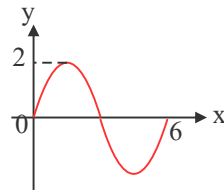




۱) انحراف معیار داده‌های آماری ۱۶، ۲۰، ۱۹، ۱۵، ۱۸، ۲۰، ۲۰، کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۷

- ۱) ۱٫۶      ۲) ۱٫۷      ۳) ۱٫۸      ۴) ۱٫۹

۲) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است.  $a + b$  کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۳



- ۱)  $\frac{4}{3}$       ۲)  $\frac{5}{3}$       ۳)  $\frac{7}{3}$       ۴)  $\frac{8}{3}$

۳) دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشند. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟ سراسری- ۱۳۹۱

- ۱)  $\frac{27}{64}$       ۲)  $\frac{37}{64}$       ۳)  $\frac{19}{32}$       ۴)  $\frac{39}{64}$

۴) به ازای کدام مقدار  $a$  تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 5 & x > 2 \\ ax - 1 & x \leq 2 \end{cases}$  بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟ سراسری- ۱۳۹۱

- ۱) هر مقدار حقیقی  $a$       ۲) هیچ مقدار  $a$       ۳) فقط  $a = -2$       ۴) فقط  $a = 2$

۵) اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x - 2}}{ax + b} = \frac{1}{2}$  باشد، آنگاه  $b$  کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۵

- ۱) -۲      ۲) -۱      ۳) ۱      ۴) ۲

۶) در ۵۰ داده‌ی آماری، مجموع اختلافات داده‌ها از عدد ۱۲، برابر صفر است و مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲، برابر ۴۵۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها، کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۴

- ۱) ۰٫۲      ۲) ۰٫۲۵      ۳) ۰٫۳      ۴) ۰٫۳۵

۷) ضریب تغییرات داده‌های آماری ۱٫۳۵ می‌باشد. به ۲ برابر این داده‌های آماری، عدد  $\frac{1}{4}$  میانگین آن‌ها افزوده شده است. ضریب تغییرات داده‌های جدید، کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۴

- ۱) ۰٫۹۶      ۲) ۱٫۰۸      ۳) ۱٫۱۵      ۴) ۱٫۲

۸) دستگاه  $A$  کالایی را با میانگین وزن ۱۵۰ و انحراف معیار  $3/6$  و دستگاه  $B$  همان کالا را با میانگین وزن ۱۶۰ و انحراف معیار  $3/84$  بسته بندی می‌کنند. دقت عمل کدام، پیرامون میانگین با اطمینان بیشتر است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۵

- ۱) یکسان      ۲)  $A$       ۳)  $B$       ۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۹) به ازای کدام مقدار  $m$ ، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله‌ی  $m x^2 - (m + 3)x + 5 = 0$  برابر ۶ می‌باشد؟ سراسری- ۱۳۹۳

- ۱)  $-\frac{9}{5}$       ۲) ۱      ۳)  $-\frac{9}{5}, 1$       ۴)  $-1, \frac{9}{5}$

۱۰ از تساوی  $\log_x(x^2 + 4) = 1 + \log_x 5$  مقدار لگاریتم  $x$  در پایه  $2$ ، کدام است؟ سراسری-۱۳۹۳

- ۱)  $-1$       ۲)  $\frac{1}{2}$       ۳)  $\frac{3}{2}$       ۴)  $2$

۱۱ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} ax + 2^{x-3} & ; x < 3 \\ a \log_2(1+x) & ; x \geq 3 \end{cases}$  در نقطه‌ای به طول  $x = 3$  پیوسته است،  $f(2)$  کدام است؟ سراسری-۱۳۹۷

- ۱)  $-2$       ۲)  $-1,5$       ۳)  $1$       ۴) صفر

۱۲ حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}}$  کدام است؟ خارج از کشور-۱۳۹۷

- ۱)  $8$       ۲)  $12$       ۳)  $16$       ۴)  $24$

۱۳ اگر تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax+3} & ; x < 1 \\ x^2 + ax & ; x \geq 1 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x = 1$  پیوسته باشد،  $f(-\frac{3}{4})$  کدام است؟ خارج از کشور-۱۳۹۷

- ۱)  $0,5$       ۲)  $1,25$       ۳)  $1,5$       ۴)  $2,5$

۱۴ اگر عبارت  $\sqrt[4]{\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2}} + \sqrt[3]{2x - x^2}$  عدد حقیقی باشد، مجموعه‌ی مقادیر  $x$  در کدام بازه است؟ خارج از کشور-۱۳۹۶

- ۱)  $[\frac{2}{3}, 2]$       ۲)  $[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}]$       ۳)  $[-\frac{2}{3}, 0) \cup (0, 2]$       ۴)  $[-\frac{2}{3}, 0) \cup (0, \frac{2}{3}]$

۱۵ نمودار تابع  $y = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2$  را،  $4$  واحد به طرف  $x$ ‌های منفی و یک واحد به طرف  $y$ ‌های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه، با کدام طول متقاطع‌اند؟ سراسری-۱۳۹۳

- ۱)  $-3,5$       ۲)  $-3$       ۳)  $-2,5$       ۴)  $-2$

۱۶ ضابطه‌ی وارون تابع  $y = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ ، کدام است؟ خارج از کشور-۱۳۹۱

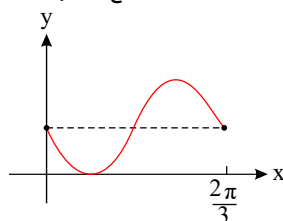
۱)  $f^{-1}(x) = x|x|; x \in \mathbb{R}$       ۲)  $f^{-1}(x) = -x^2; x < 0$

۳)  $f^{-1}(x) = \pm x^2; x \in \mathbb{R}$       ۴)  $f^{-1}(x) = \pm x|x|; x \in \mathbb{R}$

۱۷ نمودار تابع  $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ ، با دامنه‌ی  $\mathbb{R} - \{2\}$ ، نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می‌کند؟ خارج از کشور-۱۳۹۶

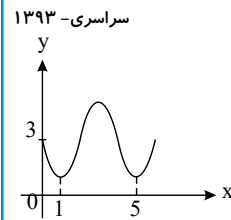
- ۱)  $-1, -4$       ۲)  $-1, 4$       ۳)  $1, -4$       ۴)  $1, 4$

۱۸ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 - \sin mx$  است. مقدار تابع در نقطه‌ی  $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است؟ خارج از کشور-۱۳۹۶



- ۱) صفر      ۲)  $\frac{1}{2}$       ۳)  $1$       ۴)  $2$

۱۹) شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  است. مقدار  $y$  در نقطه‌ی  $x = \frac{25}{3}$  کدام است؟



- ۱) ۲
- ۲) ۲٫۵
- ۳) ۳
- ۴) ۳٫۵

۲۰) از بین سه کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جاگذاری بیرون می‌آوریم، سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟ سراسری-۱۳۹۱

- ۱)  $\frac{2}{7}$
- ۲)  $\frac{5}{14}$
- ۳)  $\frac{3}{7}$
- ۴)  $\frac{4}{7}$

۲۱) دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو سکه «رو» یا تاس ۶ ظاهر می‌شود؟ سراسری-۱۳۹۶

- ۱)  $\frac{3}{8}$
- ۲)  $\frac{5}{8}$
- ۳)  $\frac{5}{12}$
- ۴)  $\frac{7}{12}$

۲۲) به ازای کدام مقدار  $m$ ، مجموع جذر هر دو ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 - (m+1)x + \frac{1}{8} = 0$  برابر ۲ می‌باشد؟ سراسری-۱۳۹۶

- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۵
- ۴) ۶

۲۳) یک جامعه با اندازه‌ی ۱۲ و واریانس ۱۲٫۶، با جامعه‌ی دیگری به اندازه‌ی ۲۴ و واریانس ۷٫۲، تشکیل جامعه‌ی جدیدی داده‌اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد، انحراف معیار جامعه‌ی جدید، کدام است؟ سراسری-۱۳۹۶

- ۱) ۲٫۹
- ۲) ۳
- ۳) ۳٫۱
- ۴) ۳٫۲

۲۴) به ازای کدام مقدار  $a$ ، معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 - 2(a-2)x + 14 - a = 0$  دارای دو ریشه‌ی متمایز مثبت است؟ سراسری-۱۳۹۶

- ۱)  $-2 < a < 2$
- ۲)  $2 < a < 5$
- ۳)  $2 < a < 14$
- ۴)  $5 < a < 14$

۲۵) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = a + \log_p^{(bx-4)}$ ، از دو نقطه‌ی  $(2, 6)$  و  $(12, 10)$  می‌گذرد.  $a$  کدام است؟ سراسری-۱۳۹۶

- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۵
- ۴) ۶

۲۶) از دو معادله‌ی دو مجهولی  $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$  و  $\log(x+2y) = 1 + \log y$ ، مقدار  $x$  کدام است؟ خارج از کشور-۱۳۹۶

- ۱) ۱٫۲
- ۲) ۱٫۴
- ۳) ۱٫۵
- ۴) ۱٫۶

۲۷) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = a + \log_p^{(3^x+b)^x}$ ، از دو نقطه‌ی  $(5, 11)$  و  $(21, 15)$  می‌گذرد،  $a$  کدام است؟ خارج از کشور-۱۳۹۶

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۲۸) نمودارهای دو تابع  $f(x) = 4^x$  و  $g(x) = (\frac{1}{2})^{2x} + \frac{3}{2}$  در نقطه‌ی  $A$  متقاطع‌اند. فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  تا نقطه‌ی  $(-\frac{1}{2}, 1)$ ، کدام است؟ خارج از کشور-۱۳۹۶

- ۱) ۱
- ۲)  $\sqrt{2}$
- ۳) ۲
- ۴)  $\sqrt{5}$

۲۹) به ازای کدام مقدار  $m$ ، هر یک از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $8x^2 - mx - 8 = 0$  توان سوم ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - x - 2 = 0$  می‌باشد؟ خارج از کشور-۱۳۹۶

- ۱) ۹
- ۲) ۱۱
- ۳) ۱۳
- ۴) ۱۵

۳۰) اگر میانگین ۹ عدد ۲۰، ۹، ۱۸، ۱۶، ۱۱، ۱۴، ۱۰، ۷ و  $a$ ، برابر ۱۳ باشد، میانه‌ی آن‌ها کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) خارج از کشور- ۱۳۹۷

۳۱) به‌ازای کدام مقادیر  $m$ ، معادله‌ی درجه‌ی دوم  $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ ، دارای دو ریشه‌ی حقیقی منفی است؟

- ۱۳۹۷- سراسری  
 $m < -6$  (۱)  $m > 3$  (۲)  $0 < m < 3$  (۳)  $3 < m < 6$  (۴)

۳۲) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3 - \sqrt{x}} - 1}$ ، کدام است؟

- ۱۳۹۷- سراسری  
 -۱۱۲ (۱) -۹۶ (۲) -۸۴ (۳) -۷۲ (۴)

۳۳) دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات  $2x - 2y = 3$  و  $y = x + 1$  هستند، مساحت این مربع کدام است؟

- ۱۳۹۲- سراسری  
 $\frac{9}{8}$  (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{25}{8}$  (۳)  $\frac{25}{4}$  (۴)

۳۴) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ ، کدام است؟

- ۱۳۹۳- خارج از کشور  
 $-\frac{1}{6}$  (۱)  $-\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)

۳۵) از تساوی  $\log_x^{2x+8} = 2 - \log_x^{x-6}$ ، مقدار لگاریتم  $x$  در پایه‌ی ۴، کدام است؟

- ۱۳۹۳- خارج از کشور  
 $\frac{1}{2}$  (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)

۳۶) نقطه‌ی  $A(3, -1)$  وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله  $2y - x = 5$  است. مساحت این مربع، کدام است؟

- ۱۳۹۳- خارج از کشور  
 ۴۰ (۱) ۴۵ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴)

۳۷) به‌ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{x} & ; 1 \leq x \leq 6 \\ a + \cos^2 \frac{\pi x}{36} & ; x > 6 \end{cases}$  بر روی مجموعه اعداد حقیقی بزرگ‌تر از ۱، پیوسته است؟

- ۱۳۹۴- سراسری  
 $-\frac{1}{2}$  (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)

۳۸) ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کمتر است؟

- ۱۳۹۴- سراسری  
 $x^2 - 3x + 1 = 0$  (۱)  $x^2 + 3x + 1 = 0$  (۲)  $x^2 - 5x + 2 = 0$  (۳)  $x^2 + 5x + 2 = 0$  (۴)

۳۹) نمودار تابع  $y = [x^2]$  روی بازه‌ی  $x \in (-2, 2)$  از چند پاره‌خط تشکیل شده است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- خارج از کشور- ۱۳۹۱  
 ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۴۰) اگر تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} ax + b & ; x > 2 \\ x^2 + bx - 1 & ; x < 2 \end{cases}$  با شرط  $f(2) = 5$  بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی پیوسته باشد،  $a$  کدام است؟

- خارج از کشور- ۱۳۹۱  
 -۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

سوالات سراسری یازدهم

۴۱) به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 3x - [x] & ; x < 2 \\ a & ; x = 2 \\ x + 2 & ; x > 2 \end{cases}$  در نقطه‌ای به طول

سراسری-۱۳۹۲  $x = 2$  پیوسته است؟

- ۱) ۴      ۲) ۴٫۵      ۳) ۵      ۴) هیچ مقدار  $a$

۴۲) از دو معادله  $4^x + 2^x = 72$  و  $4^x + 2^x = 2 + \log(x+1) + \log(2y+x^2)$  مقدار  $y$  کدام است؟

- ۱) ۶      ۲) ۷      ۳) ۸      ۴) ۹

خارج از کشور-۱۳۹۲

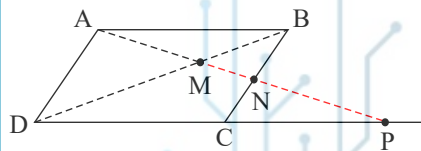
۴۳) از معادله‌ی لگاریتمی  $\log_3(2x^2 + 1) - \log_3(x + 2) = 1$ ، مقدار لگاریتم  $(2x - 1)$  در پایه‌ی

سراسری-۱۳۹۵ ۸، کدام است؟

- ۱)  $-\frac{2}{3}$       ۲)  $-\frac{1}{2}$       ۳)  $\frac{1}{2}$       ۴)  $\frac{2}{3}$

۴۴) در شکل روبه‌رو،  $ABCD$  متوازی الاضلاع است. حاصل  $MP \times MN$  برابر کدام است؟

خارج از کشور-۱۳۹۴



- ۱)  $AB^2$   
۲)  $AD^2$   
۳)  $MD^2$   
۴)  $MA^2$

۴۵) از معادله‌ی لگاریتمی  $\log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$ ، مقدار لگاریتم

خارج از کشور-۱۳۹۵

$\sqrt{x+1}$  در پایه‌ی ۴، کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{3}$       ۲)  $\frac{1}{2}$       ۳)  $\frac{2}{3}$       ۴) ۱

۴۶) تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-\sqrt{x}} & ; x > 1 \\ ax - a + 2 & ; x \leq 1 \end{cases}$ ، به ازای کدام مقدار  $a$  در نقطه‌ای به طول

خارج از کشور-۱۳۹۶

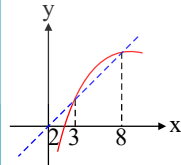
$x = 1$  پیوسته است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) هر مقدار  $a$       ۴) هیچ مقدار  $a$

۴۷) شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $y = f(x)$  و نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم است. دامنه‌ی تعریف تابع با ضابطه‌ی

سراسری-۱۳۹۴

$\sqrt{x - f^{-1}(x)}$  کدام است؟



- ۱)  $(0, 2]$       ۲)  $[2, 3]$   
۳)  $[2, 8]$       ۴)  $[3, 8]$

۴۸) از دو معادله‌ی دو مجهولی  $2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1$  و  $\log y = 2 \log 3 + \log x$ ، مقدار  $y$  کدام است؟

سراسری-۱۳۹۶

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

سراسری-۱۳۹۶

۴۹) ضابطه‌ی وارون تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ ، کدام است؟

- ۱)  $f^{-1}(x) = -x^2$       ۲)  $f^{-1}(x) = x^2$       ۳)  $f^{-1}(x) = x|x|$       ۴)  $f^{-1}(x) = -x|x|$

۵۰ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 - \sqrt{1-x}} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$  به ازای کدام مقدار  $a$ ، در نقطه‌ای به طول

سراسری-۱۳۹۶

$x = 0$  پیوسته است؟

- ۱) -۲      ۲) -۱      ۳) ۱      ۴) ۲

سراسری-۱۳۹۲

۵۱ اگر  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$  دامنه‌ی تابع  $f(3-x)$  کدام است؟

- ۱)  $[0, 2]$       ۲)  $[0, 3]$       ۳)  $[1, 2]$       ۴)  $[1, 3]$

۵۲ دو تابع  $f = \{(5, 2), (7, 3), (1, 4), (3, 6), (9, 1)\}$  و  $g(x) = \sqrt{5x + 9}$  مفروض‌اند. اگر

خارج از کشور-۱۳۹۶

$(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$  باشد،  $a$  کدام است؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۶      ۴) ۷

۵۳ نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = x^2 - 3x - 1$  را، حداقل چند واحد به طرف  $x$ ‌های مثبت انتقال دهیم، تا

خارج از کشور-۱۳۹۳

طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور  $x$ ‌ها غیر منفی باشد؟

- ۱) ۱      ۲) ۱٫۵      ۳) ۲      ۴) ۳

۵۴ دو تابع  $f = \{(2, 5), (6, 3), (3, 7), (4, 1), (1, 9)\}$  و  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  مفروض‌اند. اگر

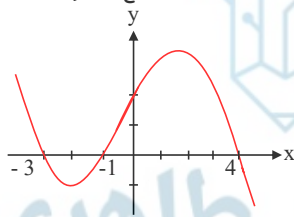
سراسری-۱۳۹۶

$f^{-1}(g(2a)) = 6$  باشد،  $a$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{2}$       ۲)  $\frac{3}{4}$       ۳)  $\frac{3}{2}$       ۴)  $\frac{5}{2}$

۵۵ شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $y = f(x-2)$  است: دامنه‌ی تعریف تابع با ضابطه‌ی  $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟

خارج از کشور-۱۳۹۴



- ۱)  $[-1, 1] \cup [0, 6]$

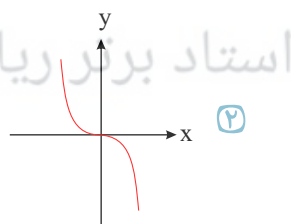
- ۲)  $[-3, 1] \cup [0, 2]$

- ۳)  $[-5, -3] \cup [-1, 2]$

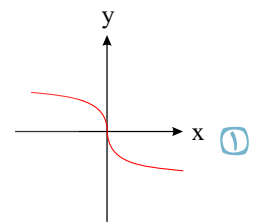
- ۴)  $[-5, -3] \cup [0, 2]$

سراسری-۱۳۹۵

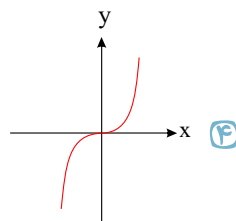
۵۶ اگر  $f(x) = x|x|$  باشد، نمودار تابع  $y = f^{-1}(x)$  کدام است؟



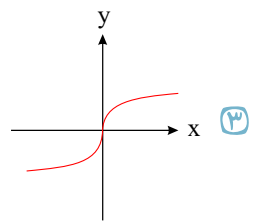
۲



۱



۴



۳

خارج از کشور-۱۳۹۵

۵۷ تابع با ضابطه  $f(x) = |x^3|$  با دامنه  $R$ ، چگونه است؟

- ۱) نزولی      ۲) صعودی      ۳) وارون ناپذیر      ۴) یک به یک

۵۸) قرینه‌ی خط به معادله‌ی  $3y - 2x = 4$  را نسبت به خط  $y = x$ ، خط  $d$  می‌نامیم. عرض از مبدأ خط  $d$  کدام است؟

سراسری-۱۳۹۷

- ۱) -۲      ۲) -۱      ۳) ۱      ۴) ۲

۵۹) حاصل عبارت  $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض  $\tan 15^\circ = 0,28$ ، کدام است؟

سراسری-۱۳۹۴

- ۱)  $-\frac{16}{9}$       ۲)  $-\frac{9}{16}$       ۳)  $\frac{9}{16}$       ۴)  $\frac{16}{9}$

۶۰) حاصل عبارت  $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$ ، با فرض  $\tan 20^\circ = 0,4$ ، کدام است؟

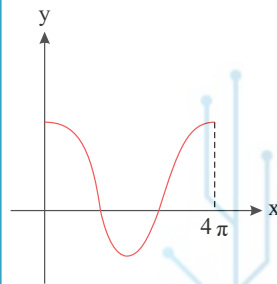
خارج از کشور-۱۳۹۴

- ۱)  $-\frac{3}{4}$       ۲)  $\frac{3}{4}$       ۳)  $\frac{7}{3}$       ۴)  $\frac{5}{8}$

۶۱) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$  است. مقدار تابع در نقطه‌ای به طول

سراسری-۱۳۹۶

$x = \frac{16\pi}{3}$ ، کدام است؟



- ۱)  $-\frac{1}{2}$       ۲)  $\frac{1}{2}$       ۳) ۱      ۴) صفر

۶۲) در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی پی در پی بدون جای گذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره‌ی فرد متوالیاً خارج نمی‌شوند؟

سراسری-۱۳۹۲

- ۱) ۰,۱      ۲) ۰,۱۵      ۳) ۰,۲      ۴) ۰,۲۵

۶۳) در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، احتمال این که حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

خارج از کشور-۱۳۹۱

- ۱)  $\frac{1}{12}$       ۲)  $\frac{1}{6}$       ۳)  $\frac{1}{4}$       ۴)  $\frac{1}{3}$

۶۴) چهار دانش‌آموز یک کلاس که بر یک نیمکت نشسته باشند، با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آنان یکسان است؟

خارج از کشور-۱۳۹۲

- ۱)  $\frac{19}{48}$       ۲)  $\frac{41}{96}$       ۳)  $\frac{23}{48}$       ۴)  $\frac{55}{96}$

۶۵) احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص  $A$  برابر ۰,۹ و برای شخص  $B$  برابر ۰,۸ است. با کدام احتمال، لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر، موفقیت‌آمیز است؟

سراسری-۱۳۹۵

- ۱) ۰,۹۲      ۲) ۰,۹۴      ۳) ۰,۹۶      ۴) ۰,۹۸

۶۶) احتمال قبولی فرد  $A$  در یک آزمون ۰,۸۴ و احتمال قبولی فرد  $B$  در همان آزمون ۰,۷۵ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، در این آزمون قبول می‌شوند؟

خارج از کشور-۱۳۹۶

- ۱) ۰,۹۲      ۲) ۰,۹۴      ۳) ۰,۹۶      ۴) ۰,۹۸

۶۷) یک سکه و دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال جمع عدد دو تاس بیشتر از ۴ یا سکه‌ی «رو» ظاهر شده است؟

خارج از کشور-۱۳۹۶

- ۱)  $\frac{7}{12}$       ۲)  $\frac{5}{8}$       ۳)  $\frac{7}{8}$       ۴)  $\frac{11}{12}$

۶۸) به ازای کدام مقدار  $a$ ، نمودار تابع  $y = (1 - a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$  همواره بالای محور  $x$  ها است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۶

- ۱)  $a < 1$       ۲)  $a < -2$       ۳)  $a > 3$       ۴)  $-2 < a < 1$

۶۹) میانگین و واریانس ۲۹ داده آماری به ترتیب ۱۷ و ۵ می باشد. اگر داده های ۱۲ و ۱۳ و ۲۱ و ۲۲، از بین آنان حذف شوند، واریانس داده های باقی مانده، کدام است؟

سراسری- ۱۳۹۶

- ۱) ۲٫۵۲      ۲) ۲٫۵۴      ۳) ۲٫۶۴      ۴) ۲٫۶۶

۷۰) میانگین و انحراف معیار ۲۲ داده آماری به ترتیب ۱۶ و ۲ می باشد، اگر داده های ۱۷ و ۲۰ و ۱۱، به آنان افزوده شوند، واریانس ۲۵ داده حاصل، کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۶

- ۱) ۴٫۸      ۲) ۴٫۹      ۳) ۵٫۱      ۴) ۵٫۲

۷۱) میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می باشد. اگر داده های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده جدید کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۳

- ۱) ۹٫۲۵      ۲) ۹٫۳۶      ۳) ۹٫۵۲      ۴) ۹٫۶۳

۷۲) در ۲۵ داده آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳ و ۸ می باشد. اگر داده های ناچور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰، از بین آن ها حذف شوند، واریانس داده های باقی مانده، کدام است؟

سراسری- ۱۳۹۳

- ۱) ۱۴٫۷۲      ۲) ۱۴٫۸۱      ۳) ۱۵٫۳۳      ۴) ۱۶٫۶۶

۷۳) میانگین طول اضلاع مربع هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۲٪ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع ها، کدام است؟

سراسری- ۱۳۹۵

- ۱) ۲۲۹      ۲) ۲۳۲      ۳) ۲۳۴      ۴) ۲۳۶

۷۴) میانگین طول ضلع مربع هایی ۲۵ واحد، با ضریب تغییرات ۶٪ است. میانگین مساحت این مربع ها، کدام است؟

سراسری- ۱۳۹۷

- ۱) ۶۲۶٫۵      ۲) ۶۲۷٫۲۵      ۳) ۶۲۷٫۷۵      ۴) ۶۲۸٫۵

۷۵) میانگین محیط مربع هایی برابر ۸۴ و میانگین مساحت این مربع ها ۴۹۰ می باشند. ضریب تغییرات در طول ضلع این مربع ها، کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۲

- ۱) ۰٫۲۵      ۲) ۰٫۲۷      ۳) ۰٫۲۸      ۴) ۰٫۳۳

۷۶) میانگین اضلاع مربع هایی برابر ۸ و میانگین مساحت آن ها ۶۵٫۴۴ می باشد. ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع ها، کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۴

- ۱) ۰٫۱۲      ۲) ۰٫۱۵      ۳) ۰٫۲      ۴) ۰٫۲۵

۷۷) در ۳۰ داده آماری، مجموع تمام داده ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات این داده ها ۲۱۹۰ می باشد. ضریب تغییرات، کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۵

- ۱) ۰٫۲۲۵      ۲) ۰٫۲۷۵      ۳) ۰٫۳۲۵      ۴) ۰٫۳۷۵

۷۸) واریانس ۱۱ داده آماری صفر است. اگر داده های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به آن ها اضافه شود، میانگین داده ها تغییر نمی کند، انحراف معیار ۱۴ داده حاصل کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۱

- ۱) ۰٫۷۵      ۲) ۱٫۲۵      ۳) ۱٫۵      ۴) ۲

۷۹) میانگین طول اضلاع مربع هایی ۱۲ واریانس آن ها ۵ می باشد. میانگین مساحت این مربع ها کدام می باشد؟

خارج از کشور- ۱۳۹۲

- ۱) ۱۲۴      ۲) ۱۳۴      ۳) ۱۴۹      ۴) ۱۶۹

۸۰) اگر میانگین و ضریب تغییرات اندازهٔ اضلاع مربع‌هایی ۱۵ و ۰٫۲ باشد میانگین مساحت این مربع‌ها کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۱

- ۱) ۲۲۷      ۲) ۲۲۹      ۳) ۲۳۲      ۴) ۲۳۴

۸۱) شش دادهٔ آماری با میانگین ۱۲ و واریانس ۶ با ۹ دادهٔ دیگر با میانگین ۱۴ و واریانس ۴ ترکیب شده‌اند. انحراف معیار گروه جدید، کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۷

- ۱) ۲٫۲      ۲) ۲٫۳      ۳) ۲٫۴      ۴) ۲٫۵

۸۲) در ۱۲ دادهٔ آماری مجموع تمام داده‌ها ۷۲ و مجموع مجزورات آن‌ها ۴۸۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۲

- ۱)  $\frac{2}{5}$       ۲)  $\frac{2}{9}$       ۳)  $\frac{1}{3}$       ۴)  $\frac{1}{4}$

۸۳) نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر  $A$  و  $B$  به صورت زیر است:

سراسری - ۱۳۹۳

$A : 15, 14, 15, 16, 17, 19$

$B : 16, 14, 17, 14, 17, 18$

دقت عمل کدام بیش‌تر است؟

- ۱)  $A$       ۲)  $B$       ۳) یکسان      ۴) غیرپیش‌بینی

۸۴) داده‌های  $x_i = 1, 2, 3, 4, 5$  مفروض است. ضریب تغییرات داده‌های  $u_i = 12x_i + 6$  کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۵

- ۱) ۰٫۴      ۲) ۰٫۴۸      ۳) ۰٫۵۲      ۴) ۰٫۶

۸۵) در ۲۵ دادهٔ آماری، مجموع تمام داده‌ها ۲۷۵ و مجموع مربعات آن‌ها ۳۲۵۰ می‌باشد. ضریب تغییرات در این داده‌ها کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۶

- ۱) ۰٫۲۵۷۲      ۲) ۰٫۲۶۴۵      ۳) ۰٫۲۶۷۲      ۴) ۰٫۲۷۲۷

۸۶) درون مثلثی به اضلاع ۹ و ۷ و ۵ واحد، مثلث دیگر طوری رسم می‌کنیم که اضلاع آن موازی اضلاع مثلث اصلی باشد. اگر بزرگترین ضلع این مثلث ۶ واحد باشد مساحت محدود به این دو مثلث، چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۵

- ۱) ۰٫۷۵      ۲) ۱      ۳) ۱٫۲۵      ۴) ۱٫۵

۸۷) ضریب تغییرات در داده‌های آماری، ۰٫۰۸ محاسبه شده است. اگر به هر داده‌ی مفروض ۵ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات حاصل ۰٫۰۷۵ خواهد شد. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۱

- ۱) ۵۶      ۲) ۶۴      ۳) ۷۵      ۴) ۸۰

۸۸) قطر تنه‌ی درختان یک باغ، کدام نوع متغیر است؟

سراسری - ۱۳۹۳

- ۱) کمی پیوسته      ۲) کمی گسسته      ۳) کیفی ترتیبی      ۴) کیفی اسمی

۸۹) اگر میانگین ۱۰ داده‌ی آماری ۱۶، ۱۱، ۱۷، ۱۰،  $a$ ، ۱۰، ۱۳، ۱۷، ۹، ۱۶ برابر ۱۳٫۱ باشد، میانه کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۱

- ۱) ۱۱٫۵      ۲) ۱۲      ۳) ۱۲٫۵      ۴) ۱۳

۹۰) در ۴۵ داده‌ی آماری مقدار میانگین ۱۱۲۴ محاسبه شده است. در بررسی مجدد داده‌ها متوجه شدیم که به جای داده‌ی ۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ محاسبه شده است. با رفع اشتباه میانگین واقعی، کدام است؟

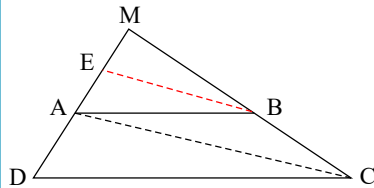
خارج از کشور - ۱۳۹۴

- ۱) ۱۱۱۹      ۲) ۱۱۲۰      ۳) ۱۱۲۱      ۴) ۱۱۲۲

۹۱ در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، پاره خط  $BE$  موازی قطر  $AC$  است. اگر  $AD = 7$  و  $AE = 3$  باشد، فاصله‌ی

خارج از کشور- ۱۳۹۳

$MD$  کدام است؟



- ۱۲ (۱)  
 ۱۲٫۲۵ (۲)  
 ۱۲٫۵ (۳)  
 ۱۲٫۷۵ (۴)

۹۲ در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق

سراسری- ۱۳۹۴

ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

- ۱۱٫۴ (۱)      ۱۱٫۶ (۲)      ۱۲٫۲ (۳)      ۱۲٫۸ (۴)

۹۳ در یک دایره به مرکز  $O$ ، شعاع  $OA$  را به اندازه خود تا نقطه  $B$  امتداد می‌دهیم. از نقطه  $B$  بر مماس

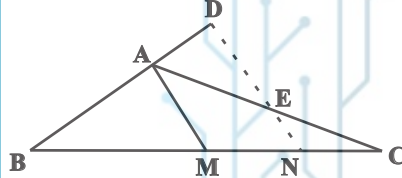
سراسری- ۱۳۹۴

دلخواه دایره عمود  $BD$  را فرود می‌آوریم. اگر  $\widehat{ADB} = 34^\circ$  باشد، زاویه  $\widehat{OAD}$  چند درجه است؟

- ۶۸ (۱)      ۷۳ (۲)      ۱۰۲ (۳)      ۱۴۶ (۴)

۹۴ در مثلث  $ABC$  ( $AB = \frac{2}{3}AC$ )، پاره خط  $ND$  موازی میانه‌ی  $AM$  است. نسبت  $\frac{AD}{AE}$  کدام است؟

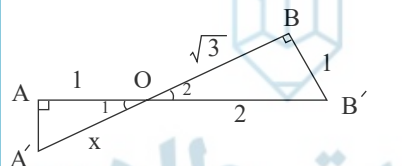
سراسری- ۱۳۹۴



- $\frac{4}{9}$  (۱)       $\frac{5}{9}$  (۲)  
 $\frac{2}{3}$  (۳)       $\frac{4}{5}$  (۴)

۹۵ در شکل مقابل دو زاویه‌ی  $A$  و  $B$  قائمه‌اند. مقدار  $x$  چقدر است؟

سراسری- ۱۳۹۱



- $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  (۱)       $\frac{2}{3}\sqrt{3}$  (۲)  
 $\frac{4}{3}$  (۳)       $\frac{3}{2}$  (۴)

۹۶ در ۱۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم. تا داده‌های

سراسری- ۱۳۹۲

جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

- $\frac{7}{9}$  (۱)       $\frac{5}{6}$  (۲)       $\frac{7}{8}$  (۳)       $\frac{8}{9}$  (۴)

۹۷ مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات  $A(2, 5)$ ،  $B(3, 0)$  و  $C(0, 2)$  کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۲

- ۶ (۱)      ۶٫۵ (۲)      ۷ (۳)      ۷٫۵ (۴)

۹۸ نوع آلایندگی هوا چگونه متغیری است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۱

- کمی گسسته (۱)      کمی پیوسته (۲)      کیفی اسمی (۳)      کیفی ترتیبی (۴)

۹۹ ضابطه‌ی معکوس تابع  $y = 2 - \sqrt{x-1}$ ، به کدام صورت است؟

سراسری- ۱۳۹۲

- $f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5 : x \leq 2$  (۱)       $f^{-1}(x) = -x^2 + 4x - 5 : x \leq 2$  (۲)  
 $f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5 : x \geq 1$  (۳)       $f^{-1}(x) = -x^2 + 4x - 5 : x \geq 1$  (۴)

خارج از کشور- ۱۳۹۰

۱۰۰ اگر  $\log 5 = 3k$  باشد،  $\log \sqrt[3]{1/6}$  کدام است؟

- $1 - 4k$  (۱)       $2 - 5k$  (۲)       $1 - 2k$  (۳)       $1 - k$  (۴)

# پاسخنامه تشریحی

ابتدا میانگین داده‌های داده شده را به دست می‌آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\bar{x} = \frac{20 + 19 + 15 + 18 + 20 + 16}{6} = \frac{108}{6} = 18$$

برای محاسبه انحراف معیار، ابتدا واریانس را محاسبه می‌کنیم و سپس از آن جذر می‌گیریم.

$$\sigma^2 = \frac{(20 - 18)^2 + (19 - 18)^2 + (15 - 18)^2 + (18 - 18)^2 + (20 - 18)^2 + (16 - 18)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{4 + 1 + 9 + 0 + 4 + 4}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3}$$

انحراف معیار جذر واریانس است:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{11}{3}} \approx 1,9$$

دوره تناوب تابع  $y = \sin kx$  برابر  $\frac{2\pi}{|k|}$  می‌باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$y = a \sin(b\pi x) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{2}{|b|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

باتوجه به شکل داده شده  $a$  و  $b$  هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند و چون همه گزینه‌ها مثبت می‌باشند پس  $b = \frac{1}{3}$  قابل قبول است. بیشترین مقدار این تابع از روی شکل ۲ می‌باشد و بیشترین

مقدار  $y = a \sin(b\pi x)$  زمانی رخ می‌دهد که سینوس برابر ۱ باشد

$$\text{بنابراین } a = 2 \text{ است پس } a + b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

در هر پرتاب احتمال آنکه هر دو تاس زوج باشند، برابر با  $\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4}$  است و لذا احتمال آنکه هر دو تاس زوج نباشند،  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  است. اگر  $A_i$  ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

پیشامد این باشد که در پرتاب  $i$  ام نتیجه حاصل شده باشد، یعنی در  $(i-1)$  پرتاب قبلی هر دو تاس زوج نبوده و در پرتاب  $i$  ام هر دو تاس زوج ظاهر شده است، پس  $P(A_i) = \left(\frac{3}{4}\right)^{i-1} \left(\frac{1}{4}\right)$  بنابراین احتمال آنکه حداکثر در ۳ پرتاب نتیجه حاصل شود، برابر است با:

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64}$$

یا به زبان ساده تر:

$$\text{پرتاب اول هر دو زوج باشند: } \frac{1}{4}$$

$$\text{پرتاب اول هر دو زوج نباشند و پرتاب دوم هر دو زوج باشند: } \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$\text{پرتاب اول و پرتاب دوم هر دو زوج نباشند و پرتاب سوم هر دو زوج باشند: } \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64} \text{ است.}$$

چون هر دو ضابطه پیوسته هستند، برای آنکه تابع دو ضابطه‌ای  $f$  روی  $R$  (مجموعه‌ی اعداد حقیقی) پیوسته باشد، کافی است شرایط پیوستگی تابع را تنها در نقطه‌ی مرزی آن، یعنی  $x = 2$  برقرار نماییم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$\begin{cases} \text{حد راست} = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax - 5) = 4 + 2a - 5 = 2a - 1 \\ \text{حد چپ} = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax - 1) = 2a - 1 \end{cases}$$

چون به ازای هر مقدار  $a$ ، حد راست و حد چپ و مقدار تابع در  $x = 2$  با هم برابر هستند، پس نتیجه می‌گیریم که به ازای هر مقدار حقیقی  $a$ ، تابع  $f$  روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی پیوسته است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x - 2}}{ax + b} = \frac{0}{2a + b} \rightarrow 2a + b = 0$$

چون جواب حده برابر عدد شده است پس این کسر حتماً بوده که پس از رفع ابهام جوابش  $\frac{1}{3}$  شده است

$$\xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \frac{3}{2\sqrt{3x-2}}}{a} = \frac{1 - \frac{3}{4}}{a} = \frac{1}{4a} = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -1$$

می‌دانیم مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است. بنابراین میانگین داده‌ها برابر  $\bar{x} = 12$  می‌باشد و داریم: (1) (2) (3) (4) (6)

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{50} - 12)^2}{50} = \frac{\text{مجموع مجزورات اختلاف داده‌ها از } 12}{50} = \frac{450}{50} = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$CV_{\text{نیا}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 1,35 \text{ طبق صورت سوال } (1) (2) (3) (4) (7)$$

داده‌های قدیم:  $x_1, x_2, x_3, \dots$

داده‌های جدید:  $2x_1 + \frac{\bar{x}}{4}, 2x_2 + \frac{\bar{x}}{4}, 2x_3 + \frac{\bar{x}}{4}, \dots$

داده‌ها دو برابر شده‌اند بنابراین انحراف معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و چون به داده‌ها  $\frac{\bar{x}}{4}$  اضافه شده است به میانگین نیز  $\frac{\bar{x}}{4}$  اضافه می‌شود ولی انحراف معیار تغییری نمی‌کند.

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{2\sigma}{2\bar{x} + \frac{\bar{x}}{4}} = \frac{2\sigma}{\frac{9}{4}\bar{x}} = \frac{8}{9} \left( \frac{\sigma}{\bar{x}} \right) = \frac{8}{9} (1,35) = \frac{10,8}{9} = 1,2$$

ضریب تغییرات هر دو را محاسبه می‌کنیم و باهم مقایسه می‌کنیم. (1) (2) (3) (4) (8)

$$CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3,6}{150} = 0,024, \quad CV_B = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3,84}{160} = 0,024$$

بنابراین دقت عمل آن‌ها یکسان است.

اگر  $x'$  و  $x''$  ریشه‌های معادله باشند داریم: (1) (2) (3) (4) (9)

$$x' + x'' = -\frac{b}{a} = \frac{m+3}{m}, \quad x'x'' = \frac{c}{a} = \frac{5}{m}$$

$$\text{فرض مسأله: } x'^n + x''^n = 6 \Rightarrow (x' + x'')^n - 2x'x'' = 6 \Rightarrow \left(\frac{m+3}{m}\right)^n - \frac{10}{m} - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{m^n + 6m + 9}{m^n} - \frac{10}{m} - 6 = 0 \xrightarrow{\times m^n} m^n + 6m + 9 - 10m - 6m^n = 0$$

$$\Rightarrow 5m^n + 4m - 9 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} m = 1 \xrightarrow{\text{معدله}} x^2 - 4x + 5 = 0 : \Delta = 16 - 20 < 0 \\ m = -\frac{9}{5} \rightarrow \Delta > 0 \text{ است و نیازی به چک کردن گزینه‌ها نیست} \end{cases}$$

استاد برتر ریاضی کنکور

(1) (2) (3) (4) (10)

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \quad \log_k^{a^n} = n \log_k^a \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log_x^{x^2+4} = 1 + \log_x^4 \Rightarrow \log_x^{x^2+4} = \log_x^x + \log_x^4 \Rightarrow \log_x^{x^2+4} = \log_x^{4x} \Rightarrow x^2 + 4 = 4x$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x = 1 \text{ غیق } (1) \\ x = \frac{c}{a} = 4 \end{cases}$$

$$\log_v^x \xrightarrow{x=4} \log_v^4 = \log_v^{2^2} = 2$$

شرط پیوستگی تابع  $f$  در  $x = a$  آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در  $x = a$  موجود و متناهی با هم برابر باشند. (1) (2) (3) (4) (11)

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} (a \log_v^{1+x}) = a \log_v^4 = a \log_v^{2^2} = 2a \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} (ax + 2^{x-3}) = 3a + 1 \\ f(3) &= a \log_v^4 = a \log_v^{2^2} = 2a \end{aligned} \right\} \rightarrow 3a + 1 = 2a \rightarrow a = -1$$

ضابطه‌ی بالا  $y$  : پس  $f(2) = 2a + 2^{-1} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x+3)(2 + \sqrt{2 + \sqrt{3-x}})}{(4 - 2 - \sqrt{3-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(1)(4)(2 + \sqrt{3-x})}{(2 - \sqrt{3-x})(2 + \sqrt{3-x})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(1)(4)(4)}{(4 - 3 + x)} = 16$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x + 5}{\frac{-1}{2\sqrt{2 + \sqrt{3-x}}}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

شرط اینکه تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته باشد آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در  $x = a$  موجود و متناهی و باهم برابر باشند.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + ax) = 1 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{ax + 3} = \sqrt{a + 3} \rightarrow \sqrt{a + 3} = 1 + a \xrightarrow{\text{توان ۲}} a + 3 = a^2 + a + 2a$$

$$a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow (a + 2)(a - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases} \text{ غرق}$$

$$\text{پس: } f\left(\frac{-3}{4}\right) = \sqrt{-\frac{3}{4}a + 3} = \sqrt{-\frac{3}{4} + 3} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

روش اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

چون یک چندجمله‌ای در زیر رادیکال با فرجه‌ی فرد قرار دارد، بنابراین رادیکال با فرجه‌ی فرد به ازای تمام مقادیر  $x$  تعریف شده است و فقط باید عبارت زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج را بزرگ تر مساوی صفر قرار دهیم.

$$\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2} \geq 0 \rightarrow \frac{4 - 9x^2}{2x^2} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} \text{صورت} = 0 \rightarrow 9x^2 = 4 \rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \rightarrow x = \pm \frac{2}{3} \\ \text{مخرج} = 0 \rightarrow 2x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$\rightarrow$ 

$x$	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$0$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
عبارت $\geq 0$	-	+	+	-	-

 $\rightarrow x \in \left[-\frac{2}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{2}{3}\right]$

روش دوم:

اگر  $x = 1$  باشد زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج، منفی می‌شود بنابراین گزینه‌های اول و سوم که شامل  $x = 1$  هستند حذف می‌شوند در ضمن  $x = 0$  مخرج را صفر می‌کند و گزینه‌ی دوم که شامل  $x = 0$  است نیز حذف می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵ اگر نمودار تابع  $y = \left|\frac{1}{2}x\right| - 2$  را  $y = \left|\frac{1}{2}x\right| - 2$  واحد به سمت چپ منتقل کنیم معادله به صورت  $y = \left|\frac{1}{2}(x + 4)\right| - 2$  درمی‌آید و اگر یک واحد به بالا منتقل کنیم

به صورت  $y = \left|\frac{1}{2}(x + 4)\right| - 2 + 1$  درمی‌آید.

$$\begin{cases} y_{\text{قدیم}} = \left|\frac{1}{2}x\right| - 2 \\ y_{\text{جدید}} = \left|\frac{1}{2}x + 2\right| - 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \left|\frac{1}{2}x\right| - 2 = \left|\frac{1}{2}x + 2\right| - 1$$

$$\xrightarrow{\times 2} |x| - 4 = |x + 4| - 2 \Rightarrow |x| - |x + 4| = 2 \xrightarrow{\text{مشاهده‌ی گزینه‌ها}} x = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

روش اول:

ضابطه‌ی بالا:  $y = \sqrt{x}$ ,  $x \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$

$$\Rightarrow y^2 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2, x \geq 0$$

ضابطه‌ی پایین:  $y = -\sqrt{-x}$ ,  $x < 0 \Rightarrow y < 0$

$$\Rightarrow y^2 = -x \Rightarrow x = -y^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x^2, x < 0$$

بنابراین ضابطه‌ی تابع وارون به صورت  $f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$  و یا به صورت  $f^{-1}(x) = x|x|$ ,  $x \in R$  است.

روش دوم:

یک  $x$  دلخواه در تابع قرار می‌دهیم.

$$x = 4 \xrightarrow{\text{تابع}} y = 2 \quad \left| \begin{array}{l} 4 \in f \\ 2 \in f^{-1} \end{array} \right.$$

گزینه ای درست است که اگر به جای  $x$  آن ۲ قرار دهیم حاصل ۴ می‌شود. (گزینه‌ی اول)

ابتدا وارون تابع داده شده را پیدا کرده و آن را با تابع اصلی تلاقی می‌دهیم و می‌دانیم برای پیدا کردن تابع وارون کافی است که  $x$  را برحسب  $y$  به دست آورده و سپس جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم. **۱۷**  ۱  ۲  ۳  ۴

$$y = \frac{x+4}{x-2} \rightarrow xy - 2y = x+4 \rightarrow xy - x = 2y+4 \rightarrow x(y-1) = 2y+4 \rightarrow x = \frac{2y+4}{y-1}$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{x-1}$$

$$\text{تلاقی: } f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow \frac{x+4}{x-2} = \frac{2x+4}{x-1} \rightarrow 2x^2 - 4x + 4x - 8 = x^2 - x + 4x - 4$$

$$\rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{c}{a} = 4 \end{cases}$$

می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع  $y = a \sin bx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است. از روی شکل مشخص است که دوره‌ی تناوب تابع برابر  $\frac{2\pi}{3}$  است. **۱۸**  ۱  ۲  ۳  ۴

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow |m| = 3 \rightarrow m = 3, m = -3$$

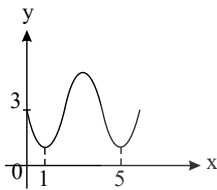
از طرفی تابع در همسایگی راست  $x = 0$  نزولی است پس  $m > 0$  است یعنی  $m = 3$  قابل قبول است.

$$y = 1 - \sin 3x \rightarrow y\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 1 - \sin \frac{7\pi}{6} = 1 - \sin \frac{21\pi}{6} = 1 - \sin \frac{7\pi}{2} = 1 - \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 1 - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 - (-1) = 2$$

**۱۹**  ۱  ۲  ۳  ۴

با توجه به شکل روبه‌رو به راحتی پی می‌بریم که دوره‌ی تناوب اصلی تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  برابر  $T = 4$  می‌باشد. از طرفی عرض از مبدأ این تابع برابر ۳ است یعنی:  $f(0) = 3 \rightarrow a = 3$



توجه کنید دوره‌ی تناوب تابع  $y = \sin kx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|k|}$  است.

$$y = a + \sin\left(\underbrace{b\pi}_{k} x\right) \Rightarrow \text{دوره‌ی تناوب} = T = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{T=4} \frac{2}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

چون به ازای  $x > 0$ ، تابع ابتدا نزولی می‌باشد، پس مقدار  $b$  منفی می‌باشد، یعنی  $b = -\frac{1}{2}$  داریم:

$$y = 3 + \sin\left(-\frac{1}{2}\pi x\right)$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{25}{3}\right) = 3 + \sin\left(-\frac{25}{6}\pi\right) = 3 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 3 - \sin \frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = 2,5$$

۲۰ برای آنکه هر دو کارت هم‌رنگ باشند، باید هر دو سفید یا هر دو سبز باشند، پس داریم:

$$P = \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{6}\right) = \frac{6}{42} + \frac{12}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

۲۱ اگر  $A$  پیشامد هر دو سکه رو و  $B$  پیشامد آمدن عدد ۶ در تاس باشد داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \xrightarrow{A, B \text{ مستقل هستند}} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{24} = \frac{6+4-1}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

۲۲ اگر ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  را  $\alpha$  و  $\beta$  بنامیم در این صورت  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$  است. ( $\alpha, \beta > 0$ )

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{m+1}{2} \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{16} \end{cases} \rightarrow \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 2 \rightarrow \sqrt{S + 2\sqrt{P}} = 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} S + 2\sqrt{P} = 4$$

$$\rightarrow \frac{m+1}{2} + 2\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \rightarrow \frac{m+1}{2} + \frac{1}{2} = 4 \rightarrow \frac{m+2}{2} = 4 \rightarrow m+2 = 8 \rightarrow m = 6$$

۲۳ اگر یک جامعه با اندازه‌ی  $n_1$  و واریانس  $\sigma_1^2$  و جامعه‌ی دیگری با اندازه‌ی  $n_2$  و واریانس  $\sigma_2^2$  وجود داشته باشد و میانگین دو جامعه با هم برابر باشند، واریانس جامعه‌ی حاصل از اجتماع این دو جامعه، از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\sigma^2 = \left(\frac{n_1}{n_1 + n_2}\right)\sigma_1^2 + \left(\frac{n_2}{n_1 + n_2}\right)\sigma_2^2 = \left(\frac{12}{36}\right)(12,6) + \left(\frac{24}{36}\right)(7,2) = \frac{1}{3}(12,6) + \frac{2}{3}(7,2) = 9 \rightarrow \sigma = 3$$

۲۴ شرط آنکه یک معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای دو ریشه‌ی متمایز مثبت باشد آن است که  $\Delta > 0$  و  $\frac{c}{a} > 0$  و  $-\frac{b}{a} > 0$  باشد.

$$\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow 4(a-2)^2 - 4(14-a) > 0 \rightarrow (a-2)^2 - (14-a) > 0$$

$$\rightarrow a^2 + 4 - 4a - 14 + a > 0 \rightarrow a^2 - 3a - 10 > 0 \rightarrow (a-5)(a+2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} a < -2 \text{ یا } a > 5 : I$$

$$\frac{c}{a} > 0 \rightarrow 14 - a > 0 \rightarrow a < 14 : II$$

$$-\frac{b}{a} > 0 \rightarrow 2(a-2) > 0 \rightarrow a - 2 > 0 \rightarrow a > 2 : III$$

از اشتراک  $I$  و  $II$  و  $III$  به جواب  $5 < a < 14$  می‌رسیم.

صادق طاهری

$$\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \quad \text{می‌دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 25$$

کافی است دو نقطه‌ی داده شده را در تابع صدق دهیم.

$$\begin{cases} 2 \xrightarrow{\text{صدق}} 6 = a + \log_r^{2b-4} \\ 1 \xrightarrow{\text{صدق}} 10 = a + \log_r^{12b-4} \end{cases}$$

$$- \begin{cases} a + \log_r^{2b-4} = 6 \\ a + \log_r^{12b-4} = 10 \end{cases} \rightarrow \log_r^{12b-4} - \log_r^{2b-4} = 4 \rightarrow \log_r^{\frac{12b-4}{2b-4}} = 4 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{12b-4}{2b-4} = 2^4 = 16$$

$$\rightarrow 12b - 4 = 32b - 64 \rightarrow 20b = 60 \rightarrow b = 3 \xrightarrow{a + \log_r^{2b-4} = 6} a + \log_r^2 = 6 \rightarrow a + 1 = 6 \rightarrow a = 5$$

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad \text{می‌دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 26$$

$$3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y} \rightarrow 3^{2x+y} = 3^2 \times 3^{x-y} \rightarrow 3^{2x+y} = 3^{2+x-y}$$

$$\rightarrow 2x + y = 2 + x - y \rightarrow x + 2y = 2 \rightarrow x = 2 - 2y$$

$$\log(x + 2y) = 1 + \log y \rightarrow \log(x + 2y) = \log 10 + \log y \rightarrow \log(x + 2y) = \log 10y$$

$$\rightarrow x + 2y = 10y \xrightarrow{x=2-2y} 2 - 2y = 8y \rightarrow 10y = 2 \rightarrow y = \frac{2}{10} \xrightarrow{x=2-2y} x = \frac{16}{10} = 1,6$$

$$\log_k^{a^n} = n \log_k^a, \quad \log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}} \quad \text{می‌دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 27$$

کافی است دو نقطه‌ی داده شده را در تابع صدق دهیم  $(f(x) = a + 2 \log_p^{x+b})$

$$\begin{cases} \text{صدق} \\ 5 \rightarrow 11 = a + 2 \log_p^{15+b} \end{cases}, \begin{cases} \text{صدق} \\ 21 \rightarrow 15 = a + 2 \log_p^{63+b} \end{cases}$$

$$- \begin{cases} 11 = a + 2 \log_p^{15+b} \\ 15 = a + 2 \log_p^{63+b} \end{cases} \rightarrow 4 = 2 \log_p^{63+b} - 2 \log_p^{15+b} \rightarrow 2 = \log_p^{63+b} - \log_p^{15+b}$$

$$\rightarrow \log_p^{\frac{63+b}{15+b}} = 2 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{63+b}{15+b} = p^2 \rightarrow 63+b = 60 + 4b \rightarrow 3b = 3 \rightarrow b = 1$$

$$11 = a + 2 \log_p^{15+b} \rightarrow 11 = a + 2 \log_p^{16} \rightarrow 11 = a + 2 \log_p^{2^4} \rightarrow 11 = a + 8 \rightarrow a = 3$$

برای پیدا کردن محل تقاطع دو تابع، کافی است که دو تابع را تلافی دهیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸)

$$\begin{cases} f(x) = 4^x \\ g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x + \frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow 4^x = \left(\frac{1}{4}\right)^x + \frac{3}{2} \rightarrow 4^x = \frac{1}{4^x} + \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{4^x = A} A = \frac{1}{A} + \frac{3}{2} \rightarrow 2A^2 = 2 + 3A \rightarrow 2A^2 - 3A - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(-2) = 9 + 16 = 25 \rightarrow \begin{cases} A = \frac{3+5}{4} = 2 \\ A = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$A = 2 \rightarrow 4^x = 2 \rightarrow 2^{2x} = 2 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow y = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2 \rightarrow A \left| \frac{1}{2} \right.$$

$$A = -\frac{1}{2} \rightarrow 4^x = -\frac{1}{2} \text{ امکان ندارد: } \frac{1}{2}$$

نقطه‌ی تلافی این دو تابع  $A \left| \frac{1}{2} \right.$  است.

$$A \left| \frac{1}{2} \right., B \left| -\frac{1}{2} \right. \rightarrow AB = \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

اگر ریشه‌های معادله‌ی  $\alpha$  را  $2x^2 - x - 2 = 0$  و  $\beta$  در نظر بگیریم در این صورت ریشه‌های معادله‌ی  $\lambda x^2 - mx - 8 = 0$  برابر  $\alpha^3$  و  $\beta^3$  هستند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۹)

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{1}{2}, P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$$

$$\text{داریم: } \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = \frac{1}{8} + \frac{3}{2} = \frac{13}{8}$$

$$\alpha^3 \cdot \beta^3 = (\alpha \cdot \beta)^3 = (-1)^3 = -1$$

$$\text{معادله‌ی درجه‌ی دوم: } x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - \frac{13}{8}x - 1 = 0 \rightarrow 8x^2 - 13x - 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه با } \lambda x^2 - mx - 8 = 0} m = 13$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۰)

$$\frac{a + 7 + 10 + 14 + 11 + 16 + 18 + 9 + 20}{9} = 13$$

$$\rightarrow a + 105 = 117 \rightarrow a = 12$$

داده‌ها به صورت ۲۰ و ۱۸ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۷ درمی‌آیند که میانه برابر ۱۲ است.

شرط آنکه یک معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای دو ریشه‌ی حقیقی منفی متمایز باشد آن است که  $\Delta > 0$  و  $S < 0$  و  $P > 0$  باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۱)

$$\Delta > 0 \xrightarrow{b^2 - 4ac > 0} 4m^2 - 4(m-6)(-3) > 0 \rightarrow m^2 + 3m - 18 > 0 \rightarrow (m+6)(m-3) > 0$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < -6 \text{ یا } m > 3 \text{ (I)}$$

$$S < 0 \rightarrow \frac{-b}{a} < 0 \rightarrow \frac{2m}{m-6} < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 < m < 6 \quad (II)$$

$$P > 0 \rightarrow \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{-3}{m-6} > 0 \rightarrow m-6 < 0 \rightarrow m < 6 \quad (III)$$

از اشتراک جواب‌های I و II و III به جواب  $3 < m < 6$  می‌رسیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

روش اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3 - \sqrt{x}} - 1} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(3x+2)(\sqrt{3 - \sqrt{x}} + 1)}{(3 - \sqrt{x} - 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)(3x+2)(\sqrt{3 - \sqrt{x}} + 1)}{-(\sqrt{x}-2)} = -(4)(14)(2) = -112 \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3 - \sqrt{x}} - 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{6x - 10}{\frac{-1}{2\sqrt{x}}} = \frac{14}{\frac{-1}{4}} = \frac{14}{-\frac{1}{4}} = -112$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

شیب هر دو خط یک می‌باشند یعنی این دو خط موازیند یعنی دو ضلع مقابل یک مربع هستند و فاصله‌ی بین این دو ضلع مربع را می‌دهد.

$$\begin{aligned} x - y + 1 &= 0 \\ x - y - \frac{3}{2} &= 0 \end{aligned}$$

(در محاسبه‌ی فاصله‌ی بین دو خط موازی حتماً ضرایب  $x$  و  $y$  در هر دو معادله‌ی خط باید یکسان باشند)

$$\begin{aligned} \text{ضلع مربع} = d &= \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 - (-\frac{3}{2})|}{\sqrt{1+1}} = \frac{\frac{5}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}} \\ S_{\text{مربع}} &= (\text{ضلع})^2 = \left(\frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{25}{8} \end{aligned}$$

برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین دو خط موازی به معادلات  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  از رابطه‌ی  $d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  استفاده می‌کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{\sqrt{(x-2)^2}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{|x-2|} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{x-2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x+6}}}{1} = -\frac{1}{12} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

می‌دانیم:  $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$ ,  $\log_k^{a^m} = \frac{m}{n} \log_k^a$ ,  $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$

$$\begin{aligned} \log_x^{3x+8} &= 2 - \log_x^{x-6} \rightarrow \log_x^{3x+8} + \log_x^{x-6} = 2 \\ \rightarrow \log_x^{(3x+8)(x-6)} &= 2 \xrightarrow{\text{تعریف}} (3x+8)(x-6) = x^2 \\ \rightarrow 3x^2 - 18x + 8x - 48 &= x^2 \rightarrow 2x^2 - 10x - 48 = 0 \\ \rightarrow x^2 - 5x - 24 &= 0 \rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 & \text{ق ق} \\ x = -3 & \text{غ ق ق} \end{cases} \\ \log_x^{\frac{x-8}{x}} &= \log_x^{\frac{1}{x}} = \log_{\frac{x}{x}}^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

سوالات سراسری نازدهم

فاصله‌ی وسط یک قطر مربع از یکی از اضلاع آن برابر نصف ضلع مربع است.



$$A \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}, x - 2y + 5 = 0 \rightarrow AH = \text{نصف ضلع مربع} = \frac{|3 + 2 + 5|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \rightarrow \text{ضلع مربع} = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\text{مساحت مربع} = (\text{ضلع مربع})^2 = \left(\frac{20}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{400}{5} = 80$$

توجه کنید فاصله‌ی نقطه‌ی  $A \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$  از خط به معادله‌ی  $ax + by + c = 0$  از رابطه‌ی  $AH = \frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  به دست می‌آید.

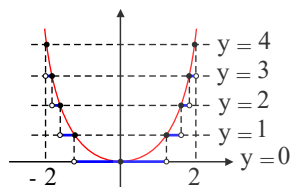
چون تابع، بر روی مجموعه اعداد حقیقی بزرگ‌تر از یک پیوسته است پس حتماً در  $x = 6$  نیز باید پیوسته باشد. یعنی حد راست و حد چپ و مقدار تابع در  $x = 6$  باید با هم برابر باشند.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 6^+} \left( a + \cos^2 \frac{\pi x}{36} \right) = a + \cos^2 \frac{\pi}{6} = a + \frac{3}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 6^-} \sin \frac{\pi}{x} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \\ f(6) &= \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{-1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸ می‌دانیم برای نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش عکس ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم داده شده‌ای باشد باید جای  $a$  و  $c$  را عوض کنیم و برای نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش  $k$  واحد کمتر از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم داده شده‌ای باشد باید  $x$  را به  $x + k$  تبدیل کنیم.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3x - 1 = 0 &\xrightarrow{\text{معکوس}} -x^2 - 3x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{یک واحد کمتر}} -(x+1)^2 - 3(x+1) + 2 = 0 \\ &\xrightarrow{\text{جای } a, c \text{ عوض}} -x^2 - 2x - 1 - 3x - 3 + 2 = 0 \rightarrow x^2 + 5x + 2 = 0 \end{aligned}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، تابع  $y = [x^2]$  روی بازه‌ی  $(-2, 2)$ ، از ۷ پاره‌خط تشکیل شده است.



# صادق طاهری

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰ برای آن که تابع  $f$  بر  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، کافی است در نقطه‌ای به طول  $x = 2$  پیوسته باشد. برای این منظور حد راست، حد چپ و مقدار تابع را در  $x = 2$  محاسبه کرده و برابر هم قرار می‌دهیم. داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax + b) = 2a + b \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + bx - 1) = 4 + 2b - 1 = 2b + 3 \Rightarrow 2b + 3 = 5 \Rightarrow b = 1 \\ f(2) = 5 \end{cases}$$

$$2a + b = 5 \Rightarrow 2a + 1 = 5 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{حد چپ} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4, \quad \text{حد راست} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x - [x]) = 6 - 1 = 5$$

حدود چپ و راست در  $x = 2$  برابر نیستند، بنابراین هرگز تابع در این نقطه پیوسته نبوده و مقداری برای  $a$  وجود ندارد.

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \quad \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \quad \text{می‌دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 42$$

$$3^x + 2^x = 72 \Rightarrow (3^x)^2 + 2^x - 72 = 0 \xrightarrow{3^x = A} A^2 + A - 72 = 0 \Rightarrow (A + 9)(A - 8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = -9 \Rightarrow 3^x = -9 \rightarrow \text{امکان ندارد} \\ A = 8 \Rightarrow 3^x = 8 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2 \xrightarrow{x=2} \log 4 + \log(2y+9) = 2$$

$$\Rightarrow \log(4y+36) = 2 \xrightarrow{\text{تعریف}} 4y+36 = 10^2 \Rightarrow 4y = 64 \Rightarrow y = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

$$\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}, \log_{k^m}^a = \frac{1}{m} \log_k^a, \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \quad \text{می دانیم:}$$

$$\log_3^{2x^2+1} - \log_3^{x+2} = 1 \rightarrow \log_3^{\frac{2x^2+1}{x+2}} = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{2x^2+1}{x+2} = 3^1$$

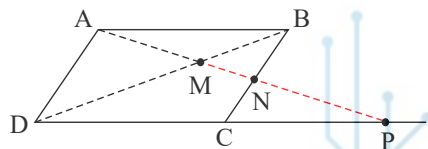
$$\rightarrow 2x^2+1 = 3x+6 \rightarrow 2x^2-3x-5 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{c}{a} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده، قابل قبول هستند ولی برای محاسبه ی  $\log_3^{2x-1}$  فقط به جای  $x$ ، می توانیم مقدار  $x = \frac{5}{2}$  را جایگزین کنیم، زیرا  $x = -1$  جلوی لگاریتم را منفی می کند.

$$\log_3^{2x-1} \stackrel{x=\frac{5}{2}}{=} \log_3^{2(\frac{5}{2})-1} = \log_3^5 = \log_3^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

از قضیه تالس به صورت زیر استفاده می کنیم.



$$\left. \begin{aligned} BN \parallel AD &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{AM} = \frac{BM}{MD} \\ AB \parallel DP &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BM}{MD} = \frac{AM}{MP} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{MN}{AM} = \frac{AM}{MP}$$

$$\Rightarrow AM^2 = MN \times MP$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}, \log_{k^m}^a = \frac{1}{m} \log_k^a \quad \text{می دانیم:}$$

$$\log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5) \rightarrow \log \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \log(2x - 5)$$

$$\rightarrow \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)} = 2x-5 \rightarrow x+2 = 2x-5 \rightarrow x = 7$$

$$\log_3^{\sqrt{x+1}} = \log_3^{\sqrt{8}} = \log_3^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

شرط پیوسته بودن تابع در نقطه ای به طول  $x = a$  آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در  $x = a$  موجود و متناهی و باهم برابر باشند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{x(\sqrt{x}-1)} = 2$$

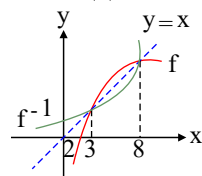
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax - a + 2) = a - a + 2 = 2$$

$$f(1) = a - a + 2 = 2$$

بنابراین به ازای هر مقدار  $a$ ، تابع در  $x = 1$  پیوسته است.

برای به دست آوردن دامنه ی تعریف توابع رادیکالی با فرجه ی زوج، کافی است زیر رادیکال را بزرگ تر مساوی صفر قرار دهیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \rightarrow x \geq f^{-1}(x)$$



نمودارهای  $f$  و  $f^{-1}$  نسبت به نیمساز ناحیه ی اول و سوم متقارن هستند و با توجه به  $x \geq f^{-1}(x)$  باید به دنبال فواصلی باشیم که خط  $y = x$  بزرگ تر مساوی تابع  $f^{-1}$  باشد یعنی  $[3, 8]$ .

$$\log_k^{a^n} = n \log_k^a, \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \quad \text{می دانیم:} \quad ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸$$

$$2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1 \rightarrow 2^{x-y} \times (2^2)^{x+y} = 1 \rightarrow 2^{x-y+2x+2y} = 1 \rightarrow 2^{3x+2y-y} = 1 \rightarrow 3x + 2y - y = 0$$

$$\log y = 2 \log 3 + \log x \rightarrow \log y = \log 9 + \log x \rightarrow \log y = \log 9x \rightarrow y = 9x$$

پس:  $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ y = 9x \end{cases} \rightarrow 3x + 18x = 7 \rightarrow 21x = 7 \rightarrow x = \frac{1}{3}, y = 9\left(\frac{1}{3}\right) = 3$

روش اول: برای پیدا کردن ضابطه‌ی وارون یک تابع، کافی است  $x$  را بر حسب  $y$  بدست آورده و سپس جای  $x$  و  $y$  را عوض کنیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۹)

$$y = \sqrt{x}, x \geq 0 \rightarrow y^2 = x \rightarrow f^{-1}(x) = x^2, x \geq 0 \rightarrow f^{-1}(x) = x|x|$$

$$y = -\sqrt{-x}, x < 0 \rightarrow y^2 = -x \rightarrow x = -y^2 \rightarrow f^{-1}(x) = -x^2, x < 0$$

روش دوم: تست را به روش عددگذاری حل می‌کنیم و می‌دانیم اگر  $f(a) = b$  باشد آن‌گاه  $f^{-1}(b) = a$  است.

گزینه‌های اول و چهارم حذف می‌شوند.  $x = 4 \xrightarrow{\text{تعیین}} y = 2 \rightarrow A \left| \begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right. \in f \rightarrow A' \left| \begin{matrix} 2 \\ 4 \end{matrix} \right. \in f^{-1}$

گزینه‌ی دوم حذف می‌شود.  $x = -4 \xrightarrow{\text{تعیین}} y = -2 \rightarrow B \left| \begin{matrix} -4 \\ -2 \end{matrix} \right. \in f \rightarrow B' \left| \begin{matrix} -2 \\ -4 \end{matrix} \right. \in f^{-1}$

شرط اینکه تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته باشد آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در  $x = a$  موجود و متناهی و باهم برابر باشند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۰)

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{1-x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{1(-1)}{2\sqrt{1-x}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$f(0) = a$$

پس  $a = 2$  است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵۱)

$$2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(2-x) \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c} x \\ \hline -\infty \quad 0 \quad 2 \quad +\infty \\ \hline \text{عبارت} \quad - \quad 0 \quad + \quad 0 \quad - \end{array} \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$$

حال برای پیدا کردن دامنه‌ی  $f(3-x)$  کافی است  $3-x$  را بین صفر و ۲ قرار دهیم.

$$0 \leq 3-x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq -x \leq -1 \Rightarrow 3 \geq x \geq 1 \Rightarrow x \in [1, 3]$$

البته می‌توانید ابتدا ضابطه‌ی  $f(3-x)$  را به دست آورید و سپس زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهید.

می‌دانیم اگر  $f(a) = b$  باشد آن‌گاه  $f^{-1}(b) = a$  است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۲)

$$g^{-1} \circ f^{-1}(a) = \lambda \rightarrow g^{-1}(f^{-1}(a)) = \lambda \rightarrow f^{-1}(a) = g(\lambda) \rightarrow f^{-1}(a) = \sqrt{5(\lambda) + 9} = \sqrt{49} = 7$$

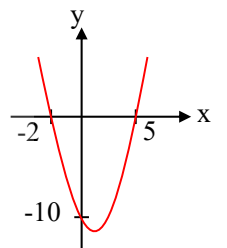
$$\rightarrow f^{-1}(a) = 7 \rightarrow f(7) = a \rightarrow a = 3$$

صادق طاهری

کافی است تابع درجه‌ی دوم را رسم کنیم در این تابع چون ضریب  $x^2$  مثبت است تابع دارای  $Min$  است حال محل برخورد تابع با محورهای مختصات را به دست می‌آوریم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۳)

$$y = 0 \rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow (x-5)(x+2) = 0 \rightarrow x = -2, x = 5$$

$$x = 0 \rightarrow y = -10$$



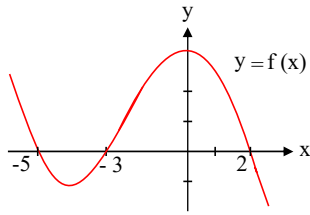
واضح است اگر نمودار تابع  $f$  را حداقل دو واحد به طرف  $x$ ‌های مثبت انتقال دهیم طول نقاط برخورد نمودار تابع  $f$  با محور  $x$ ‌ها غیر منفی می‌باشد.

می‌دانیم اگر  $f(a) = b$  باشد آن‌گاه  $f^{-1}(b) = a$  است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۴)

$$f^{-1}(g(2a)) = 6 \rightarrow f(6) = g(2a) \rightarrow 3 = \frac{2a}{2a-1} \rightarrow 6a - 3 = 2a \rightarrow 4a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

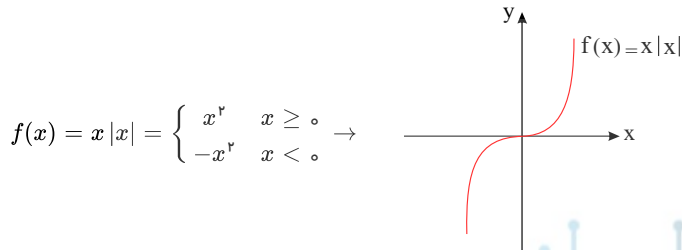
اگر نمودار  $f(x-2)$  را دو واحد به سمت چپ منتقل کنیم نمودار تابع  $f(x)$  به دست می آید.



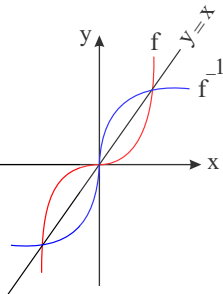
برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف  $\sqrt{xf(x)}$  باید زیر رادیکال را بزرگ تر مساوی صفر قرار دهیم.

$$xf(x) \geq 0 \rightarrow xy \geq 0 \xrightarrow{\text{باید هم علامت باشند } x,y} [-5, -3] \cup [0, 2]$$

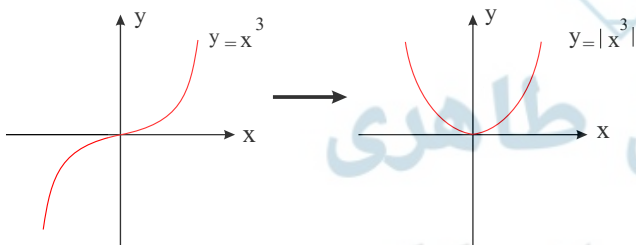
۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶



برای رسم تابع معکوس، کافی است قرینه‌ی شکل را نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم، رسم کنیم.



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷



این تابع، غیر یک به یک و در نتیجه وارون ناپذیر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸ دو تابع  $f$  و  $f^{-1}$  نسبت به خط  $y=x$  متقارن هستند و می‌دانیم برای پیدا کردن ضابطه‌ای معکوس یک تابع، ابتدا رابطه را بر حسب  $x$  بدست می‌آوریم و سپس جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم.

$$3y - 2x = 4 \rightarrow 2x = 3y - 4 \rightarrow x = \frac{3}{2}y - 2 \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - 2 \xrightarrow{x=0} -2 \text{ عرض از مبدأ}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹ ابتدا تمام زوایا را بر حسب  $15^\circ$  می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \cos 285^\circ &= \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ, & \sin 255^\circ &= \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin 525^\circ &= \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ, & \sin 105^\circ &= \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ \end{aligned}$$

بنابراین داریم:  $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$

تمام جملات را بر  $\cos 15^\circ$  تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{0,28 + 1}{0,28 - 1} = \frac{1,28}{-0,72} = \frac{-128}{72} = -\frac{16}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

ابتدا تمام زوایا را بر حسب  $20^\circ$  می‌نویسیم:

$$\sin 25^\circ = \sin(27^\circ - 2^\circ) = -\cos 2^\circ, \quad \sin 70^\circ = \sin(72^\circ - 2^\circ) = \sin(-2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

$$\cos 56^\circ = \cos(54^\circ + 2^\circ) = \cos(18^\circ + 2^\circ) = -\cos 2^\circ, \quad \cos 11^\circ = \cos(9^\circ + 2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ} = \frac{-\cos 2^\circ - \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ + \sin 2^\circ}$$

تمام جملات را بر  $\cos 2^\circ$  تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 - \tan 2^\circ}{-1 + \tan 2^\circ} = \frac{-1 - 0.4}{-1 + 0.4} = \frac{-1.4}{-0.6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱ می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع  $y = a \cos bx$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است. از روی شکل مشخص است که دوره‌ی تناوب تابع برابر  $4\pi$  است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow 2 = \frac{1}{|m|} \rightarrow |m| = \frac{1}{2} \rightarrow m = \frac{1}{2}, m = -\frac{1}{2}$$

چون  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$  است فرقی نمی‌کند که  $m = \frac{1}{2}$  یا  $m = -\frac{1}{2}$  باشد.

$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) \rightarrow y\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{1}{2} \times \frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{8\pi}{3}$$

$$\rightarrow y\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

روش اول:

$$P(\text{پنجمی فرد}) \times P(\text{چهارمی زوج}) \times P(\text{سومی فرد}) \times P(\text{دومی زوج}) \times P(\text{اولی فرد}) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{12}{120} = 0.1$$

روش دوم:

$$n(S) = 5!$$

$$n(A) = \underbrace{3!}_{\text{جایگایی مهره‌های زوج}} \times \underbrace{2!}_{\text{جایگایی مهره‌های فرد}} \rightarrow 3! \times 2!$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{3!2!}{5!} = \frac{1}{10} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

ابتدا احتمال آنکه در پرتاب دو سکه، حداقل یک سکه رو بیاید را حساب می‌کنیم.

$$n(S) = 2^2 = 4, \quad RR \text{ یا } RP \rightarrow n(A) = 1 + 2 = 3 \rightarrow P(A) = \frac{3}{4}$$

و احتمال آنکه در پرتاب یک تاس، عدد تاس، مضرب ۳ باشد برابر  $\frac{2}{6}$  است. (اعداد ۳ و ۶ مضرب ۳ هستند)

$$P(\text{حداقل یک سکه رو و تاس مضرب ۳ باشد}) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{4}$$

صادق طاهری

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

$$P(\text{ماه تولد هر چهار نفر، متفاوت باشد}) = 1 - P(\text{ماه تولد حداقل دو نفر از چهار نفر یکسان باشد})$$

$$= 1 - \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{12^4} = 1 - \frac{55}{96} = \frac{41}{96}$$

روش اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\xrightarrow{\text{مستقل } A, B} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0.9 + 0.8 - \underbrace{(0.9)(0.8)}_{0.72} = 0.98$$

روش دوم:

$$P(\text{حداقل یکی}) = 1 - P(\text{هیچ کدام}) = 1 - P(A' \cap B')$$

$$= 1 - P(A') \cdot P(B') = 1 - (0.1)(0.2) = 1 - 0.02 = 0.98$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

$$P(\underbrace{A \cup B}_{\text{لااقل یکی}}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

لااقل یکی

$A, B$  مستقل هستند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0,84 + 0,75 - \underbrace{(0,84)(0,75)}_{0,63} = 0,96$$

در ابتدا احتمال آنکه مجموع دو تاس بیشتر از ۴ باشد را حساب می‌کنیم (یعنی مجموع دو تاس، برابر ۵ یا ۶ یا ۷ یا ۸ یا ۹ باشد) برای این کار از متمم استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} 4 &\rightarrow (1, 3), (3, 1), (2, 2) \\ 3 &\rightarrow (1, 2), (2, 1) \\ 2 &\rightarrow (1, 1) \end{aligned} \rightarrow n(A) = 36 - 6 = 30 \rightarrow P(A) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

اگر  $A$  پیشامد آنکه مجموع دو تاس بیشتر از ۴ باشد و  $B$  پیشامد آن باشد که سکه درو، ظاهر شود داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{\text{مستقل}} = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{5}{12} = \frac{11}{12}$$

شرط آنکه یک تابع درجه‌ی دوم همواره مثبت باشد (بالای محور  $x$ ها باشد) آن است که  $a > 0$  و  $\Delta < 0$  باشد.

$$a > 0 \rightarrow 1 - a > 0 \rightarrow a < 1 : I$$

$$\Delta < 0 \rightarrow b^2 - 4ac < 0 \rightarrow 24 - 4(1-a)(-a) < 0 \rightarrow 24 + 4a - 4a^2 < 0$$

$$\xrightarrow{\div(-4)} a^2 - a - 6 > 0 \rightarrow (a-3)(a+2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} a < -2 \text{ یا } a > 3 : II$$

از اشتراک  $I$  و  $II$  به جواب  $a < -2$  می‌رسیم.

۲۹ داده آماری را به صورت  $x_1, x_2, \dots, x_{25}, 12, 13, 21, 22$  نشان می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{N} \left( (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right) \\ \Rightarrow \sigma^2 &= \frac{1}{29} \left( (x_1 - 17)^2 + (x_2 - 17)^2 + \dots + (x_{25} - 17)^2 + (12 - 17)^2 + (13 - 17)^2 + (21 - 17)^2 + (22 - 17)^2 \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 \times 29 = (x_1 - 17)^2 + (x_2 - 17)^2 + \dots + (x_{25} - 17)^2 + 25 + 16 + 16 + 25$$

$$\Rightarrow (x_1 - 17)^2 + (x_2 - 17)^2 + \dots + (x_{25} - 17)^2 = 145 - 82$$

$$\Rightarrow (x_1 - 17)^2 + (x_2 - 17)^2 + \dots + (x_{25} - 17)^2 = 63$$

چون چهار داده حذف شده، میانگین شان ۱۷ است  $\left( \frac{12 + 13 + 21 + 22}{4} = \frac{68}{4} = 17 \right)$  بنابراین پس از حذف شان دوباره میانگین همان ۱۷ است. اکنون واریانس ۲۵ داده باقی‌مانده را حساب می‌کنیم.

$$\sigma^2 = \frac{1}{25} \left( (x_1 - 17)^2 + (x_2 - 17)^2 + \dots + (x_{25} - 17)^2 \right) = \frac{1}{25} (63) = \frac{63}{25} = 2,52$$

۲۲ داده آماری را به صورت:  $x_1, x_2, \dots, x_{22}$  در نظر می‌گیریم که میانگین شان برابر ۱۶ و واریانس آنها برابر ۴ است.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left( (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right)$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{22} \left( (x_1 - 16)^2 + (x_2 - 16)^2 + \dots + (x_{22} - 16)^2 \right)$$

$$\Rightarrow (x_1 - 16)^2 + (x_2 - 16)^2 + \dots + (x_{22} - 16)^2 = 4 \times 22 = 88$$

سه داده ۱۷ و ۲۰ و ۱۱ که به این ۲۲ داده اضافه می‌شوند میانگین شان برابر ۱۶  $= \frac{11 + 20 + 17}{3} = \frac{48}{3} = 16$  است. بنابراین میانگین ۲۵ داده جدید همان ۱۶ است. اکنون واریانس ۲۵ داده جدید را حساب می‌کنیم.

$$\sigma^2 = \frac{1}{25} \left( \underbrace{(x_1 - 16)^2 + (x_2 - 16)^2 + \dots + (x_{22} - 16)^2}_{88} + (11 - 16)^2 + (20 - 16)^2 + (17 - 16)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{25}(88 + 25 + 16 + 1) = \frac{130}{25} = 5,2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left( (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right)$$

$$\rightarrow 9 = \frac{1}{18} \left( (x_1 - 25)^2 + (x_2 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 \right)$$

$$\rightarrow (x_1 - 25)^2 + (x_2 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 = 162$$

میانگین ۳ داده جدید اضافه شده ۲۵ است  $\left( \frac{28 + 27 + 20}{3} = \frac{75}{3} = 25 \right)$  یعنی در ۲۱ داده جدید میانگین همان ۲۵ است و تغییر نمی کند.

$$\sigma^2 = \frac{1}{21} \left( \underbrace{(x_1 - 25)^2 + (x_2 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2}_{162} + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{21} (162 + 25 + 4 + 9) = \frac{200}{21} = 9,52$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

$$\bar{x} = 30 \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{21} + 10 + 15 + 45 + 50}{25} = 30$$

$$\rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{21} + 120 = 750 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{21} = 630$$

$$\rightarrow \bar{x} = \frac{630}{21} = 30$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left( (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right)$$

$$\rightarrow 64 = \frac{1}{25} \left( (x_1 - 30)^2 + (x_2 - 30)^2 + \dots + (x_{25} - 30)^2 \right)$$

$$\rightarrow (x_1 - 30)^2 + (x_2 - 30)^2 + \dots + (x_{25} - 30)^2 = 1600$$

$$(10 - 30)^2 + (15 - 30)^2 + (45 - 30)^2 + (50 - 30)^2 = 1250$$

اکنون باید مجموع مربعات انحراف از میانگین ۴ داده ناچور را به دست آوریم:

پس مجموع مربعات انحراف از میانگین ۲۱ داده باقی مانده برابر  $1600 - 1250 = 350$  است.

$$\text{پس: } \sigma^2 = \frac{1}{21}(350) = 16,66$$

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N}$$

میانگین مساحت این مربع ها می باشد. اگر اضلاع مربع ها را به صورت  $x_i$  نشان دهیم در این صورت  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2$  مجموع مساحت های این مربع ها و  $\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N}$  میانگین مساحت این مربع ها می باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0,2 = \frac{\sigma}{15} \rightarrow \sigma = 3 \rightarrow \sigma^2 = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - (15)^2$$

$$\rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 234$$

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N}$$

میانگین مساحت این مربع ها می باشد. اگر اضلاع مربع ها را به صورت  $x_i$  نشان دهیم در این صورت  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2$  مجموع مساحت های این مربع ها و  $\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N}$  میانگین مساحت این مربع ها می باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \frac{6}{100} = \frac{\sigma}{25} \rightarrow \sigma = 1,5 \rightarrow \sigma^2 = 2,25$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2 \rightarrow 2,25 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - 625$$

$$\rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 627,25$$

طول اضلاع مربع را  $x_1, x_2, \dots, x_N$  در نظر می‌گیریم، میانگین محیط مربع‌ها برابر ۸۴ است (مجموع محیط مربع‌ها تقسیم بر تعدادشان) پس داریم:

$$\bar{x} = \frac{4x_1 + 4x_2 + \dots + 4x_N}{N} \rightarrow 84 = \frac{4(x_1 + x_2 + \dots + x_N)}{N}$$

$$\rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = 21 \rightarrow \text{میانگین اضلاع} = \bar{x} = 21$$

میانگین مساحت مربع‌ها برابر ۴۹۰ است (مجموع مساحت مربع‌ها تقسیم بر تعدادشان) پس داریم:

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 490$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = 490 - 441 = 49 \Rightarrow \sigma = 7$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{7}{21} = 0,33$$

طول اضلاع مربع را  $x_1, x_2, \dots, x_N$  در نظر می‌گیریم، در این صورت میانگین مساحت مربع‌ها به صورت  $\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N}$  می‌باشد.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2 = 65,44 - 64 = 1,44 \rightarrow \sigma = \sqrt{1,44} = 1,2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,2}{8} = 0,15$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

$$\bar{x} = \frac{240}{30} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{2190}{30} - 8^2 = 73 - 64 = 9 \rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{8} = 0,375$$

چون واریانس این ۱۱ داده آماری برابر صفر است، در نتیجه تمام داده‌ها با هم برابرند.

میانگین سه داده اضافه شده ۲۲ =  $\frac{26 + 16 + 24}{3}$  است و چون با اضافه شدن این سه داده، میانگین ۱۴ داده تغییر نکرده است پس میانگین ۱۴ داده نیز برابر ۲۲ است. چون می‌دانیم در بین ۱۴ داده، ۱۱ داده با هم برابرند می‌توانیم همه آن ۱۱ داده را ۲۲ در نظر بگیریم.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} ((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2)$$

$$= \frac{1}{14} (11(22 - 22)^2 + (24 - 22)^2 + (16 - 22)^2 + (26 - 22)^2)$$

$$= \frac{1}{14} (0 + 4 + 36 + 16) = \frac{56}{14} = 4 \rightarrow \sigma = 2$$

اگر  $N$  مربع به ضلع  $x_i$  داشته باشیم در این صورت مجموع مساحت‌ها به صورت  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2$  و میانگین مساحت مربع

ها به صورت  $\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N}$  است.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2 \rightarrow 5 = x - (12)^2 \rightarrow x = 5 + 144 = 149$$

میانگین مساحت این مربع‌ها می‌باشد. اگر اضلاع مربع‌ها را به صورت  $x_i$  نشان دهیم در این صورت  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2$  مجموع مساحت‌های این مربع‌ها و  $\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N}$  میانگین مساحت این مربع‌ها می‌باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۵)

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \frac{3}{10} = \frac{\sigma}{15} \rightarrow \sigma = 3 \rightarrow \sigma^2 = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - 225$$

$$\rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 234$$

می‌دانیم که  $\sigma^2 = \frac{1}{N}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2$  است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۱)

$$\begin{cases} \bar{x} = 12 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 6 \times 12 = 72 \\ \sigma_x^2 = 6 \rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_6^2}{6} - 144 = 6 \rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_6^2 = 900 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{y} = 14 \rightarrow y_1 + y_2 + \dots + y_9 = 9 \times 14 = 126 \\ \sigma_y^2 = 4 \rightarrow \frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_9^2}{9} - 196 = 4 \rightarrow y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_9^2 = 1800 \end{cases}$$

اکنون اگر دو دسته را باهم ترکیب کنیم داریم:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{72 + 126}{6 + 9} = \frac{198}{15} = 13,2$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{900 + 1800}{15} - (13,2)^2 = 180 - 174,24 = 5,76 \rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = \sqrt{5,76} = 2,4$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۲)

$$\bar{x} = \frac{72}{12} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2 = \frac{480}{12} - (6)^2 = 40 - 36 = 4 \rightarrow \sigma = 2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

در ابتدا میانگین دقت این دو کارگر را به دست می‌آوریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۳)

$$\bar{x}_A = \frac{15 + 14 + 15 + 16 + 17 + 19}{6} = \frac{96}{6} = 16, \quad \bar{x}_B = \frac{16 + 14 + 17 + 14 + 17 + 18}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{N}((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2) = \frac{1}{6}(1 + 4 + 1 + 0 + 1 + 9) = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \rightarrow \sigma_A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{N}((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2) = \frac{1}{6}(0 + 4 + 1 + 4 + 1 + 4) = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \rightarrow \sigma_B = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

می‌دانیم  $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$  است و چون  $CV_A > CV_B$  است پس دقت کاری  $B$  از  $A$  بیشتر است.

ابتدا ضریب تغییرات داده‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را حساب می‌کنیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۴)

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left( (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right)$$

$$= \frac{1}{5} \left( (1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 \right) = \frac{1}{5} (4+1+0+1+4)$$

$$= \frac{10}{5} = 2 \rightarrow \sigma = \sqrt{2} \sim 1,4$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,4}{3}$$

حال اگر داده‌ها را ۱۲ برابر کنیم میانگین و انحراف معیار نیز ۱۲ برابر می‌شوند و اگر ۶ واحد به داده‌ها اضافه کنیم، انحراف معیار تغییر نمی‌کند و به میانگین ۶ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{جدید} = \frac{12 \times 1,4}{(12 \times 3) + 6} = \frac{16,8}{42} = 0,4$$

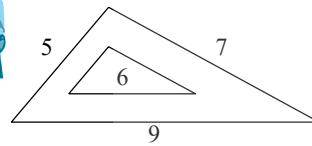
۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

$$\bar{x} = \frac{275}{25} = 11$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2) - (\bar{x})^2 = \frac{3250}{25} - (11)^2 = 130 - 121 = 9 \rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{11} = 0,2727$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶ دو مثلث با یکدیگر متشابه هستند و اگر مساحت مثلث بزرگ‌تر را  $S$  و مساحت مثلث کوچک‌تر را  $S'$  بنامیم، داریم:



$$\rightarrow \frac{S}{S'} = K^2 \rightarrow \frac{S}{S'} = \left(\frac{9}{6}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

نسبت تشابه

$$\frac{\text{مساحت محدود به دو مثلث}}{\text{مساحت مثلث کوچک‌تر}} = \frac{S - S'}{S'} = \frac{S}{S'} - 1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} = 1,25$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

$$CV_{فیب} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0,08 = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \sigma = 0,08\bar{x}$$

اگر به تمام داده‌ها ۵ واحد اضافه شود انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی به میانگین، ۵ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{جدید} = \frac{\sigma}{\bar{x} + 5} \rightarrow 0,075 = \frac{0,08\bar{x}}{\bar{x} + 5} \rightarrow \frac{75}{1000} = \frac{\frac{8}{100}\bar{x}}{\bar{x} + 5} \rightarrow 80\bar{x} = 75\bar{x} + 375$$

$$\rightarrow 5\bar{x} = 375 \rightarrow \bar{x} = \frac{375}{5} = 75$$

استاد برتر ریاضی کنکور

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸ قطر تنه‌ی درختان، هر عدد حقیقی مثبتی می‌تواند باشد، پس از نوع کمی پیوسته است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \Rightarrow 13,1 = \frac{16 + 9 + 17 + 13 + 10 + a + 10 + 17 + 11 + 16}{10}$$

$$\Rightarrow 13,1 = \frac{119 + a}{10} \rightarrow 119 + a = 131 \Rightarrow a = 131 - 119 \Rightarrow a = 12$$

۹, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۷

$$\text{میان‌ی ده داده‌ی آماری} = \frac{\text{داده‌ی ششم} + \text{داده‌ی پنجم}}{2} = \frac{12 + 13}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

برای یافتن میانه، ابتدا باید داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

در ابتدا مجموع اشتباهی داده‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} = \frac{\text{میانگین}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \rightarrow 1124 = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{45}$$

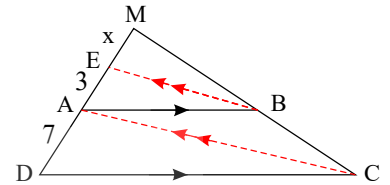
$$\rightarrow \text{مجموع اشتباهی داده‌ها} = 1124 \times 45 = 50580$$

حال چون به جای ۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ محاسبه شده است، یعنی مجموع داده‌ها ۱۸۰ - ۱۰۲۴ = ۱۲۰۴ واحد بیشتر محاسبه شده است، در نتیجه مجموع درست داده‌ها برابر ۵۰۴۰۰ - ۱۸۰ = ۵۰۴۰۰ است.

$$\text{میانگین} = \frac{50400}{45} = 1120$$

۹۱) کافی است دو بار از قضیه‌ی تالس استفاده کنیم:

$$\begin{cases} \triangle MAC : BE \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ \triangle MD C : AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{cases} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD}$$

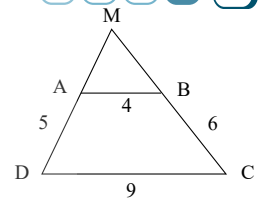


$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x+3}{7} \Rightarrow 7x = 3x+9 \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = 2,25$$

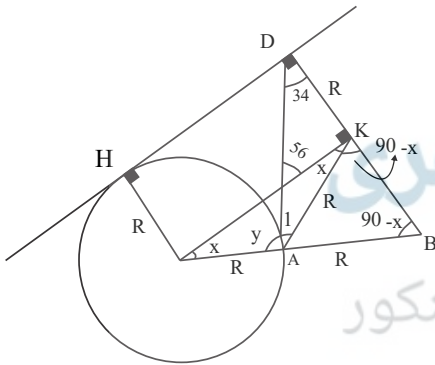
$$\text{در نتیجه: } MD = 2,25 + 3 + 7 = 12,25$$

۹۲) بنا بر فرض تست شکل زیر را خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} AB \parallel DC &\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC} = \frac{MB}{MC} = \frac{4}{9} \\ \frac{MA}{MD} = \frac{4}{9} &\xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{MA}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow MA = 4 \\ \frac{MB}{MC} = \frac{4}{9} &\xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{MB}{6} = \frac{4}{5} \Rightarrow MB = \frac{24}{5} = 4,8 \\ \text{محیط } \triangle MAB &= MA + MB + AB = 4 + 4 + 4,8 = 12,8 \end{aligned}$$



۹۳) بعد از رسم شکل عمود OK را بر BD رسم می‌کنیم. در این صورت OHDK مستطیل و مثلث OBK قائم‌الزاویه است و AK میانه وارد بر وتر است بنابراین مثلث‌های OAK و AKB و AKD متساوی‌الساقین هستند با توجه به شکل داریم.



$$\begin{cases} x + y + 56 = 180 \\ y + 2x + 34 = 180 \end{cases} \Rightarrow x + 34 - 56 = 0 \Rightarrow x = 22$$

$$x + y + 56 = 180 \xrightarrow{x=22} y = 102$$

$$\begin{cases} AM \parallel DN \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MN} \\ AM \parallel EN \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{MC} \end{cases} \xrightarrow{BM=MC} \frac{AB}{AD} \times \frac{AE}{AC} = \frac{BM}{MN} \times \frac{MN}{MC} = 1 \Rightarrow AB \times AE = AD \times AC$$

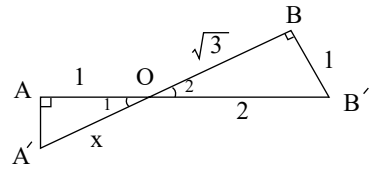
$$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$$

۹۵) ابتدا با رابطه‌ی فیثاغورس اندازه‌ی OB را بدست می‌آوریم.

$$OB = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAA' \sim \triangle OBB' \Rightarrow \triangle OBB'$$

$$\Rightarrow \frac{AA'}{BB'} = \frac{AO}{OB} = \frac{AO}{OB} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶

اگر هریک از داده‌ها را دو برابر کنیم انحراف معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و وقتی ۳ واحد به آن‌ها اضافه کنیم، انحراف معیار تغییر نکرده و به میانگین ۳ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow CV_{\text{جدید}} = \frac{2\sigma}{2\bar{x}+3} = \frac{2\sigma}{2\bar{x}+3} = \frac{2\sigma}{2\bar{x}+3} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{2\sigma}{2\bar{x}+3} \rightarrow CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$

هرگاه مختصات سه رأس یک مثلث را داشته باشیم می‌توانیم مساحت مثلث را از این رابطه حساب کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۷

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

$$= \frac{1}{2} |2(0 - 2) + 3(2 - 5) + 0(5 - 0)| = \frac{1}{2} |-4 - 9 + 0| = \frac{13}{2} = 6,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۸ از آن جایی که نوع آلایندگی هوا می‌تواند به صورت آلایندگی مونوکسید کربن، دی‌اکسید کربن و غیره باشد پس کیفی اسمی است. توجه کنید در این سوال میزان آلایندگی هوا که کمی پیوسته است سوال نشده است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۹

ابتدا  $x$  را برحسب  $y$  به دست می‌آوریم و سپس جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم.

$$y = 2 - \sqrt{x-1} \Rightarrow (\sqrt{x-1})^2 = (2-y)^2 \Rightarrow x-1 = 4 - 4y + y^2$$

$$\Rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5, x \leq 2$$

چون  $\sqrt{x-1}$  مثبت است، پس  $-\sqrt{x-1}$  منفی بوده و  $y = 2 - \sqrt{x-1}$  همواره کوچک‌تر مساوی ۲ می‌شود، بنابراین دامنه‌ی تابع معکوس  $x \leq 2$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰

$$\log_k a^n = n \log_k a, \log_k \frac{a}{b} = \log_k a - \log_k b, \log 5 = 1 - \log 2$$

$$\log \sqrt[3]{1,6} = \log(1,6)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 1,6 = \frac{1}{3} \log \frac{16}{10}$$

$$= \frac{1}{3} (\log 16 - \log 10) = \frac{1}{3} (4 \log 2 - 1) = \frac{1}{3} (4(1 - \log 5) - 1) = \frac{1}{3} (3 - 4 \log 5)$$

$$= \frac{1}{3} (3 - 12k) = \frac{1}{3} (3(1 - 4k)) = 1 - 4k$$

استاد برتر ریاضی کنکور

## پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴

استاد برتر ریاضی کنکور