکل روبه رو به راحتی پی می بریم که دوره تناوب اصلی تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  برابر  $T = 4$  می باشد. از طرفی عرض از مبدأ این تابع برابر ۳ است یعنی:  $f(0) = 3 \rightarrow a = 3$



توجه کنید دوره تناوب تابع  $y = \sin kx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|k|}$  است.

$$y = a + \sin(kx) \Rightarrow \text{دوره تناوب} = T = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{T=4} \frac{2}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

چون به ازای  $x > 0$ ، تابع ابتدا نزولی می باشد، پس مقدار  $b$  منفی می باشد، یعنی  $b = -\frac{1}{2}$  است. داریم:

$$y = 3 + \sin\left(-\frac{1}{2}\pi x\right)$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{25}{3}\right) = 3 + \sin\left(-\frac{25}{6}\pi\right) = 3 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 3 - \sin\frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = 2,5$$

۱۵۵. گزینه ۳ دوره تناوب تابع  $y = \sin kx$  برابر  $\frac{2\pi}{|k|}$  می باشد.

$$y = a \sin(b\pi x) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

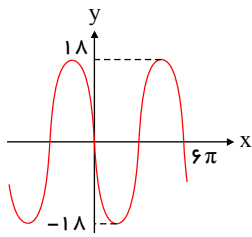
باتوجه به شکل داده شده  $a$  و  $b$  هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند و چون همه گزینه ها مثبت می باشند پس  $b = \frac{1}{3}$  قابل قبول است.

بیشترین مقدار این تابع از روی شکل ۲ می باشد و بیشترین مقدار  $y = a \sin(b\pi x)$  زمانی رخ می دهد که سینوس برابر ۱ باشد

$$\text{بنابراین } a = 2 \text{ است پس } a + b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$



۱۵۶. گزینه ۴



در توابع  $y = b \sin ax$  و  $y = b \cos ax$  دوره‌ی تناوب برابر  $\frac{2\pi}{|a|}$ ، ماکسیمم برابر  $|b|$  و مینیمم برابر  $-|b|$  است.

با توجه به نمودار، دوره تناوب تابع برابر  $6\pi$  و ماکسیمم آن برابر  $18$  است. پس با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{|a|} = 6\pi \rightarrow |a| = \frac{1}{3} \rightarrow a = \pm \frac{1}{3} \\ |b| = 18 \rightarrow b = \pm 18 \end{cases}$$

چون نمودار در همسایگی مبدأ نزولی است، پس دقیقاً یکی از  $a$  یا  $b$  منفی و دیگری مثبت است.

$$\begin{cases} a = \frac{1}{3} \rightarrow a + b = -\frac{53}{3} \\ b = -18 \end{cases}, \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \rightarrow a + b = \frac{53}{3} \\ b = 18 \end{cases}$$

بنابراین کمترین مقدار  $a + b$  برابر  $-\frac{53}{3}$  است.

۱۵۷. گزینه ۱ چون فاصله‌ی طولی بین کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار روی نمودار برابر یک است پس دوره‌ی تناوب تابع برابر ۲ است:

$$T = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1 \Rightarrow y = 1 + a \cdot \cos(\pm\pi x) = 1 + a \cdot \cos \pi x$$

از طرفی  $f(1) = 3$ ، بنابراین داریم:

$$3 = 1 + a \cos(\pi(1)) \Rightarrow 3 = 1 + a \cos(\pi) \Rightarrow 3 = 1 + a(-1) \Rightarrow a = -2$$

۱۵۸. گزینه ۴ می‌دانیم که دوره‌ی تناوب تابع  $y = k \sin ax$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|a|}$  است.

$$\begin{cases} f(0) = 4 \rightarrow 2m = 4 \rightarrow m = 2 \\ T + \frac{T}{3} = 9 \rightarrow 2T + T = 18 \rightarrow 3T = 18 \rightarrow T = 6 \end{cases}$$

باتوجه به شکل

$$T = 6 \rightarrow \frac{2\pi}{|n\pi|} = 6 \rightarrow \frac{2}{|n|} = 6 \rightarrow |n| = \frac{1}{3} \rightarrow n = \pm \frac{1}{3}$$

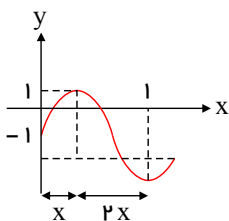
چون نمودار در همسایگی  $x = 0$  صعودی است پس فقط  $n = \frac{1}{3}$  قابل قبول است بنابراین  $mn = \frac{2}{3}$  است.

$$\boxed{y = \sin ax \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}} \text{ می‌دانیم: } \text{گزینه ۳}$$

نکته: در منحنی‌های متناوب دو برابر فاصله‌ی طولی ماکسیمم و مینیمم، طول دوره‌ی تناوب آن تابع است.

باتوجه به شکل دوره‌ی تناوب تابع برابر  $4x$  می‌باشد  $3x = 1$  است، پس  $x = \frac{1}{3}$  به دست می‌آید بنابراین دوره‌ی

تناوب تابع  $T = 4x = \frac{4}{3}$  خواهد بود. از ضابطه‌ی تابع دوره‌ی تناوب برابر  $T = \frac{2\pi}{|b\pi|}$  به دست می‌آید:



$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = \frac{4}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ \text{یا} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

اگر  $b = \frac{3}{2}$  باشد، مقدار تابع در  $x = \frac{1}{3}$  برابر ۱ است بنابراین همین عدد برای  $b$  صحیح است.

$$y\left(\frac{1}{3}\right) = a \sin \frac{\pi}{2} - 1 = 1 \Rightarrow a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a + b = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$$

توجه کنید که اگر  $b = -\frac{3}{2}$  باشد به طور مشابه  $a = -2$  به دست می‌آید که  $a + b = -\frac{7}{2}$  می‌شود که در گزینه‌ها نیست.

۱۶۰. **گزینه ۱** در توابع به فرم  $y = a \cos bx$ ,  $y = a \sin bx$  دوره‌ی تناوب تابع برابر  $\frac{2\pi}{|b|}$ ،  $Max$  تابع برابر  $|a|$  و  $Min$  تابع

برابر  $-|a|$  می‌باشد.

$$y = -3 \cos 4x \rightarrow \begin{cases} A = |-3| = 3 \\ B = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow A \times B = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

۱۶۱. **گزینه ۲** دوره‌ی تناوب توابع  $y = a \cos bx$  و  $y = a \sin bx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است.

در توابع  $y = a \cos bx$  و  $y = a \sin bx$  مقدار ماکسیمم و مینیمم تابع به ترتیب برابر  $|a|$  و  $-|a|$  است.

با توجه به نمودار، دوره‌ی تناوب تابع برابر  $\frac{2\pi}{5}$  است، پس:  $|b| = 5$   $\Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{5}$

همچنین با توجه به نمودار، ماکسیمم تابع برابر ۲ است، پس:  $|a| = 2$  در نتیجه  $|ab| = |a||b| = 10$  است.

4 -5	1 -4	1 -3	3 -2	1 -1
3 -10	1 -9	3 -8	4 -7	3 -6
3 -15	2 -14	3 -13	1 -12	1 -11
1 -20	1 -19	3 -18	3 -17	2 -16
2 -25	1 -24	2 -23	1 -22	4 -21
4 -30	2 -29	3 -28	4 -27	4 -26
2 -35	1 -34	1 -33	4 -32	3 -31
3 -40	4 -39	1 -38	4 -37	3 -36
2 -45	3 -44	1 -43	1 -42	4 -41
1 -50	2 -49	1 -48	3 -47	3 -46
1 -55	1 -54	2 -53	2 -52	3 -51
1 -60	3 -59	3 -58	2 -57	1 -56
1 -65	3 -64	3 -63	4 -62	4 -61
1 -70	1 -69	1 -68	2 -67	1 -66
2 -75	1 -74	3 -73	1 -72	3 -71
3 -80	3 -79	4 -78	4 -77	3 -76
2 -85	4 -84	3 -83	4 -82	4 -81
3 -90	4 -89	3 -88	3 -87	1 -86
4 -95	3 -94	1 -93	3 -92	3 -91
1-100	4 -99	1 -98	3 -97	2 -96
1-105	2-104	2-103	2-102	3-101
2-110	1-109	2-108	4-107	4-106
1-115	4-114	3-113	2-112	2-111
3-120	2-119	1-118	3-117	1-116
3-125	1-124	1-123	2-122	2-121
2-130	1-129	1-128	1-127	2-126
1-135	3-134	3-133	2-132	1-131
3-140	4-139	4-138	4-137	4-136
4-145	1-144	3-143	2-142	4-141
2-150	1-149	2-148	1-147	2-146
3-155	2-154	1-153	1-152	3-151
1-160	3-159	4-158	1-157	4-156
				2-161