

هندسه تحلیلی

۱- چند نقطه روی تابع $y = |x+2|$ وجود دارد که از مبدا مختصات به فاصله سه باشند؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲- سه نقطه $A(0,-1), B(3,1), C(2,-4)$ سه راس یک مثلث هستند. این مثلث همواره چگونه است؟

(۱) مختلف الاضلاع

(۲) متساوی الساقین غیر قائم الزاویه

(۳) متساوی الساقین و قائم الزاویه

(۴) قائم الزاویه و غیر متساوی الساقین

۳- اگر خطوط $ky - x - 5 = 0, y = (k+2)x + 3$ معادلات قطره‌های یک مربع باشند، فاصله محل تلاقی دو قطر مربع از مبدا مختصات کدام است؟

(۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\sqrt{18}$ (۴) $\sqrt{19}$

۴- در مثلثی با رئوس $A(-1,-4), B(-5,6), C(3,2)$ ، معادله ارتفاع AH کدام است؟

(۱) $y = 2x - 2$

(۲) $2y + x + 9 = 0$

(۳) $y = 4x$

(۴) $y - 2x - 6 = 0$

۵- نقاط $A(2,5), B(3,-1), C(0,2)$ سه راس یک مثلث اند. مختصات پای ارتفاع AH کدام است؟

(۱) $(0/5, 1/5)$ (۲) $(0/5, 2/5)$ (۳) $(-0/5, 2/5)$ (۴) $(-0/5, 0/5)$

۶- نقاط $A(m, m-1), B(5,-4), C(1,-2)$ رئوس مثلث ABC هستند که در راس C قائمه است. اندازه وتر این مثلث کدام است؟

(۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $\sqrt{20}$ (۴) $2\sqrt{20}$

۷- چند خط می توان رسم کرد که از نقطه $A(1,2)$ گذشته و با محورهای مختصات در ناحیه اول، مثلثی به مساحت $4/5$ بسازد؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸- تانژانت زاویه بین نیمساز دوم و خط به معادله $2y + x = 1$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۹- دسته خطوط گذرنده بر نقطه تلاقی دو خط به معادلات $2x - y = 1, x + 2y = 4$ شامل کدام خط به معادله زیر است؟

(۱) $\frac{y}{7} = x + 1$ (۲) $\frac{y}{5} = x - 1$ (۳) $\frac{y}{7} = x - 1$ (۴) $\frac{y}{5} = x + 1$

۱۰- سه خط به معادلات $y = -1, x - y = 0, x + y = 2$ مثلثی ساخته اند. مساحت آن کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $3/5$ (۳) ۴ (۴) $4/5$

۱۱- نقاط $(0,3), (3,0), (4,3)$ سه راس یک مثلث اند. مختصات نقطه تلاقی ارتفاع های آن مثلث کدام است؟

(۱) $(3,1)$ (۲) $(2,3)$ (۳) $(2,1)$ (۴) $(3,2)$

۱۲- خط به معادله $y - 3x + 4 = 0$ محورهای مختصات y, x را به ترتیب در نقاط A, B قطع می کند. اگر P

نقطه ای به طول واحد واقع بر خط باشد، نسبت $\frac{PA}{BA}$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $5/0$ (۴) $25/0$

۱۳- به ازای کدام مقدار m دو خط به معادلات $y = m(x-1), (m+1)y + (1-m)x = 3m$ با زاویه 45° متقاطع اند؟

(۱) -۳ (۲) ۲ (۳) هر مقدار m (۴) هیچ مقدار m

۱۴- مساحت متوازی الاضلاع محدود به خطوط $x = 4, y = x + 3$ ، محور y و نیمساز ناحیه اول کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۵- نقاط $A(1,9)$, $B(11,-1)$ مفروض اند. اگر نقطه M وسط پاره خط AB باشد، معادله عمودمنصف پاره خط AM کدام است؟

$$y = x + 2 \quad (2) \quad y = x + 3 \quad (1)$$

$$y = x + 4 \quad (4) \quad y = 2x - 1 \quad (3)$$

۱۶- در مثلثی با رئوس $A(4,3)$, $B(2,0)$, $C(6,-1)$ معادله میانه وارد بر ضلع AC کدام است؟

$$y = 6 - 3x \quad (4) \quad y = 3x - 6 \quad (3) \quad -3y = x - 2 \quad (2) \quad 2y = x - 2 \quad (1)$$

۱۷- دو خط به معادلات $y = ax + b$, $2y + 3x = 1$ ، قرینه یکدیگر نسبت به نقطه $(-2, 3)$ هستند. b کدام است؟

$$4 \quad (1) \quad 4/5 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 5/5 \quad (4)$$

۱۸- دو خط به معادلات $mx + 2(m^2 + 1)y = 3m + 1$, $2x + 5my + 2m = 0$ منطبق بر هم باشند. از نقطه با کدام مختصات می گذرند؟

$$(6, 2) \quad (1) \quad (6, 3) \quad (2) \quad (12, 2) \quad (3) \quad (12, 4) \quad (4)$$

۱۹- نقاط $A(0, -1)$, $B(1+a, 2b)$, $C(b, 4)$, $D(2b, 3a-1)$ رئوس یک متوازی الاضلاع می باشند. محل برخورد دو قطر متوازی الاضلاع کدام نقطه است؟

$$(7, 3) \quad (1) \quad (3, 7) \quad (2) \quad (-7, 3) \quad (3) \quad (-7, -3) \quad (4)$$

۲۰- نقاط $A(6, 5)$, $B(-1, 4)$, $C(5, 2)$ سه رأس مثلثی هستند. فاصله نقطه m وسط BC از ارتفاع AH کدام است؟

$$2\sqrt{5} \quad (4) \quad 2\sqrt{10} \quad (3) \quad \sqrt{5} \quad (2) \quad \sqrt{10} \quad (1)$$

۲۱- نقاط $A(2, 6)$, $B(5, 5)$, $C(6, 8)$ سه رأس یک لوزی هستند. مساحت لوزی کدام است؟

$$3 \quad (4) \quad 24 \quad (3) \quad 10 \quad (2) \quad 6 \quad (1)$$

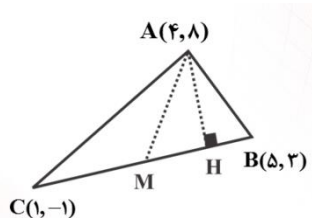
۲۲- فاصله نقطه A واقع بر نیمساز ناحیه اول از خط به معادله $2y = 1 - x$ برابر $\sqrt{5}$ است. فاصله این نقطه از نقطه $B(1, 1)$ کدام است؟

$$\sqrt{6} \quad (4) \quad \sqrt{5} \quad (3) \quad \sqrt{3} \quad (2) \quad \sqrt{2} \quad (1)$$

۲۳- اگر $|x|=2, |y|=4$ معادلات اضلاع یک مستطیل باشند، اندازه قطر این مستطیل کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{70}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{10}$

۲۴- دو خط وجود دارند که فاصله آن ها از خط $3x+4y=5$ برابر ۲ است. اختلاف عرض از مبدا آن ها چقدر است؟



- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۵- در شکل زیر اگر H, M به ترتیب پای میانه و ارتفاع AH باشند، طول MH کدام است؟

- (۱) $\sqrt{42}$ (۲) $\sqrt{68}$ (۳) $\sqrt{58}$ (۴) $\sqrt{32}$

۲۶- مساحت ناحیه محدود به نمودار $x^2 - y^2 = 2x - 2y$ و محور x ها کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۲۷- سه نقطه $C(0, -5), B(a+1, 1), A(2, 3)$ بر یک استقامت اند. a^2 کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) ۴ (۴) ۹

۲۸- به ازای کدام مقدار a سه خط به معادلات $y+2x=0, y+ax+5=0, y+3x=a$ متقارب اند؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) نشدنی

۲۹- دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $2y+x=6, 2x-y=7$ و یک راس آن نقطه $A(8, 5)$ است. مساحت این مستطیل کدام است؟

- (۱) $7/2$ (۲) $9/6$ (۳) $11/4$ (۴) $12/8$

۳۰- دایره ای به شعاع $\sqrt{2}$ بر خط $y=x$ در نقطه A به طول ۲ مماس است. مرکز دایره کدام می تواند باشد؟

- (۱) $(3, 1)$ (۲) $(3, 2)$ (۳) $(2, 0)$ (۴) $(2, 1)$

معادله و تابع درجه ۲

۱- در معادله $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ ، اگر x_1, x_2 ریشه‌ها باشند، حاصل $x_1^6 + x_2^6$ کدام است؟

- ۵(۱) ۶۵(۲) ۱۷(۳) ۹(۴)

۲- اگر در معادله دوم $ax^2 + bx + c = 0$ داشته باشیم $2a + 2b = -c$ ، $a + \frac{b}{3} = \frac{-c}{9}$ مجموع ریشه‌های این معادله کدام است؟

- ۵(۱) ۶(۲) ۴(۳) ۸(۴)

۳- کدامیک از معادلات زیر به ازای تمام مقادیر a دو ریشه حقیقی منفی دارد؟

$$x^2 + ax + 1 + a^2 = 0 \quad (۱)$$

$$x^2 + (a+1)x + a - 2 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 - (a^2 + 1)x + a^2 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + (a^2 + 3)x + a^2 + 2 = 0 \quad (۴)$$

۴- در معادله $x^2 - 5x + m^2 + 5m = 0$ ، اگر α, β ریشه‌ها بوده و $\alpha = 2$ باشد، حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ چقدر است؟

- ۳۵(۱) ۱۹(۲) -۱۹(۳) (۴) وابسته به m

۵- اگر یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - bx + 1 = 0$ برابر $\sqrt{7} - 2$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{7} - 3}{3}$ (۲) $\frac{2 - \sqrt{7}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{7} + 2}{3}$ (۴) $\frac{3 - \sqrt{7}}{3}$

۶- به ازای کدام مقدار m در معادله درجه دوم $2x^2 - x + m = 0$ بین ریشه‌ها رابطه $x_1 + 2x_2 = \frac{7}{2}$ برقرار است؟

- ۱۵(۱) -۱۲(۲) ۱۴(۳) -۱۵(۴)

۷- در معادله درجه دوم $x^2 - (a^2 + \frac{1}{a})x + \frac{1}{a^2} = 0$ حاصل $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ کدام است؟

$$a^4 + a^{-4} \quad (۱)$$

$$a^4 + a^{-2} \quad (۲)$$

$$a^4 + a^{-6} \quad (۴)$$

$$a^4 + a^{-2} \quad (۳)$$

۸- اگر یکی از ریشه های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع ۲ ریشه دیگر آن کدام است؟

$$-2(1) \quad -1/5(2) \quad 0/5(3) \quad 1/5(4)$$

۹- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 + 5x + 2 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha^2\beta^2}{5\alpha+2} + \frac{\beta^2\alpha^2}{5\beta+2}$ کدام است؟

$$5(1) \quad 10(2) \quad -5(3) \quad -10(4)$$

۱۰- ریشه های کدام معادله از ریشه های معادله $3x^2 + 5x = \frac{1}{4}$ به مقدار $\frac{1}{4}$ بیشتر است؟

$$3x^2 - x + 2 = 0(1)$$

$$3x^2 + 2x - 2 = 0(2)$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0(3)$$

$$3x^2 + x - 4 = 0(4)$$

۱۱- معادله درجه دومی که ریشه های آن ۵ واحد از ریشه های معادله $mx^2 - 2x + 1 = 0$ باشد، کدام است؟

$$mx^2 - 2(1+4m)x + 11 = 0(1)$$

$$mx^2 - 2(1+5m)x + 25m + 11 = 0(2)$$

$$mx^2 + 2(1+4m)x - 9 = 0(3)$$

$$mx^2 - 2(1-5m) + 25m - 9 = 0(4)$$

۱۲- اگر α, β جواب های معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند و داشته باشیم $S = \alpha + \beta, P = \alpha\beta$ ، به ازای کدام

مقدار K جواب های معادله $25x^2 - 5kx = 1$ برابر $\frac{\alpha}{2S+P}, \frac{\beta}{3S+4P}$ است؟

$$-1(1) \quad 3(2) \quad -3(3) \quad 1(4)$$

۱۳- کدامیک از معادلات زیر فقط دارای دو ریشه قرینه می باشند؟

$$x^4 + 3x^2 + 1 = 0(2) \quad x^4 - 4x + 1 = 0(1)$$

$$x^4 - 2x^2 + 5 = 0(4) \quad x^4 - x^2 - 1 = 0(3)$$

۱۴- معادله وتر مشترک دو سهمی $y = -x^2 + 2x$, $y = x^2 - 4x + 5$ کدام است؟

$$2y + 2x = 5 \quad (2) \qquad 2y = 2x + 5 \quad (1)$$

$$y = 2x + 5 \quad (3) \qquad (4) \text{ فاقد وتر مشترک}$$

۱۵- ریشه مشترک دو معادله $x^2 + a(3x + 2) + 3 = 0$ و $x^2 - 6ax + 20a + 3 = 0$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

$$3(1) \qquad 2(2) \qquad 1(3) \qquad -2(4)$$

۱۶- به ازای کدام مقادیر m معادله $x^2 - (2m-1)x^2 + m + 1 = 0$ دارای ۴ ریشه حقیقی است؟

$$m > \frac{2 + \sqrt{7}}{2} \quad (1)$$

$$m > \frac{2 - \sqrt{7}}{2} \quad (2)$$

$$m < \frac{2 + \sqrt{7}}{2} \quad (3)$$

$$m < \frac{2 - \sqrt{7}}{2} \quad (4)$$

۱۷- اگر $x = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ یک ریشه معادله $x^2 + bx^2 + c = 0$ باشد، $b - c$ کدام است؟

$$11(1) \qquad -9(2) \qquad -11(3) \qquad 9(4)$$

۱۸- اگر $m+1, m-1, m$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن گاه کدام معادله زیر دارای یک ریشه مضاعف است؟

$$x^2 + 3mx + 6m = 0 \quad (1) \qquad x^2 + 6mx - 3m = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 3mx + 6m = 0 \quad (3) \qquad x^2 - 6mx + 3m = 0 \quad (4)$$

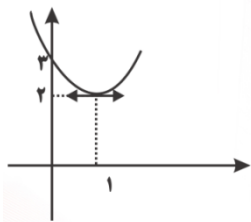
۱۹- اگر α یکی از ریشه های معادله $x^2 - 2x - 5 = 0$ باشد، حاصل عبارت $(\alpha+1)(\alpha-2)(\alpha-5)$ کدام است؟

$$15(1) \qquad -15(2) \qquad 10(3) \qquad -10(4)$$

۲۰- اگر x_1, x_2 ریشه های معادله $x^2 - bx + c = 0$ و $x_1 - 2x_2 + x_1x_2 = 0$ باشد، یک ریشه معادله کدام است؟

(۱) $\frac{b+c}{3}$ (۲) $\frac{c-b}{2}$ (۳) $b-c$ (۴) $2c-b$

۲۱- نمودار تابع درجه دوم $y = a(2x-b) + c$ مطابق شکل است. abc کدام است؟

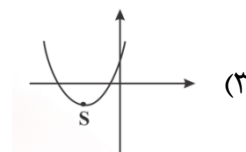
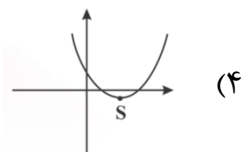
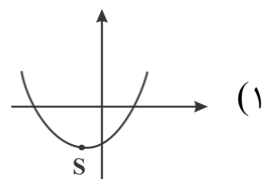
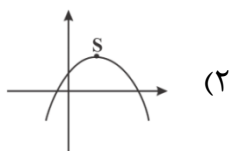


(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۲۲- نمودارهای زیر مربوط به تابعی درجه دوم به صورت $F(x) = ax^2 + bx + c$ هستند در کدام نمودار

$a > 0, b > 0, c > 0$ است؟



۲۳- اگر محور تقارن سهمی $y = \frac{(x-k)(x+2)}{3}$ خط $y = 8$ باشد، نمودار آن محور y ها را در نقطه ای با کدام

عرض قطع می کند؟

(۱) -۱۲ (۲) $\frac{28}{3}$ (۳) $-\frac{28}{3}$ (۴) ۱۲

۲۴- بیشترین مقدار مساحت مستطیلی که قطر آن برابر $\sqrt{18}$ است، کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۸ (۳) ۲۷ (۴) ۸۱

۲۵- کوتاه ترین فاصله نقاط سهمی $y = \frac{1}{4}x^2 - 5$ از مبدا مختصات چقدر است؟

(۱) $\sqrt{10}$ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{8}$

۲۶- منحنی به معادله $y = x^2 - 4x + 3$ بالاتر از کدام خط قرار می گیرد؟

(۱) $y = 1$ (۲) $y - x = 3$ (۳) $y = -1$ (۴) $y + x = 3$

۲۷- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، خط $y = -2$ در بالاترین نقطه سهمی $F(x) = mx^2 + 2\sqrt{2}x + m - 1$ بر سهمی مماس است؟

(۱) $\{-1\}$ (۲) $\{-2\}$ (۳) $\{-2, 1\}$ (۴) \emptyset

۲۸- اگر مساحت مثلثی که رئوس آن نقاط برخورد سهمی $y = x^2 - kx + 1$ با محورهای مختصات است، برابر یک واحد مربع باشد، k کدام است؟

(۱) ± 2 (۲) ± 4 (۳) $\pm 2\sqrt{2}$ (۴) $\pm\sqrt{2}$

۲۹- نمودار تابع $y = x^2 - 2x - 8$ را حداقل چند واحد به سمت راست منتقل کنیم تا هر دو نقطه تلاقی آن با محور طول ها در x های نامنفی باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۳۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، کمترین مقدار تابع $F(x) = ax^2 + 2(x+a) - 1$ در ربع سوم قرار دارد؟

(۱) $-1 < a < \frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4} < a < 1$ (۳) $0 < a < 1$ (۴) $a > 0$

معادلات گنگ و گویا

۱- جواب معادله $\frac{x}{a-x} - \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ با شرط $a \neq 0$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{a}{3}$ (۲) $\frac{a}{2}$ (۳) $\frac{2a}{3}$ (۴) $\frac{2a}{2}$

۲- اگر $x = a$ یک جواب معادله $\frac{a-1}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-a^2}$ باشد، آن گاه مجموعه مقادیر a چند عضو دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳- به ازای چند مقدار صحیح m ، مجموع دو کسر $\frac{1+m}{m}$ ، $\frac{m-1}{m-2}$ برابر کسر $\frac{m^2-2m+2}{m^2-2m}$ می شود؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی شمار

۴- معادله $\frac{2x^2+1}{2x+1} + \frac{2x+1}{2x^2+1} = -2$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵- اگر قدرمطلق تفاضل جواب های معادله $ax(1 - \frac{x-1}{x+1}) = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$ برابر ۲ باشد، آن گاه a کدام می تواند

باشد؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۱

۶- به ازای چند مقدار m ، مجموعه جواب معادله $\frac{m+2}{3x} = \frac{5-x}{4x-x^2}$ تهی است؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۷- اگر α, β ریشه های معادله $\frac{x^2+2x+1}{x^2-6x+9} - 2 = \frac{x+1}{x-3}$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{8}{7}$ (۳) $-\frac{9}{8}$ (۴) $-\frac{8}{7}$

۸- اگر α, β ریشه های معادله $\frac{-2}{(3k-1)^2} = \frac{5}{3k-1} + 2$ باشد، $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) $-\frac{5}{6}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۹- اگر α ریشه معادله $\frac{6}{x^2-2x+4} = \frac{2}{x^2-2x+3} + \frac{1}{x^2-2x+2}$ باشد، حاصل $7\alpha^2 - 5\alpha + 1$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰- اگر معادله $\frac{x}{x+3} + \frac{x+1}{x-3} = \frac{mx+n}{x^2-9}$ دارای بی شمار ریشه باشد، عبارت $\frac{n}{m}$ کدام گزینه است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) -۳

۱۱- در معادله $\frac{x+2}{x} + \frac{2x-1}{x-1} = \frac{mx^2-2}{x^2-x}$ ، اگر آن گاه معادله جواب دارد.

(۱) $m \neq 3$ ، دو (۲) $m \neq 3$ ، یک (۳) $m = 3$ ، صفر (۴) $m = 3$ ، بی شمار

۱۲- در مورد معادله $\frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} = \frac{2x-3}{2x+2}$ کدام گزینه صحیح است؟

(۱) فقط یک جواب مثبت (۲) فقط یک جواب منفی

(۳) دو جواب مختلف العلامه (۴) فاقد جواب

۱۳- در یک مزرعه شالیکاری دو کارگر با هم کار می کنند و کار را در ۱۸ روز تمام می کنند. اگر هر کدام به تنهایی کار می کردند، کارگر اول ۱۵ روز زودتر از کارگر دوم کار را تمام می کرد. کارگر اول چند روزه کار را تمام می کرد؟

(۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۵

۱۴- آقای عماد چند اسباب بازی یکسان برای هدیه خرید که در مجموع ۱۲/۰۰۰ تومان شد. اگر برای هر اسباب بازی ۱۰۰ تومان تخفیف بگیرد، با همان پول ۴ اسباب بازی بیشتر می تواند بخرد. قیمت هر اسباب بازی چقدر است؟

(۱) ۴۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۷۰۰

۱۵- اگر محلول نمک ۷٪ مطلوب باشد و ۲۰۰ کیلوگرم محلول نمک ۴٪ داشته باشیم، چقدر آب باید تبخیر شود؟

$$(۱) \frac{۶۰۰}{۷} \quad (۲) ۱۰۰ \quad (۳) \frac{۵۰۰}{۷} \quad (۴) ۱۱۰$$

۱۶- اگر عدد $(\frac{۰}{۵} + \frac{\sqrt{a}}{۲})$ برابر عدد طلایی باشد، آن گاه مجموع جواب های معادله $\frac{۱}{x} = a - \frac{۱}{x-۲}$ کدام است؟

$$(۱) ۱/۶ \quad (۲) ۲ \quad (۳) ۲/۴ \quad (۴) ۰/۴$$

۱۷- کدامیک از معادلات زیر، دو ریشه دارد؟

$$(۱) (x^2 - 1)\sqrt{x+2} = 0 \quad (۲) x\sqrt{x-3} = 0$$

$$(۳) (x-4)\sqrt{x+2} = 0 \quad (۴) (x+2)\sqrt{x+1} = 0$$

۱۸- اگر معادله $\frac{mx}{3x-4} + \frac{2}{mx} = -2$ دارای مجموعه جواب $\{2\}$ باشد، معادله $\sqrt{x+1} + m + \sqrt{x+m} = 1$ چند جواب دارد؟

$$(۱) \text{صفر} \quad (۲) ۱ \quad (۳) ۲ \quad (۴) \text{وابسته به } m$$

۱۹- اگر A جواب معادله $\sqrt{15} + \sqrt{2x+80} = 5$ و B جواب معادله $x = \sqrt{2-x}$ باشد، A, B جواب کدام معادله زیر هستند؟

$$(۱) x^2 - 11x + 10 = 0 \quad (۲) x^2 + 11x + 10 = 0$$

$$(۳) x^2 - 8x - 2 = 0 \quad (۴) x^2 + 8x - 2 = 0$$

۲۰- چه تعداد از معادلات رادیکالی زیر دارای ریشه حقیقی هستند؟

$$(الف) 2\sqrt{x} + 3 = 0$$

$$(ب) \sqrt{4-x} + \sqrt{3x-1} = 0$$

$$(پ) \sqrt{4x-1} + \sqrt{1-x} + 2 = 0$$

$$(۱) ۱ \quad (۲) ۲ \quad (۳) ۳ \quad (۴) \text{هیچ کدام}$$

۲۱- جواب های معادله $\sqrt{2x+5} - 2x = 5$ چگونه است؟

(۱) یک ریشه منفی (۲) دو ریشه منفی

(۳) دو ریشه مثبت (۴) یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت

۲۲- معادله $\sqrt{x} + \sqrt{-x^2 + 4x^2 + 25x - 10} + \sqrt{x^2} + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} = x + 2$ چند جواب دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۳- حاصل ضرب ریشه های معادله $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 3 = \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 7}{2\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) -۶

۲۴- اگر α ریشه معادله $\sqrt{x^2 + 9} = 3 - x^{\alpha}$ باشد $\alpha^2 + 4\alpha$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۲

۲۵- اگر m ریشه معادله $\frac{x}{\sqrt{x+1}+1} + \frac{x}{\sqrt{x+1}-1} = 1$ باشد، $16A^2 + 4A$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) -۶

۲۶- معادله $\sqrt{x - \sqrt{x}} + \sqrt{\frac{x + \sqrt{x}}{x^2 - 2x}} + \sqrt{2}$ چند ریشه دارد؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۲۷- معادله $\sqrt{x^4 - x^2 + 9x - 6} + \sqrt{x^2 - 4x} = 0$:

(۱) یک جواب منفی دارد. (۲) یک جواب مثبت دارد.

(۳) دو جواب دارد. (۴) سه جواب دارد.

۲۸- حاصل ضرب جواب های معادله $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 2 = 2x - \frac{x}{1+\sqrt{x}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) صفر

۲۹- اگر $x = 4$ یکی از جواب های معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد جواب دیگر

۳۰- نقطه M با کدام طول بر روی خط $y = 2x - 1$ انتخاب شود به طوری که مجموع فواصل آن از دو نقطه $(0, 1)$ و $(2, 0)$ برابر ۳ باشد؟

(۱) $0.8 \pm \frac{2\sqrt{7}}{15}$ (۲) $1 \pm \frac{2\sqrt{11}}{15}$ (۳) $0.8 \pm \frac{2\sqrt{11}}{15}$ (۴) $1 \pm \frac{2\sqrt{7}}{15}$

هندسه

۱- کدام گزینه درست است؟

(۱) از دو نقطه دست کم یک خط میگذرد.

(۲) برای کشیدن یک خط، داشتن یک نقطه از آن کافی است.

(۳) اگر دو نقطه بر هم منطبق باشند، فقط یک خط از آن ها می گذرد.

(۴) برای کشیدن یک خط، باید دست کم سه نقطه از آن را داشته باشیم.

۲- نقطه A به فاصله $4-3x$ از خط Δ مفروض است. اگر فقط یک نقطه روی خط Δ یافت شود که از نقطه A به فاصله ۵ باشد، کدام گزینه درست است؟

$$(1) \quad x < \frac{3}{4} \quad (2) \quad \frac{4}{3} < x < 3 \quad (3) \quad x = 3 \quad (4) \quad x > 3$$

(۳) در هر صفحه مجموعه نقاطی که از دو خط موازی فاصله برابر دارند، کدام است؟

(۱) یک خط (۲) دو خط موازی (۳) دو خط متعامد (۴) دایره

۴- خط d به فاصله ۲cm از مرکز دایره ای به شعاع ۵cm قرار دارد. روی دایره چند نقطه یافت می شود که از خط d به فاصله ۴cm باشد؟

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4) \quad 4$$

۵- چند نقطه روی دایره به مرکز O و شعاع R یافت می شود که از خط d به فاصله مشخص h باشد؟

(۱) حداکثر دو (۲) حداقل دو (۳) حداکثر چهار (۴) حداقل چهار

۶- دو نقطه A, B مفروض اند و $|AB| = 5$ است. چند نقطه یافت می شود که از A, B به فاصله ۳ واحد باشند؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) نامتناهی

۷- چند نقطه روی دایره به مرکز O و شعاع R یافت می شود که از دو نقطه مفروض A, B به یک فاصله باشند؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) حداکثر دو

۸- چند نقطه می توان یافت که از دو خط متقاطع به فاصله ۲ واحد باشند؟

(۱) یک (۲) دو (۳) چهار (۴) بی شمار

۹- چند نقطه درون یک مثلث یافت می شود که از اضلاع یا امتداد آن ها به یک فاصله باشند؟

(۱) یک (۲) سه (۳) چهار (۴) بی شمار

۱۰- چند نقطه درون مثلث $\triangle ABC$ یافت می شود که از رئوس آن به یک فاصله باشند؟

(۱) حداکثر یک (۲) یک (۳) سه (۴) بی شمار

۱۱- اگر $\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n}$ ، آن گاه حاصل عبارت $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ چند برابر a_1 است؟

(۱) n (۲) $n^2 + n$

(۳) $\frac{n^2 + n}{2}$ (۴) $2n^2 + 2n$

۱۲- اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = K$ ، آن گاه حاصل $\sqrt{\frac{2a^2 + 2c^2}{2b^2 + 2d^2}}$ کدام است؟

(۱) K (۲) $-K$

(۳) $\frac{1}{K}$ (۴) $-\frac{1}{K}$

۱۳- روی پاره خط $AB = a$ دو نقطه N, M را به گونه ای انتخاب کردیم که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 2$ در این صورت

طول پاره خط MN چقدر است؟

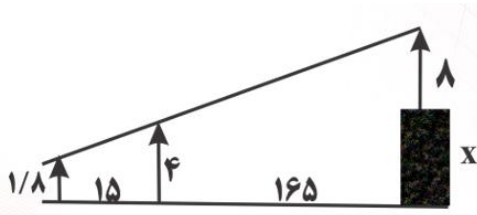
(۱) $\frac{a}{4}$ (۲) $\frac{a}{2}$ (۳) $\frac{a}{3}$ (۴) $\frac{2a}{3}$

۱۴- در مثلث ABC به اضلاع $AB = 6, AC = 4, BC = 4$ نقاط F, E, D را به ترتیب بر AC, BC, AB

انتخاب کرده ایم. اگر چهار ضلعی $ADEF$ لوزی باشد، طول AD کدام است؟

(۱) 2 (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) 3 (۴) $\frac{12}{5}$

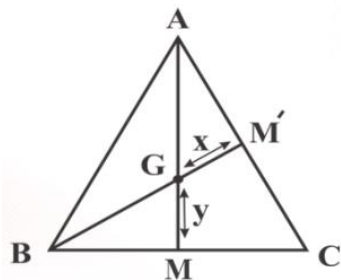
۱۵- در شکل مقابل دکلی به طول ۸m بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱/۸ متر از ارتفاع دکل و تیرک ۴متری در یک راستا است. بلندی برج چند متر است؟



۲۰/۲(۲) ۱۹/۸(۱)

۲۱/۲(۴) ۲۰/۸(۳)

۱۶- در شکل زیر AM, BM' میانه اضلاع AC, BC هستند. اگر $AM = ۴, BM' = ۶$ حاصل $\frac{x}{y}$ چقدر است؟



$\frac{۲}{۳}$ (۲) $\frac{۱}{۲}$ (۱)

$\frac{۴}{۳}$ (۴) $\frac{۳}{۲}$ (۳)

۱۷- در ذوزنقه ABCD اگر $AB = ۳, CD = ۶, M, N$ روی دو ساق BC, AD باشند به طوری که

$\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{۱}{۳}$ ، آن گاه

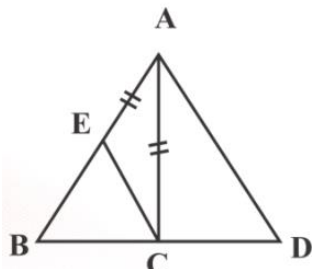
$MN = \frac{۱۳}{۴}$ (۱)

$MN = \frac{۹}{۲}$ (۲)

$MN = ۴$ (۳)

$MN = ۵$ (۴)

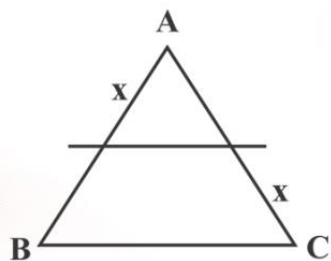
۱۸- در شکل مقابل $AE = AC, CE \parallel AD$ است. اگر $AB = ۱۱, AC = ۵, BC = ۹$ باشد، اندازه DC کدام است؟



۸(۲) ۷(۱)

۸/۵(۴) ۷/۵(۳)

۱۹- در شکل مقابل پاره خطی موازی BC رسم شده است و $AB = \frac{2AC}{5}$ است. اندازه x چند برابر AB است؟



$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$\frac{5}{7} \quad (4)$$

$$\frac{4}{7} \quad (3)$$

۲۰- مساحت دوزنقه ای ۱۲ واحد مربع است. اگر ارتفاع آن ۳ واحد باشد طول خطی که اوساط دو ساق را به هم وصل می کند، کدام است؟

$$3/5 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$4/5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

۲۱- در شکل زیر $BC = 18$, اضلاع AB, AC, توسط ۵ خط موازی با قاعده به ۶ قسمت برابر تقسیم شده اند. مجموع طول این ۵ پاره خط کدام است؟



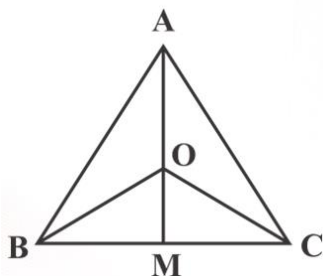
$$36 \quad (2)$$

$$27 \quad (1)$$

$$63 \quad (4)$$

$$45 \quad (3)$$

۲۲- در شکل مقابل مساحت مثلث های OBC, ABC را به ترتیب S', S می نامیم. نسبت $\frac{OM}{AM}$ کدام است؟



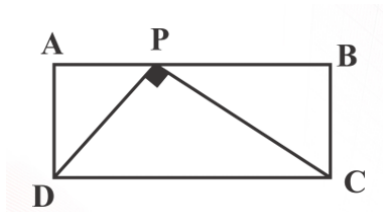
$$\left(\frac{S'}{S}\right)^2 \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{S'}{S}} \quad (1)$$

$$\frac{S'}{S} \quad (4)$$

$$\frac{S-S'}{S} \quad (3)$$

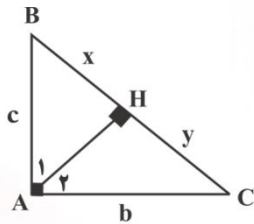
۲۸- در مستطیل شکل مقابل $\hat{APB} = 90^\circ$ ، طول DP کدام است؟



$$3\sqrt{3} \quad (2) \quad 5 \quad (1)$$

$$6 \quad (4) \quad 4\sqrt{3} \quad (3)$$

۲۹- در شکل مقابل $\hat{A} = 90^\circ$ ، حاصل $\frac{c}{b}$ کدام است؟



$$\sqrt{\frac{x}{y}} \quad (2) \quad \frac{y}{x} \quad (1)$$

$$\frac{yx}{x} \quad (4) \quad \frac{x}{x+y} \quad (3)$$

۳۰- در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می کند. اگر مساحت مثلث کوچکتر از مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4) \quad \frac{3}{5} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (1)$$

آشنایی با برخی از انواع تابع

۱- اگر $F(x) = x^2 - 3x$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{x - F(x)}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, -2] \cup [0, 2]$ (۲) $[-2, 0] \cup [2, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -2]$ (۴) $[0, 2]$

۲- دامنه تعریف تابع $y = \sqrt{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+3}}$ کدام است؟

(۱) $[-1, +\infty)$ (۲) $[-3, +\infty)$

(۳) $[-3, -1]$ (۴) \emptyset

۳- اگر عبارت $\sqrt{\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2}} + \sqrt{2x - x^2}$ عدد حقیقی باشد، مجموعه مقادیر x در کدام بازه است؟

(۱) $\left[\frac{2}{3}, 2\right]$ (۲) $\left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]$ (۳) $\left[-\frac{2}{3}, 0\right) \cup (0, 2\right]$ (۴) $\left[-\frac{2}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{2}{3}\right]$

۴- دامنه تابع $F(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x}$ به کدام صورت است؟

(۱) $[1, +\infty)$ (۲) $[0, +\infty)$ (۳) $[0, 1]$ (۴) $[1, +\infty) - \{0\}$

۵- دامنه تابع $F(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + ax + b}$ به صورت $\mathbb{R} - \{-3\}$ است. مقدار $a - b$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱۵ (۴) -۱۵

۶- دامنه تابع $F(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 7}}{x^2 + mx + n}$ به صورت $\mathbb{R} - \{1, 4\}$ است. $F(3)$ چقدر است؟

(۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۱

۷- دامنه تابع $F(x) = \frac{5x+1}{\sqrt{3-2\sqrt{x+1}}}$ بازه $[a, b)$ است. مقدار $b - a$ چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{11}{4}$

۸- دامنه تابع $F(x) = \sqrt{x^2 + |x|} - 2$ کدام است؟

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $\mathbb{R} - [-1, 1]$ (۴) $\mathbb{R} - (-1, 1)$

۹- اگر عبارت $-1 - \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + x + 2}}$ در بازه $[a, b]$ قابل محاسبه باشد، حاصل $\frac{a+b}{2}$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 2 (۳) 1 (۴) -1

۱۰- اگر $F(x) = \sqrt{1-x^2}$ باشد، دامنه تابع $y = F\left(\frac{x}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ (۲) $[-2, 2]$ (۳) $(-\infty, 2]$ (۴) $(-\infty, \frac{1}{2}]$

۱۱- دامنه تابع $F(x) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+\sqrt{-x}}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) 5 (۲) 4 (۳) 1 (۴) صفر

۱۲- مجموع اعداد صحیحی که در دامنه تابع $F(x) = \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}}{\frac{2x}{x-1} - 3}$ وجود ندارند، کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۱۳- دامنه تابع $\left\{ (x, y) \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, y = \frac{18}{x+5} \right\}$ شامل چند عضو است؟

- (۱) بی شمار (۲) 3 (۳) 2 (۴) 4

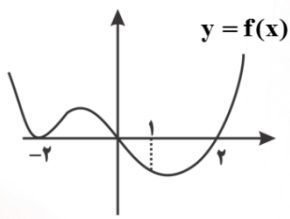
۱۴- بزرگترین بازه ای که تابع $F(x) = \sqrt{\frac{(3-x)(3-Gx)}{x+2}}$ روی آن تعریف شده کدام است؟

- (۱) $(2, 3)$ (۲) $(-2, 3)$ (۳) $(-2, 3]$ (۴) $(-3, -2)$

۱۵- دامنه تابع $y = \sqrt[5]{9-3x^2} + \sqrt[4]{-x^2(x^2-25)^2}$ دارای چند عضو است؟

- (۱) صفر (۲) نامتناهی (۳) 3 (۴) 2

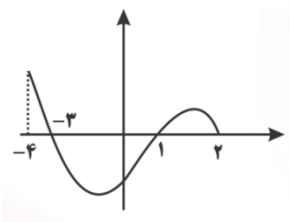
۱۶- شکل مقابل نمودار $y = F(x)$ است. دامنه تعریف تابع با ضابطه $y = \sqrt{(2x-2)F(x)}$ کدام است؟



(۱) $\{-2, 0, 2\}$ (۲) \mathbb{R}

(۳) $[0, +\infty) - \{-2\}$ (۴) $[1, 0] \cup [2, +\infty) \cup \{-2\}$

۱۷- شکل زیر نمودار $y = F(x)$ است. دامنه تابع $\sqrt{x F(x)}$ کدام است؟



(۱) $[0, 2]$ (۲) $[-3, 2]$

(۳) $[-4, -3] \cup [1, 2]$ (۴) $[-3, 0] \cup [1, 2]$

۱۸- دامنه تابع F با ضابطه $F(x) = \left(\frac{2|x|(x-4)}{x+6} \right)^{\frac{2}{3}}$ چند عدد صحیح را شامل نمی شود؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۹- اگر دامنه تابع $y = \sqrt{x^2 + 2ax + a + 2} + \frac{x+1}{x^2 - a}$ برابر \mathbb{R} باشد، حدود a کدام است؟

(۱) $a \leq -1$ (۲) $-1 \leq a < 0$ (۳) $0 < a \leq 2$ (۴) $a \geq 2$

۲۰- دامنه تابع $y = \sqrt{|x^5 - x|(x^2 - 4)}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) صفر

۲۱- دامنه تابع $F(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x+2}} - x$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$

(۲) $(-2, -1) \cup [1, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -2) \cup [-1, 1]$

(۴) $(-\infty, -2) \cup (-1, 1]$

۲۲- چه تعداد از گزاره های زیر درباره تابع سهم مشارکت درست است؟

الف) در یک پروژه اگر پانصد نفر سهم مشارکت داشته باشند، سهم هر کدام برابر $\frac{1}{500}$ باشد.

ب) اگر تعداد افراد شرکت کننده در طرح مشارکت، خیلی زیاد باشد، سهم مشارکت هر داوطلب نیز زیاد می شود.

پ) نمودار تابع سهم مشارکت نمی تواند هیچ نقطه ای دارای عرض صفر باشد.

ت) نمودار تابع سهم مشارکت نمی تواند هیچ نقطه ای دارای طول صفر باشد.

ث) نمودار تابع را می توان بدون برداشتن قلم از روی کاغذ رسم کرد.

۱(۴) ۲(۳) ۳(۲) ۴(۱)

۲۳- چه تعداد از گزاره های زیر در مورد تابع $y = \frac{-1}{x}$ نادرست است؟

الف) همه اعداد حسابی در دامنه آن حضور دارند.

ب) نمودار آن فاقد طول از مبدا است.

پ) دامنه و نمودار تابع نسبت به مبدا مختصات متقارن هستند.

۱(۲) ۲(۳) ۳(۴) صفر(۱)

۲۴- به ازای چه مقادیری از k ، دامنه توابع $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+4}$ ، $g(x) = \frac{-2}{x^2-6x+k}$ با هم برابرند؟

۱(۹) $k < 9$ ۲(۹) $k > 9$ ۳(۴) $k > 4$ ۴(۴) $k < 4$

۲۵- هزینه پاکسازی x درصد از آلودگی های شهری و صنعتی رودخانه ای با تابعی با ضابطه $p(x) = \frac{255x}{100-x}$

محاسبه می شود که در آن x درصد آلودگی و $p(x)$ هزینه پاکسازی بر حسب میلیون تومان است. با دو

میلیارد تومان چه درصدی از آلودگی های این رودخانه پاکسازی خواهد شد؟

۱(۸۰) ۲(۸۵) ۳(۸۹) ۴(۹۵)

۲۶- سرعت یک سونای (آب لرزه) بر حسب کیلومتر بر ساعت از رابطه $S = ۳۵۶\sqrt{d}$ محاسبه می شود که در آن d میانگین عمق دریا بر حسب کیلومتر است. اگر زلزله ای در عمق ۱۰ کیلومتری زمین رخ دهد، سرعت سونامی تقریباً چقدر است؟

- ۱۰۰۰ (۱) ۱۰۸۰ (۲) ۱۱۲۵ (۳) ۱۲۰۰ (۴)

۲۷- کدام جفت از توابع زیر برابرند؟

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \{(1, -1), (2, 0), (3, -2)\} \\ g = \{(1, -1), (2, -2), (3, 0)\} \end{array} \right. \quad (۲)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \{(1, 2), (3, 4)\} \\ g = \{(1, 4), (3, 2)\} \end{array} \right. \quad (۱)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \sqrt{x^2 + |x|} \\ g(x) = \sqrt{x} \sqrt{1 + |x|} \end{array} \right. \quad (۴)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{x^2 + 1}{|x|} \\ g(x) = \left| \frac{x^2 + 1}{x} \right| \end{array} \right. \quad (۳)$$

۲۸- اگر دو تابع $f = \{(-3, 3), (9, a+1)\}$ و $g = \{(b^2, 5), (-c, d)\}$ برابر باشند، حاصل $a+c+d$ کدام است؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۲۹- تابع $y = \|\Delta x\| - |2x|$ با کدام تابع برابر است؟

$y = 3|x|$ (۴) $y = |7x|$ (۳) $y = |\Delta x| - 2x$ (۲) $y = 3x$ (۱)

۳۰- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & x \neq 3 \\ \frac{x + 3k}{x - k} & x = 3 \end{cases}$ ، $g(x) = 3 + x$ باشند و اگر $f = g$ باشد، k کدام است؟

- هیچ مقدار k (۴) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۱)

توابع پله ای و جزء صحیح

۱- اگر $[x] = 1$ باشد، آن گاه حاصل $\sqrt{x^2 + 1} - 2x + \sqrt{x^2 + 4} - 4x$ کدام است؟

- ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴) $2x - 3$

۲- اگر $n \in \mathbb{N}$ باشد، جزء صحیح ریشه سوم عدد $n^3 + 2n^2 + 3n$ کدام است؟

- ۱(۱) n ۲(۲) $n + 1$ ۳(۳) $n + 2$ ۴(۴) نامشخص

۳- اگر جزء صحیح $x^2 + x$ برابر -1 باشد، حاصل $[x^2] + [x^2] - [x]$ کدام است؟

- ۱(۱) -1 ۲(۲) -2 ۳(۳) -3 ۴(۴) -4

۴- اگر $n \in \mathbb{N}$ باشد، حاصل $\left[(\sqrt{2} - 1)^n \right] + \left[\sqrt{n^2 + 4n + 5} \right]$ کدام است؟

- ۱(۱) $n + 3$ ۲(۲) $n + 2$ ۳(۳) $n + 1$ ۴(۴) n

۵- حاصل $\left[\frac{3n+7}{n+3} \right]$ برای کلیه مقادیر طبیعی n کدام است؟

- ۱(۱) 3 ۲(۲) 4 ۳(۳) 2 ۴(۴) 1

۶- اگر $\left[\frac{1-x}{x} \right] = 1$ ، آن گاه تعداد مقادیر ممکن برای عبارت $[-6x]$ کدام است؟

- ۱(۱) 2 ۲(۲) 3 ۳(۳) 4 ۴(۴) 6

۷- اگر $f(x) = \frac{3^{-[x]}}{3^{[-x]}}$ باشد، حاصل $f(1) + f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) + \dots + f(\sqrt{10})$ کدام است؟

- ۱(۱) $\frac{16}{3}$ ۲(۲) 24 ۳(۳) 21 ۴(۴) $\frac{7}{3}$

۸- مجموعه جواب معادله $[x] + [3x] = 0$ بازه $[a, b)$ است، مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱(۱) $\frac{1}{3}$ ۲(۲) $\frac{1}{2}$ ۳(۳) $\frac{2}{3}$ ۴(۴) $\frac{2}{3}$

۹- اگر $3 = [x] + \left[x - \frac{3}{2}\right] - \left[x - \frac{1}{2}\right]$ باشد، آن گاه مقادیر قابل قبول x کدام است؟

- (۱) $(4, 5)$ (۲) $(4, 5)$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(2, 3)$

۱۰- دامنه تابع $y = \frac{x}{\sqrt{[x]^2 - 5}}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$

- (۲) $\mathbb{R} - [-2, 3]$

- (۳) $\mathbb{R} - (-2, 3)$

- (۴) $x < -\sqrt{5}$ یا $x > \sqrt{5}$

۱۱- کمترین مقدار تابع $f(x) = [1+x] + [1-x]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۱۲- اگر مجموعه جواب معادله $2[x] = 1 - [-x]$ به صورت $(a, b) \cup \{c\}$ باشد، $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6

۱۳- معادله $([-x] + [x])(x^2 - 5) = -4$ چند ریشه دارد؟

- (۱) 3 (۲) 2 (۳) صفر (۴) نامتناهی

۱۴- اگر به ازای هر عدد حقیقی $\left[\frac{A}{B}\right] > 0$ ، $A \leq B$ ، آن گاه:

- (۱) $0 \leq C < B$ (۲) $B \leq C < 0$ (۳) $0 \leq C < A$ (۴) $A \leq B$

۱۵- معادله $[x + 0/5][x - 1/5] = x - 5$ مفروض است، حاصل عبارت $[x]^2 - 3[x]$ چقدر است؟

- (۱) -4 (۲) -5 (۳) -6 (۴) -7

۱۶- می دانیم $2 = (\sqrt{5} + a)(1 + \sqrt{2})$ ، جزء صحیح عدد a کدام است؟

- (۱) 1 (۲) صفر (۳) -2 (۴) -1

۱۷- مجموعه جواب معادله $2 = [3 - |x+1|]$ را به صورت $\{a, b\} - \{c\}$ نوشته ایم. $a+b+c$ چقدر است؟

- ۱(۱) -۲(۲) -۳(۳) ۱(۴)

۱۸- کوچک ترین عدد صحیحی که از $1+x$ کمتر نیست، کدام است؟

(۱) $2+[x]$

(۲) $1+[x]$

(۳) $1-[-x]$

(۴) $-[-x]$

۱۹- نزدیک ترین عدد صحیح به عدد $(2+\sqrt{3})^4$ کدام است؟

- ۱۹۱(۴) ۱۹۲(۳) ۱۹۳(۲) ۱۹۴(۱)

۲۰- حاصل عبارت $p = \frac{4x}{[2x]}$ کدام عدد نمی تواند باشد؟

- ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

۲۱- معادله $\sqrt{x-5} + [x] = 0$ چند ریشه دارد؟

- ۱(۱) صفر ۱(۲) ۲(۳) ۴(۴) نامتناهی

۲۲- اگر $[A!B!] + [] = 26$ ، حاصل $[\frac{A+B}{3}]!$ کدام است؟

- ۱(۴) ۲۴(۳) ۲(۲) ۶(۱)

۲۳- نمودار تابع $x \in [-2, 3]$; $y = x - [x]$ از n پاره خط مساوی به اندازه l تشکیل شده است. زوج مرتب (n, l) کدام است؟

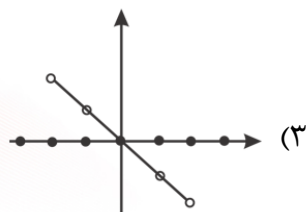
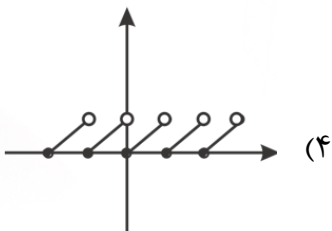
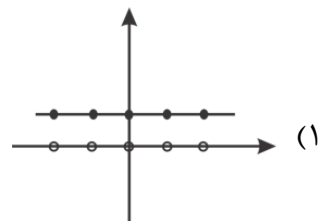
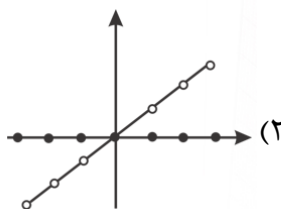
(۱) $(4, 1)$

(۲) $(4, \sqrt{2})$

(۳) $(5, 1)$

(۴) $24(5, \sqrt{2})$

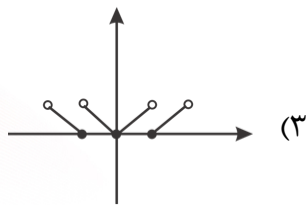
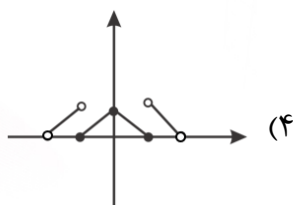
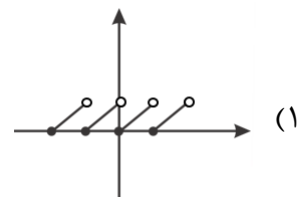
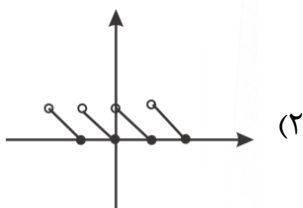
۲۴- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -x([\![x]\!] + [\![x]\!])$ کدام است؟



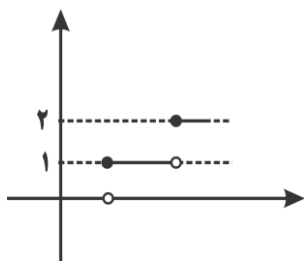
۲۵- کدامیک از خطوط زیر نمودار تابع $f(x) = 2x + [\![x]\!]$ را قطع نمی کند؟

$y = 3$ (۴) $y = 1/5$ (۳) $y = 2$ (۲) $y = 1$ (۱)

۲۶- نمودار تابع $y = |x| - [\![x]\!]$ در بازه $(-2, 2)$ کدام است؟



۲۷- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = [\![\sqrt{x}]\!]$ است. طول پاره خط **AB** کدام است؟



3 (۲) 2 (۱)

4 (۴) 4 (۳)

۲۸- سطح بین نمودار تابع $f(x) = \frac{2|x|}{x}[x] + 1$ و محور x ها در بازه $(-2, 1)$ کدام است؟

- ۱۱(۱) ۱۲(۲) ۱۳(۳) ۱۵(۴)

۲۹- نمودار تابع $y = [x^2]$ روی بازه $x \in (-2, 2)$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟

- ۴(۱) ۵(۲) ۶(۳) ۷(۴)

۳۰- اگر (a, b) محل تلاقی دو منحنی $y = \left[\frac{x}{2}\right] + x$ ، $2x + y = 1$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

تابع یک به یک و وارون

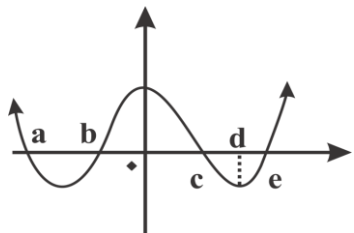
۱- تابع $f = \{(b, 4), (1, a+1), (-3, b^2+b), (-2, -a^2), (-3, 2)\}$ دارای تابع وارون است. مقدار $f^{-1}(-9)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۱

۲- کدام تابع وارون پذیر است؟

۱) $f(x) = 2x + |2x|$ ۲) $f(x) = 2x + |3x|$ ۳) $f(x) = 3x + |2x|$ ۴) $f(x) = 3x - |3x|$

۳- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، تابع f در کدام بازه ها یک به یک است؟



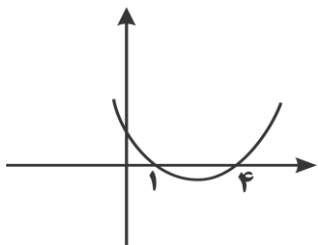
۱) $[b, 0] \cup [e, +\infty)$ ۲) $(-\infty, a) \cup (c, e)$

۳) $(-\infty, a] \cup [c, e]$ ۴) $(-\infty, a) \cup [c, d]$

۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، تابع $f(x) = |2x + m|$ در فاصله $(-1, 2)$ وارون پذیر است؟

۱) $\mathbb{R} - \left(-1, \frac{1}{2}\right)$ ۲) $\mathbb{R} - (-4, 2)$ ۳) $[-4, 2]$ ۴) $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$

۵- نمودار تابع $f(x) = (x-a)(x-b)$ به صورت مقابل است. اگر این تابع در هر یک از بازه های $(-\infty, c)$ ، $[c, +\infty)$ یک به یک باشد، حاصل abc کدام است؟



۱) ۱۰ ۲) ۲۰

۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۴۰

۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 1+ax & x > 5 \\ x-3a & x \leq 5 \end{cases}$ ، یک به یک باشد، حدود a کدام است؟

۱) \mathbb{R} ۲) $[0, +\infty)$ ۳) $(-\infty, 0/5]$ ۴) $[0/5, +\infty)$

۷- چه تعداد از توابع زیریک به یک نیستند؟

الف) $y = \frac{2x+2}{x-4}$ (ب) $y = \sqrt[3]{x}$ (پ) $y = x^2 - 4x$ (ت) $y = |x|$

۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸- چه تعداد از گزاره های زیر، نادرست است؟

الف) میتوان تابعی یک به یک یافت که دامنه آن شامل سه عضو و برد آن تنها از دو عضو تشکیل شده باشد.

ب) وارون هر رابطه، خود یک رابطه است.

پ) اگر رابطه ای تابع باشد، وارون آن رابطه الزاماً یک تابع نیست.

۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹- به ازای چه مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{5x-2a}{4x+1}$ روی $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{4}\right\}$ وارون پذیر نیست؟

۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $-\frac{5}{8}$

۱۰- اگر نمودار تابع $y = \frac{x}{p} + \frac{1}{q}$ بر نمودار تابع وارون آن منطبق باشد، حاصل جمع مقادیر ممکن برای p

کدام است؟

۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۱۱- اگر دو خط به معادلات $ax+by = 8$ و $bx+ay = 8$ نسبت به نیمساز ربع اول متقارن باشند،

$a+b$ کدام است؟

۱) ± 3 (۲) ± 2 (۳) $2, -2$ (۴) $-2, 2$

۱۲- نمایش هندسی تابع معکوس تابع $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ از کدام نقطه می گذرد؟

۱) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\right)$ (۲) $(1, 0)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}\right)$

۱۳- اگر $f(x) = \frac{2x+5}{x-2}$ باشد، نمودارهای دو تابع f, f^{-1} در چند نقطه متقاطع اند؟

- ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(نامتناهی)

۱۴- نمودار معکوس تابع $f(x) = |x-2| + 3x$ و نمودار خود تابع فقط در نقطه A متقاطع اند، فاصله نقطه A از مبدا مختصات کدام است؟

- ۱(۱) $\sqrt{2}$ ۲(۲) $2\sqrt{2}$ ۳(۳) $2\sqrt{3}$ ۴(۴) $\sqrt{3}$

۱۵- اگر تابع $f(x) = (x+1)^2 + (x-2)^2$ در بازه (∞, k) وارون پذیر باشد، بیشترین مقدار k کدام است؟

- ۱(۱) $-\frac{1}{4}$ ۲(۲) $\frac{1}{2}$ ۳(۳) $-\frac{1}{2}$ ۴(۴) $-\frac{3}{4}$

۱۶- اگر $f(x) = -\sqrt{\frac{2}{x+1}}$ محل برخورد f^{-1} با محور y ها کدام است؟

- ۱(۱) -۱(۲) ۲(۳) -۲(۴)

۱۷- ضابطه وارون تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ -x^2 & x > 0 \end{cases}$ کدام است؟

$$y = \begin{cases} -\sqrt{x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & x < 0 \end{cases} \quad (۲) \quad y = \begin{cases} \sqrt{-x} & x < 0 \\ \sqrt{x} & x \geq 0 \end{cases} \quad (۱)$$

$$y = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases} \quad (۳) \quad y = \begin{cases} -\sqrt{-x} & x < 0 \\ -\sqrt{x} & x \geq 0 \end{cases} \quad (۲)$$

۱۸- وارون تابع $y = \frac{x^2 + 3x^2 + 3x + 4}{x^2 + 3x^2 + 3x - 1}$ محور y ها را با چه عرض قطع می کند؟

- ۱(۱) $\sqrt{3}-1$ ۲(۲) $-1-\sqrt{3}$ ۳(۳) $1-\sqrt{3}$ ۴(۴) $\sqrt{3}+1$

۱۹- اگر $f(x) = f^{-1}(5) + x - 3$ باشد، آن گاه $f(5)$ کدام است؟

- ۴(۱) ۵(۲) ۶(۳) ۷(۴)

۲۰- اگر $f(x) = 2x + |x|$ باشد، معادله $f^{-1}(x) + 3x = 0$ چند جواب دارد؟

- ۱(۱) صفر ۲(۲) ۱(۲) ۴(نامتناهی)

۲۱- وارون تابع $y = \frac{|x|}{x}(1+x^2), x \neq 0$ کدام است؟

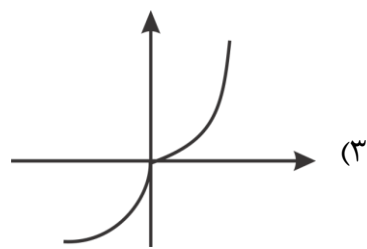
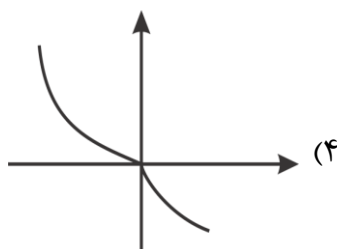
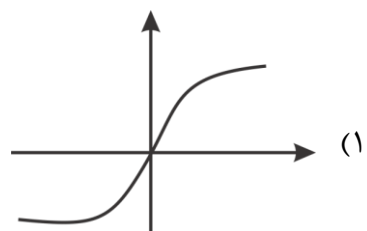
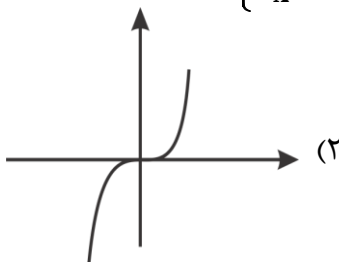
$$f^{-1}(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|-1} \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{x-1} \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{x^2-1} \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{-x-1} \quad (۳)$$

۲۲- نمایش هندسی وارون تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟



۲۳- اگر $f^{-1} = \{(2,3), (1,-1), (0,2), (-1,0)\}$ باشد، آن گاه تابع $\frac{2f^{-1}}{f}$ شامل کدام زوج مرتب است؟

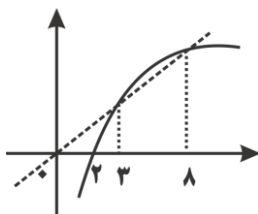
$$(0,4) \quad (۱) \quad (0,-1) \quad (۲) \quad (-4,0) \quad (۳) \quad (-1,0) \quad (۴)$$

۲۴- اگر $f(x) = 3 - 2x$ باشد، دامنه تعریف $y = \sqrt{f^{-1}(2x^2 + 3)}$ در کدام گزینه آمده است؟

$$[-1,0] \quad (۲) \quad [0,1] \quad (۱)$$

$$[-2,1] \quad (۴) \quad [-1,1] \quad (۳)$$

۲۵- شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ است. اگر تابع خطی رسم شده نیمساز ناحیه اول و سوم باشد، دامنه

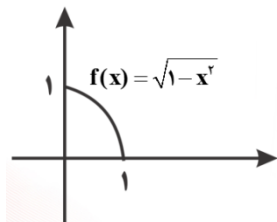


تابع $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟

(۱) $(0, 2]$ (۲) $[2, 3]$

(۳) $[2, 8]$ (۴) $[3, 8]$

۲۶- نقاط تقاطع تابع f و وارون آن کدام است؟



(۱) $x = \frac{1}{2}$ (۲) $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $0 \leq x \leq 1$ (۴) $x = 0, x = 1$

۲۷- نمودار تابع $y = \sqrt{1-2x}$ را یک واحد به چپ و سپس یک واحد به بالا منتقل می کنیم. ضابطه معکوس

بدست آمده کدام است؟

(۱) $y = 1 + \sqrt{-1-2x}; x \leq -\frac{1}{2}$ (۲) $y = -\frac{x^2}{2} - x + 1; x \geq 1$

(۳) $y = -\frac{x^2}{2} + x - 1; x \leq \frac{1}{2}$ (۴) $y = -\frac{x^2}{2} + x - 1; x \geq 1$

۲۸- اگر m تعداد نقاط برخورد نمودار تابع وارون پذیر f با خط $y = x$ و n تعداد ریشه های معادله

$f(x) = f^{-1}(x)$ باشد، کدام صحیح است؟

(۱) $m = n$ (۲) $m \leq n$ (۳) $n \leq m$ (۴) $n = 2m$

۲۹- وارون تابع $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ کدام است؟

(۱) $y = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ (۲) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ (۳) $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (۴) $y = \frac{-x}{\sqrt{x^2-1}}$

۳۰- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{2-3x}$ مقدار عددی $f^{-1}\left(\frac{10+\sqrt{2}}{14}\right)$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $1+\sqrt{2}$ (۴) $1-\sqrt{2}$

اعمال جبری روی توابع

۱- اگر $() = -\sqrt{x^2-1}$ ، دامنه تعریف تابع $f-g$ کدام است؟

(۱) $[-2, 1] \cup [-1, 1]$

(۲) $[-2, -1] \cup [1, 2]$

(۳) $\mathbb{R} - [-1, 1]$

(۴) $[-1, 1] - [-2, 2]$

۲- اگر تابع g برابر $g = \{(2, -2), (4, 3), (-1, 0)\}$ و تابع f برابر $f = \{(2, 1), (-1, 2), (4, 2)\}$ باشند، تابع

$\frac{2f+g}{g}$ کدام است؟

(۱) $\{(2, 3), (4, 1)\}$

(۲) $\{(2, -\frac{1}{2}), (4, 3)\}$

(۳) $\{(2, 0), (4, 1)\}$

(۴) $\{(2, -1), (4, 5)\}$

۳- اگر $g(x) = \frac{2}{x}, x \in D_f, f = \{(-1, -2), (0, 4), (1, 9), (4, 0)\}$ باشد، تابع $\frac{2f+g}{g}$ کدام است؟

(۱) $\{(1, 10), (4, 0)\}$

(۲) $\{(1, 8), (4, 1)\}$

(۳) $\{(1, 5), (4, 2)\}$

(۴) $\{(1, 10), (4, 1)\}$

۴- اگر $() = \begin{cases} -x & x < 1 \\ 1+x^2 & x \geq 1 \end{cases}$ ، حاصل $g(f)$ در $x=2$ چقدر است؟

(۱) ۸

(۲) ۵

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۵- اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ ، $g = \{(-3, 5), (-1, 4), (0, 7)\}$ ، آن گاه بیشترین مقدار تابع $(g-f) \cdot 2g$ کدام

است؟

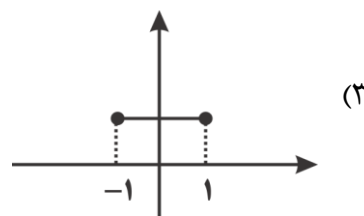
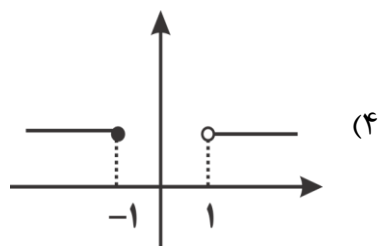
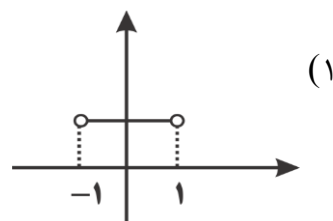
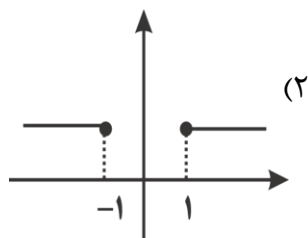
(۱) ۳۲

(۲) ۶۴

(۳) ۸۴

(۴) ۴۲

۶- اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ ، $g(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$ باشد، نمودار $(f.g)(x)$ کدام است؟



۷- اگر $f = \{(0, -1), (1, 0), (4, 1), (2, 5)\}$ باشد، تابع $\frac{f}{f-1}$ از چند زوج مرتب تشکیل شده است؟

- ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

۸- اگر $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ ، $g = \{(1, 2), (2, 3), (3, 3)\}$ باشد، آن گاه $\frac{-f}{2g}$ کدام است؟

(۱) $\{(1, -4), (2, -3), (3, -2)\}$

(۲) $\left\{ \left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{2}{3}\right), (3, 1) \right\}$

(۳) $\left\{ \left(-\frac{1}{4}, 1\right), \left(-\frac{1}{3}, 2\right), \left(-\frac{1}{2}, 3\right) \right\}$

(۴) $\left\{ \left(1, -\frac{1}{4}\right), \left(2, -\frac{1}{3}\right), \left(3, -\frac{1}{2}\right) \right\}$

۹- اگر $f(x) = 2 + ax$ ، $g(x) = (2 - 3a)x + 3$ ، $(f + g)(-1) = 5$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

۱۰- اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ ، $g(x) = x^2 - 4$ باشد، دامنه تابع $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ کدام است؟

(۱) $[1, +\infty)$

(۲) $(2, +\infty)$

(۳) $(1, 2)$

(۴) $(1, +\infty) - \{2\}$

۱۱- اگر $\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ ، $g(x) = \frac{x}{x-2}$ ، آن گاه دامنه تابع $\frac{f}{g}$ چند عدد صحیح را شامل نمی شود؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۲- اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 0 \\ x-1 & x \leq 0 \end{cases}$ ، $g(x) = \begin{cases} x & x \geq -2 \\ x-2 & x < -2 \end{cases}$ باشد، حاصل $y = (2f + 3g)(x)$ در

$x = f(0)$ کدام است؟

(۱) ۷

(۲) ۲

(۳) -۲

(۴) -۷

۱۳- اگر $g = \{(1, -2), (2, 5), (3, 4)\}$ ، $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = 1 + 2x$ ، آن گاه $f(1) + f(3)$ کدام است؟

(۱) ۹

(۲) ۱۰

(۳) ۱۹

(۴) ۲۸

۱۴- اگر $f(x) = 2x - 1$ ، $g(x) = 10 + 4x$ ، در بازه ای با کدام طول نمودار تابع $y = (f \cdot g)(x)$ در پایین محور x ها است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۵- اگر $f(x) = x + 3$ ، $g(x) = 1 - x^2$ ، معادله $\left(\frac{g}{f}\right)(x) = (f \cdot g)(x)$ چند ریشه دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

۱۶- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x - x^2}}$ ، $g(x) = \sqrt{|x+1| - x}$ باشد، دامنه $\frac{f}{g}$ شامل چند عدد صحیح منفی نیست؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۷- توابع $f(x) = \frac{x(x-1)}{(x-2)(x-3)}$ ، $g(x) = \frac{(x-4)(x-5)}{(x-6)(x-7)}$ مفروض اند. اگر دامنه تابع $y = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$

برابر $\mathbb{R} - A$ باشد، $n(A)$ چقدر است؟

۲(۱) ۴(۲) ۶(۳) ۸(۴)

۱۸- توابع f, g به ترتیب با محدوده ورودی های $(-2, 6)$ ، $(1, 8)$ مفروض اند. دامنه تابع

$y = 4f\left(\frac{1+2x}{3}\right) + 5g(x-2)$ کدام است؟

(۱) $\left(-\frac{7}{2}, \frac{17}{2}\right)$ (۲) $\left[3, \frac{17}{2}\right)$ (۳) $\left(-\frac{7}{2}, 6\right]$ (۴) $\left[-1, \frac{17}{2}\right)$

۱۹- اگر $f = \{(1, -1), (2, 0), (3, 1)\}$ ، $g(x) = 2x - |x|$ دو تابع باشند، مقدار $\frac{(f \cdot g)(1)}{(f - g)(3)}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۲۰- اگر $f(x) = \sqrt{x+4\sqrt{x-4}}$ ، $g(x) = \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$ ، $4 \leq x \leq 8$ ضابطه تابع $(f+g)(x)$ کدام است؟

(۱) $2 - \sqrt{x-4}$ (۲) $2 + \sqrt{x-4}$ (۳) ۴ (۴) -۴

۲۱- اگر $f = \{(2, d), (3, 2), (1, 6)\}$ ، $g = \{(4, 0), (c, -1), (2, -2)\}$ ، $g - f = \{(3, a), (b, 5)\}$ باشد،

حاصل $\frac{a-c}{b+c}$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{6}{5}$

۲۲- اگر $D_f = [-4, 8]$ باشد، دامنه تابع $y = 5f(2x) + f(4x)$ کدام است؟

(۱) $[-2, 2]$ (۲) $[-1, 2]$ (۳) $[-2, 4]$ (۴) $[-1, 4]$

۲۳- اگر $f = \{(1, 2), (-1, 3), (2, -2), (4, 1)\}$ ، $g = \{(3, 2), (4, 3), (2, 4), (1, 1)\}$ مجموع عضوهای دامنه و

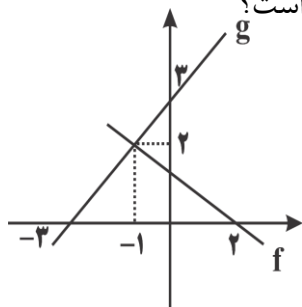
برد تابع $f^{-1} - g^{-1}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۴- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ ، $g = \{(-1, 2), (1, 4), (0, 1), (2, 5), (4, 3)\}$ ، مقدار $(fg - f)(a) = 4$ ، مقدار $f(-a)$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{28}$ (۲) $\sqrt{24}$ (۳) $\sqrt{12}$ (۴) $\sqrt{10}$

۲۵- نمودارهای توابع f, g مطابق شکل اند. مقدار $(f - 2g)(-1) + (f \cdot g)(-3)$ چقدر است؟



(۱) ۲ (۲) -۲

(۳) ۶ (۴) -۶

۲۶- اگر $f(x) = x^2 + 3x + 2$ ، $g(x) = x^2 + 2x + 1$ ، حاصل $(f - g)(x - 1)$ کدام است؟

(۱) x (۲) x^2 (۳) $1 + x$ (۴) $1 + x^2$

۲۷- اگر $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-2}$ ، $g(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x-2}$ ، مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴) صفر

۲۸- اگر $f(x) = \frac{1}{a^2x^2 - 4ax + 4}$ ، $g(x) = \frac{1}{x^2 - (b+1)x + b}$ ، مقدار $D_{f+g} = \mathbb{R} - \{1\}$ ، کدام $a + b$ است؟

(۱) ۲ یا ۳ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۱ یا ۳

۲۹- اگر $f(x) = |x-1|$ ، $g(x) = |x|$ در بازه ای که تابع $f+g$ ثابت است. ضابطه تابع $f-g$ کدام است؟

(۱) $y = 2x - 1$ (۲) $y = 2x + 1$ (۳) $y = 1 - 2x$ (۴) $y = -1 - 2x$

۳۰- اگر f, g تابع هایی گویا باشند، $D_f = D_g = \mathbb{R} - \{0, 1\}$ ، $(f+g)(x) = \frac{1}{x}$ ، $\left(\frac{g}{f}\right)(x) = -x$ ، ضابطه

تابع $f-g$ کدام است؟

(۱) $y = \frac{x+1}{x-x^2}$ (۲) $y = -\frac{1}{x}$ (۳) $y = \frac{x+1}{x^2-x}$ (۴) $y = \frac{1}{x-1}$

مثلثات

۱-نقطه $A(3,2)$ بر روی دایره ای به مرکز $(0,2)$ قرار دارد متحرکی از نقطه A در جهت چرخش عقربه ساعت کمان 120° تا نقطه m طی کرده است. مختصات نقطه m کدام است؟

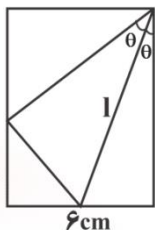
$$(1) \left(-\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right) \quad (2) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

$$(3) \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2}\right) \quad (4) \left(-\frac{3}{2}, 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

۲-نقطه A بر روی دایره ای به شعاع ۳ درجه قرار دارد، متحرکی از نقطه A در خلاف جهت مثلثاتی 420° درجه چرخیده و در نقطه M قرار گرفته است. متحرک دیگری از نقطه A در جهت مثلثاتی 210° درجه چرخیده و در نقطه N قرار گرفته است. طول قوس MN چند واحد است؟

$$(1) 4/08 \quad (2) 4/29 \quad (3) 4/71 \quad (4) 3/96$$

۳- یک برگ کاغذ مستطیل شکل به پهنای 6cm را مطابق شکل تا کرده ایم به طوری که یکی از گوشه ها بر ضلع مقابل منطبق شده است. طول خط تای کاغذ (l) برحسب زاویه θ کدام است؟



$$(1) \frac{6}{\sin \theta (1 + \cos \theta)} \quad (2) 6 \tan \theta$$

$$(3) 6 \cot \theta \quad (4) \frac{6}{\cos \theta \times \sin 2\theta}$$

۴-نقطه $A(0,1)$ روی دایره مثلثاتی به اندازه $\frac{13\pi}{4}$ رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت دوران می کند تا به نقطه A' برسد. مجموع طول و عرض نقطه A' کدام است؟

$$(1) \text{صفر} \quad (2) \sqrt{2} \quad (3) -\sqrt{2} \quad (4) 2\sqrt{2}$$

۵- دو نفر از یک گروه بر روی دایره ای به قطر 40m در خلاف جهت حرکت عقربه ساعت در حال دویدن هستند اولی $\frac{16\pi}{5}$ و دومی 531° طی کرده است. فاصله آن ها کدام است؟

$$(1) 12/4 \quad (2) 14/2 \quad (3) 15/7 \quad (4) 17/5$$

۶- موشکی با سرعت 10^3 کیلومتر بر ساعت در روی کمانی از دایره ای به شعاع ۵ کیلومتر دوران می کند، این موشک در مدت زمان ۴۵ ثانیه چند رادیان دوران می کند؟

- ۳(۱) ۲/۵(۲) ۲(۳) ۵(۴)

۷- چند دقیقه طول می کشد که عقربه دقیقه شمار به اندازه $2/5\pi$ رادیان دوران کند؟

- ۷۸(۱) ۸۵(۲) ۷۵(۳) ۸۰(۴)

۸- در ساعت $2:45'$ زاویه بین عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار چند درجه است؟

- ۱۸۵/۵(۱) ۱۹۰(۲) ۱۷۲/۵(۳) ۱۹۵(۴)

۹- فرض کنید سوار چرخ و فلکی شده اید که ۴۰ کابین دارد و کابین های آن شماره گذاری شده اند. اگر در آغاز حرکت در جهت خلاف عقربه های ساعت، شما روی کابین ۳ نشسته باشید، بعد از $\frac{47\pi}{10}$ رادیان دوران، شمار در موقعیت کدام کابین قرار دارید؟

- ۱۷(۱) ۱۴(۲) ۱۵(۳) ۱۸(۴)

۱۰- نقاط مربوط به زوایای $\frac{k\pi}{8} - \frac{\pi}{16}$ روی دایره مثلثاتی، رئوس کدام چند ضلعی را تشکیل می دهند؟
($k \in \mathbb{Z}$)

۱۶ ضلعی منتظم (۱) ۱۰ ضلعی منتظم (۲)

۱۲ ضلعی منتظم (۳) ۸ ضلعی منتظم (۴)

۱۱- اگر $A = \frac{\cos(-90^\circ) + \sin(270^\circ)}{\sin(-180^\circ) - \cos(-360^\circ)}$ ، $B = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ باشد، حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴)

۱۲- حاصل عبارت $2\cos 170^\circ + 2\sin 80^\circ + \cos 100^\circ - 3\sin 190^\circ$ کدام است؟

$2\cos 10^\circ$ (۱) $2\sin 10^\circ$ (۲)

$-2\sin 10^\circ$ (۳) $-2\cos 10^\circ$ (۴)

۱۳- اگر $\sin \frac{5\pi}{6} \cdot \cot \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = 2$ ، مقدار $\cot \alpha - \tan \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{15}{4}$ (۲) $\frac{17}{4}$ (۳) $-\frac{15}{4}$ (۴) $-\frac{17}{4}$

۱۴- اگر $\tan x = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\frac{\sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right) + \sin(3\pi + x)}{\cos \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) + \cos(x - \pi)}$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۵- اگر $\cot 20^\circ = \frac{A}{3}$ باشد، مقدار $\frac{2 \sin 25^\circ - \cos 16^\circ}{\sin 16^\circ + 3 \cos 70^\circ - \sin 110^\circ}$ کدام است؟

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۶- اگر $A = \sin 1$ ، $B = \sin 4$ ، $C = \sin 5$ و زوایا بر حسب رادیان باشند، کدام رابطه صحیح است؟

(۱) $A < B < C$ (۲) $A > B > C$

(۳) $A > C > B$ (۴) $B > A > C$

۱۷- حاصل $\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \dots + \cos \frac{6\pi}{7}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۸- حاصل عبارت $\sqrt{2} \cos \left(-\frac{45\pi}{4} \right) + 3 \tan \left(\frac{45\pi}{4} \right) + 4 \cot \left(\frac{-45\pi}{4} \right)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) -۲

۱۹- اگر $\frac{\sin 55^\circ + 2 \cos 215^\circ}{3 \sin 305^\circ - \cos 325^\circ}$ مقدار A کدام است؟

(۱) $\tan 35^\circ$ (۲) $\tan 55^\circ$

(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۰- اگر $3\sin\theta = -2\sqrt{2}$ و انتهای کمان θ در ربع چهارم دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\sin(\theta - 270^\circ)$ کدام است؟

$$\frac{-\sqrt{2}}{3} \text{ (۴)} \quad \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{3} \text{ (۲)} \quad -\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

۲۱- اگر $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$ ، کدامیک از روابط زیر درست است؟

$$\sin\alpha = \cos\beta \text{ (۲)} \quad \cos\alpha = \sin\beta \text{ (۱)}$$

$$\cot\alpha = \tan\beta \text{ (۴)} \quad \tan\alpha = \cot\beta \text{ (۳)}$$

۲۲- مقدار Max تابع $y = |\Delta \sin x - 3|$ کدام است؟

$$8 \text{ (۴)} \quad \pi \text{ (۳)} \quad 3 \text{ (۲)} \quad 2 \text{ (۱)}$$

۲۳- اگر دوره تناوب $y = -2\sin\pi\left(\frac{1}{2} + \frac{3x}{2}\right)$ چهار برابر دوره تناوب $y = \Delta \cos 2\pi\left(\frac{kx}{2} + 3\right)$ باشد، $|k|$ کدام است؟

$$\frac{3}{32} \text{ (۴)} \quad 12 \text{ (۳)} \quad 6 \text{ (۲)} \quad \frac{32}{3} \text{ (۱)}$$

۲۴- بیشترین مقدار تابع $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ کدام است؟

$$1 \text{ (۴)} \quad \frac{4}{3} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{2} \text{ (۲)} \quad 2 \text{ (۱)}$$

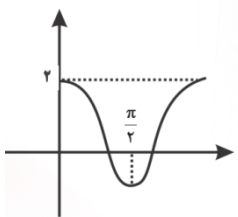
۲۵- نمودار تابع $y = 4\cos 4x$ در بازه $[0, 2\pi]$ در چند نقطه با محور x ها مشترک است؟

$$8 \text{ (۴)} \quad 7 \text{ (۳)} \quad 6 \text{ (۲)} \quad 5 \text{ (۱)}$$

۲۶- اگر α زاویه خط به معادله $y = -\sqrt{3}x + 2$ با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل $\sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - 1$ کدام است؟

$$-2 \text{ (۴)} \quad 2 \text{ (۳)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۲)} \quad \text{صفر (۱)}$$

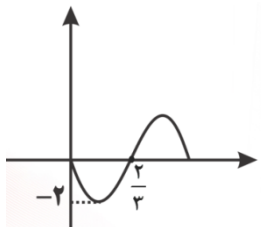
۲۷- اگر نمودار تابع $y = a \cos bx$ مطابق شکل باشد، کدام مقدار برای $a+b$ ممکن است؟



۲ (۲) ۳ (۱)

۴ (۴) ۶ (۳)

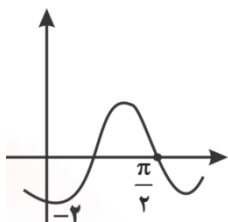
۲۸- اگر نمودار تابع $y = a \sin b \pi x$ مطابق شکل باشد، مقدار ab کدام است؟



$-\frac{3}{2}$ (۲) -۳ (۱)

$\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$ (۳)

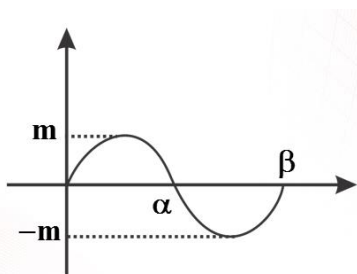
۲۹- اگر نمودار تابع $f(x) = a \sin\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$ مطابق شکل باشد، $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ کدام است؟



$2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

$-2\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$ (۳)

۳۰- شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ است؟



$y = 1 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ (۱)

$y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ (۲)

$y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ (۳)

$y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ (۴)

توابع نمایی و لگاریتمی

۱- تابع نمایی $y = 3^x$ محور y ها را در نقطه A و معکوس این تابع محور x ها را در نقطه B قطع می کند، اگر O مبدا مختصات باشد، مساحت مثلث ABO کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۲- نمودار تابع وارون $f(x) = 2(2^{x-1} - 1)$ از کدام ناحیه مختصات نمی گذرد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۳- از معادله $4^x - 3^x - 6 = 0$ جواب x کدام است؟

(۱) \log_2^2 (۲) \log_2^2 (۳) \log_3^2 (۴) \log_3^2

۴- مجموعه جواب نامعادله $(\frac{\sqrt{2}}{5})^{x-1} > 0.08$ شامل چند عدد طبیعی می باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵- اگر معادله $12^{2x-4} \times 18^{7-2x} = 1458$ را به صورت $2^a = 3^b$ نشان دهیم، $a+b$ کدام است؟

(۱) $5x+6$ (۲) $5x-6$ (۳) $3x-4$ (۴) $10-x$

۶- اگر α ریشه معادله $2^x - 125 = \frac{284}{4^x}$ باشد، در این صورت حاصل عبارت $\alpha^2 + 2\alpha$ کدام است؟

(۱) ۶۳ (۲) ۶۴ (۳) ۴۸ (۴) ۱۲۰

۷- تابع $f(x) = (\frac{2m-3}{m+2})^{x+2}$ نمایی است، مجموعه مقادیر m کدام است؟

(۱) $(-\infty, -2) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ (۲) $(-\infty, -2) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ (۳) $(-\frac{3}{2}, 2)$ (۴) $(-\infty, -2) \cup (\frac{3}{2}, +\infty) - \{5\}$

۸- دامنه تابع $y = \sqrt{(0.25)^x - (0.2)^x}$ کدام است؟

(۱) $[0, 1]$ (۲) $[0, +\infty)$ (۳) $[-1, 0]$ (۴) $(-\infty, 0)$

۹- کدامیک از نمودارهای زیر بالای سایرین است؟

$$y = 2^{2x-1} \quad (۱) \quad y = 2^{2x+1} \quad (۲) \quad y = 4^x \quad (۳) \quad y = 2(4)^{x-4} \quad (۴)$$

۱۰- تابع نمایی f با ضابطه $f(x) = k(b)^{x+1}$, $k \neq 0$ مفروض است. در این تابع $f(x_1 + x_2)$ کدام است؟

$$\frac{f(x_1) + f(x_2)}{kb} \quad (۱) \quad \frac{f(x_1) \cdot f(x_2)}{k} \quad (۲)$$

$$f(x_1) \cdot f(x_2) \quad (۳) \quad \frac{f(x_1) \cdot f(x_2)}{kb} \quad (۴)$$

۱۱- وارون تابع $f(x) = \frac{5^{2x} + 1}{5^{2x} - 1}$ کدام است؟

$$f^{-1}(x) = \log_{\delta} \left(\frac{x-1}{x+1} \right) \quad (۱) \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{\delta} \log_{\delta} \left(\frac{x-1}{x+1} \right) \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = \log_{\delta} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) \quad (۳) \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{\delta} \log_{\delta} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) \quad (۴)$$

۱۲- اگر $g(x)$ تابع وارون $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+2)$ باشد معادله $|g(x)| = 1$ چند جواب دارد؟

$$\text{صفر} \quad (۱) \quad ۱ \quad (۲) \quad ۲ \quad (۳) \quad ۳ \quad (۴)$$

۱۳- دامنه تعریف تابع $y = \sqrt{\log_{\frac{x-1}{x+1}}}$ کدام است؟

$$x > 1 \quad (۱) \quad x < -1 \quad \text{یا} \quad x > 1 \quad (۲)$$

$$x < -1 \quad (۳) \quad x < -1 \quad \text{یا} \quad x \geq 1 \quad (۴)$$

۱۴- اگر $A = \frac{(4)^{-1/5}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + (9)^{-1/5}$ باشد، $\log_A \sqrt{2-1}$ کدام است؟

$$۱ \quad (۱) \quad ۰/۵ \quad (۲) \quad -۱ \quad (۳) \quad -۰/۵ \quad (۴)$$

۱۵- معادله $\log(x^2 + 3x^2 + 3x - 1) = \log^x + \log^{(x+1)} + \log^{(x+2)}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

$$۱ \quad (۱) \quad ۲ \quad (۲) \quad \text{صفر} \quad (۳) \quad \text{نامتناهی} \quad (۴)$$

۱۶- مجموعه جواب نامعادله $\log_{\frac{5}{4}} \frac{2x+3}{4} \geq -1$ کدام است؟

(۱) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$ (۲) $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$ (۳) $(-\infty, \frac{5}{2}]$ (۴) $(-\frac{3}{2}, +\infty)$

۱۷- اگر $\log^{\frac{1}{2}} a = 2/124$ باشد، آن گاه عدد a^5 بعد از ممیز چند صفر کنار هم دارد؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۸- اگر $A = -\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$ ، $B = \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$ ، $C = \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$ باشد، کدام درست است؟

(۱) $B < A < C$ (۲) $C < B < A$

(۳) $A < B < C$ (۴) $B < C < A$

۱۹- اگر $a = \log_{\frac{1}{2}}^b$ ، آن گاه معادله $3^{x-a} = 3^{x^2}$ فقط یک جواب دارد. b کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۰- از دو معادله $\log_{\frac{1}{2}}^x = 1 + \log_{\frac{1}{2}}^{x+y}$ ، $x^2 - y^2 = 32$ ، مقدار لگاریتم $(x+y)$ در پایه ۴ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۲۱- لگاریتم عدد $(\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}})$ در پایه ۸ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۲- اگر $A = \log \sqrt[3]{4+2\sqrt{3}} + \log \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} + \log \sqrt[3]{4}$ حاصل 10^A کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

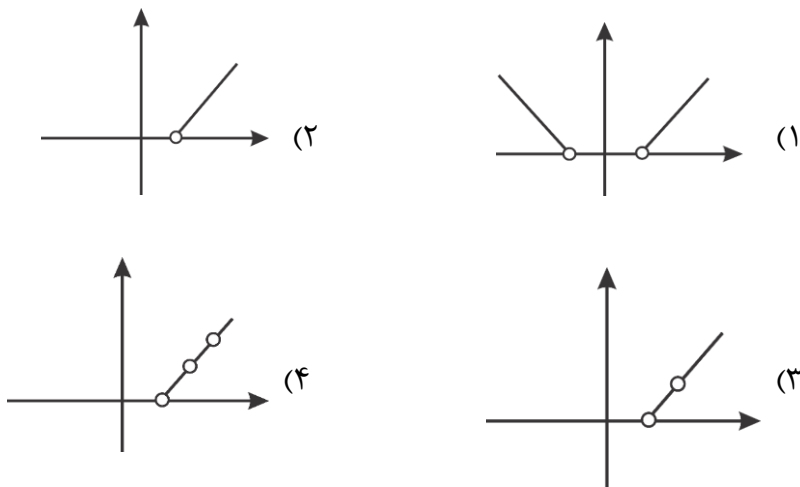
۲۳- حاصل عبارت $\frac{(\log^4)^2 - (\log^2)^2}{\log^{\sqrt{2}} \cdot \log^{\frac{1}{2}}}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۴- با فرض $\log_7^5 = 1/5$ ، $\log_7^{20} = 2/7$ مقدار \log_9^4 چقدر است؟

- (۱) $0/8$ (۲) $0/9$ (۳) $0/85$ (۴) $0/97$

۲۵- نمودار تابع $\log_{(x-2)}^y = \log_{(x-2)}^{(|x|-2)}$ کدام است؟



۲۶- اگر $f(x) = \frac{4^x - 1}{3^x}$ باشد، مقدار $f(\log 2) + f(\log \frac{1}{2})$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) صفر

۲۷- معادله $x^{\log(x+1)} + x^2 = 3$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۲۸- جواب معادله $\log_{\sqrt{6}}^{\sqrt{3^x+2^x-7}} = x(1 - \log_6^3)$ برابر است با:

- (۱) \log_7^3 (۲) 7 (۳) 3 (۴) \log_7^4

۲۹- جواب معادله $\log(x^2 + 6x^2 + 12x + 9) - \log(x + 3) = 1$ به صورت $\frac{\sqrt{a} - 3}{2}$ است. a کدام است؟

- (۱) 23 (۲) 29 (۳) 35 (۴) 37

۳۰- اعداد \log^{18} ، $\log^{(a-2)}$ ، $2 + \log^2$ جملات متوالی دنباله عددی اند. \log^a کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 6 (۳) 8 (۴) 9

حد و پیوستگی

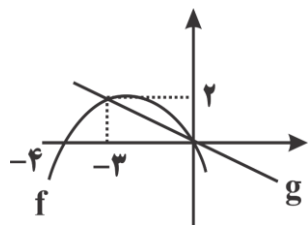
۱- اگر $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 1}$ ، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{2}{2}$

۲- اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ ، $g(x) = \sqrt{2x-1}$ باشد، حد عبارت $\frac{3-g(x)}{2-f(x)}$ وقتی $x \rightarrow 5$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{2}{3}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{4}{3}$

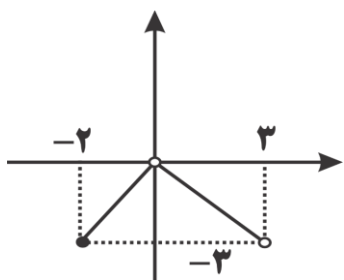
۳- در شکل زیر نمودار $y = f(x)$ ، $y = g(x)$ رسم شده است که تابع f در آن سهمی می باشد، حاصل



کدام است $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - g(x)}{x}$ ؟

- ۱) -2 ۲) 2 ۳) -1 ۴) 1

۴- شکل مقابل نمودار f است. حاصل عبارت $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{|x|} + \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{f(x)}$ کدام است؟



- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{3}$

- ۳) $-\frac{5}{2}$ ۴) $-\frac{5}{3}$

۵- به ازای کدام مقدار a حد تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x+4a} & x > 3 \\ \sqrt{4+a} & x = 3 \\ a+1 & x < 3 \end{cases}$ روی \mathbb{R} موجود است؟

- ۱) $a = -2$ ۲) $a = 0$ ۳) $a = -\frac{1}{5}$ ۴) $a = 4$

۶- مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2x-2|}{[-x]-2}$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۷- حد عبارت $\frac{x^2 - 3x^2 - 9x - 5}{3 - \sqrt{2x-1}}$ وقتی $x \rightarrow 5$ کدام است؟

(۱) -۱۰۸ (۲) -۹۶ (۳) -۳۶ (۴) -۱۲

۸- حد عبارت $\frac{x-3+\sqrt{x+3}}{3x^2-7x+4}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۹- حد چپ تابع $f(x) = \frac{3-[4]}{x-3} \sqrt{x^2-6x+9}$ در نقطه $x=3$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) صفر (۴) ۱

۱۰- حد عبارت $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{2x}-2}$ به ازای $x=8$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۱- حد عبارت $\frac{x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲- فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax+5}{x^2-7x+6} = 1$ ، $l \in \mathbb{R}$ باشد، $a+l$ کدام است؟

(۱) $\frac{26}{5}$ (۲) $-\frac{26}{5}$ (۳) $-\frac{24}{5}$ (۴) $-\frac{27}{5}$

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1 + \sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 1 + \sqrt{x^2 - 1}}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۱)$$

۱۴- حد تابع $y = \frac{x^2 - k}{2 - \sqrt{x} + 2}$ در $x = 2$ عدد حقیقی l است، $k + l$ کدام است؟

$$-۵۶ \quad (۴)$$

$$-۴۸ \quad (۳)$$

$$۴۸ \quad (۲)$$

$$۵۶ \quad (۱)$$

۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x} - a)^2}{x^2 - 2x + 1}$ برابر عدد حقیقی b است. $a + b$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{9} \quad (۱)$$

۱۶- چه تعداد از حدهای زیر وجود ندارد؟

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{(x-2)^2 (x-4)} \quad \text{(الف)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x-1} \quad \text{(ب)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 4} \quad \text{(پ)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \quad \text{(ت)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} \quad \text{(ث)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \log_2^x \quad \text{(ج)}$$

$$۵ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3} + \sqrt{x-3}}{\sqrt{x^2-9}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۸- در تابع $f(x) = \left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x}{3}\right]$ ، مجموع حدود چپ و راست در $x=6$ کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۸

۱۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} (x - [x] + \sin \frac{\pi[x]}{2}) - \lim_{x \rightarrow (-3)^-} (x - [x] + \sin \frac{\pi[x]}{2})$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۲

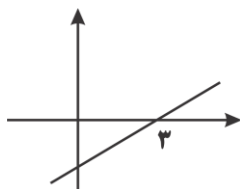
۲۰- اگر تابع $f(x) = \frac{x-3}{|x-3|} + (a-b)[x]$ در نقطه $x=3$ دارای حد باشد، کدام رابطه صحیح است؟

(۱) $a = -2 = b$ (۲) $a + b = 2$ (۳) $a + b = -2$ (۴) $a - b = -2$

۲۱- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax+3a}{1-\sqrt{5x+16}} = 2$ ، کدام است a ؟

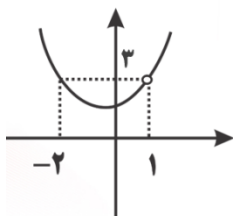
(۱) $a = 1$ (۲) $a = -1$ (۳) $a = 5$ (۴) $a = -5$

۲۲- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x+b}{x-a} & x \neq a \\ -5 & x = a \end{cases}$ به صورت مقابل است. نمودار $a+b$ کدام است؟



(۱) -۴ (۲) -۵ (۳) -۷ (۴) -۸

۲۳- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+bx+c}{x-1}$ به صورت مقابل باشد، $b-c$ کدام است؟



(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & x > 1 \\ 2 & x = 1 \\ \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} & 0 < x < 1 \end{cases}$$

۲۴- تابع $f(x)$ در $x=1$ چه وضعی دارد؟

(۱) از چپ پیوسته

(۲) از راست پیوسته

(۳) پیوسته

(۴) ناپیوسته

۲۵- تابع $f(x) = ([x] - 1)[x]$ در نقطه $x=1$ چگونه است؟

(۱) فاقد حد

(۲) دارای حد

(۳) از چپ ناپیوسته

(۴) از راست ناپیوسته

۲۶- نمودار تابع $f(x) = [2x]$ در بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه منفصل است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۷- تابع با ضابطه $f(x) = [2x + 2/5]$ در نقطه ای با کدام طول ناپیوسته است؟

(۱) -۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۸- در تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x+8} - 2}{x^2 + x}$ ، مقدار $f(0)$ چقدر تعریف شود تا تابع مفروض در نقطه $x=0$ پیوسته باشد؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۲۹- به ازای کدام مقدار a تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{1-\sqrt{x}} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ بر روی اعداد حقیقی مثبت پیوسته است؟

۱) ۴- ۲) ۴ ۳) ۲- ۴) ۲

۳۰- چه تعداد از توابع زیر در نقاط داده شده پیوسته اند؟

$$\text{الف) } x = -2; f(x) = \sqrt{4-x^2}$$

$$\text{ب) } x = 0; f(x) = x^2 - 5x + \sqrt{x}$$

$$\text{پ) } x = -1; f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & x \neq -1 \\ 2 & x = -1 \end{cases}$$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

احتمال

۱- یک جفت تاس را پرتاب می کنیم، اگر مجموع ارقام رو شده برابر ۸ باشد، با کدام احتمال هر دو رقم فرد هستند؟

$$\frac{1}{3} (1) \quad \frac{1}{4} (2) \quad \frac{2}{5} (3) \quad \frac{1}{2} (4)$$

۲- از کیسه ای شامل ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه، مهره ها را به طور متوالی و بدون جایگذاری خارج می کنیم. با کدام احتمال مهره سوم سیاه است؟

$$\frac{3}{8} (1) \quad \frac{5}{11} (2) \quad \frac{6}{11} (3) \quad \frac{5}{6} (4)$$

۳- اگر A, B دو پیشامد باشند به طوری که $P(B) = \frac{1}{3}$ ، $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$ ، آن گاه $P(A'|B')$ کدام است؟

$$\frac{5}{6} (1) \quad \frac{5}{12} (2) \quad \frac{5}{8} (3) \quad \frac{11}{12} (4)$$

۴- دو کارت به تصادف و بدون جایگذاری از بین ۹ کارت به شماره های ۱ تا ۹ انتخاب می کنیم. اگر مجموع رقم های دو کارت زوج باشد. احتمال آن که هر دو رقم فرد باشند کدام است؟

$$\frac{1}{2} (1) \quad \frac{3}{4} (2) \quad \frac{3}{8} (3) \quad \frac{5}{8} (4)$$

۵- اگر $P(E) = \frac{1}{4}$ ، $P(F|E) = \frac{1}{2}$ ، $P(E|F) = \frac{1}{3}$ باشد، در این صورت $P(F)$ کدام است؟

$$\frac{1}{8} (1) \quad \frac{2}{3} (2) \quad \frac{3}{8} (3) \quad \frac{1}{3} (4)$$

۶- سه شخص A, B, C به هدفی تیر اندازی می کنند. احتمال به هدف زدن این سه شخص به ترتیب

$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ است. اگر بدانیم فقط یک تیر به هدف خورده است، احتمال آن که تیر شخص A به هدف خورده باشد کدام است؟

$$\frac{31}{72} (1) \quad \frac{6}{31} (2) \quad \frac{10}{31} (3) \quad \frac{15}{31} (4)$$

۷- خانواده های A, B هر کدام دارای ۳ فرزند هستند، احتمال آن که تعداد دخترهای خانواده A از تعداد دخترهای خانواده B بیشتر باشد، کدام است؟

$$(۱) \frac{۱۷}{۳۲} \quad (۲) \frac{۷}{۳۲} \quad (۳) \frac{۹}{۳۲} \quad (۴) \frac{۱۱}{۳۲}$$

۸- اگر $P(A|B) = ۰/۳$ ، $P(B|A) = ۰/۲$ ، $P(A) + P(B) = ۰/۶$ باشند، $P(A|B')$ کدام است؟

$$(۱) \frac{۳۶}{۹۵} \quad (۲) \frac{۱۸}{۹۵} \quad (۳) \frac{۲۱}{۱۶۰} \quad (۴) \frac{۲۱}{۸۰}$$

۹- اگر $P(A|B) = \frac{۱۶}{۱۹}$ ، $P(B|A) = \frac{۸}{۱۵}$ باشد، $P(A \cup B) = \frac{۴}{۵}$ ، $P(A \cap B)$ کدام است؟

$$(۱) \frac{۶۴}{۱۶۵} \quad (۲) \frac{۸}{۱۶۵} \quad (۳) \frac{۴}{۳۳} \quad (۴) \frac{۸}{۳۳}$$

۱۰- از بین ۵ سکه اصل و ۴ سکه تقلبی، ۴ سکه به تصادف انتخاب می کنیم، اگر در بین سکه های انتخابی، سکه تقلبی موجود باشد، چقدر احتمال دارد تنها یک سکه تقلبی در بین سکه ها باشد؟

$$(۱) \frac{۴۰}{۱۲۱} \quad (۲) \frac{۶۴}{۱۲۱} \quad (۳) \frac{۴}{۱۱} \quad (۴) \frac{۷}{۱۱}$$

۱۱- تاسی را دو بار پرتاب می کنیم. اگر بدانیم عدد تاس در مرتبه اول بیشتر از عدد تاس در مرتبه دوم نیست، احتمال اینکه حاصل ضرب اعداد رو شده عددی فرد باشد کدام است؟

$$(۱) \frac{۲}{۷} \quad (۲) \frac{۳}{۷} \quad (۳) \frac{۲}{۵} \quad (۴) \frac{۳}{۵}$$

۱۲- اگر داشته باشیم $P(A) = ۰/۵$ ، $P(A \cup B) = ۰/۶$ ، $P(B) = ۰/۲$ ، آن گاه کدام گزینه درست است؟

(۱) A, B ناسازگارند.

$$(۲) P(A|B) = \frac{۱}{۳}$$

$$(۳) P(B|A) = \frac{۲}{۳}$$

(۴) A, B مستقل اند.

۱۳- ۷۰٪ تولیدات کارخانه ای سالم است. ۲ نمونه از تولیدات این کارخانه را متوالیاً به تصادف انتخاب می کنیم، احتمال سالم بودن حداقل یکی از آن ها کدام است؟

- (۱) ۰/۷ (۲) ۰/۱۴ (۳) ۰/۴۹ (۴) ۰/۹۱

۱۴- برای دو پیشامد مستقل B, A اگر بدانیم $n(A) = ۴$ ، $n(B) = ۹$ و پیشامد این که حداقل یکی از دو پیشامد B, A روی دهد ۱۲ عضو دارد، فضای نمونه ای چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۶ (۳) ۶۰ (۴) ۷۲

۱۵- یک جفت تاس همگن را آن قدر پرتاب می کنیم تا مجموع ۷ بیاید. احتمال آن که دو پرتاب نیاز باشد کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{۳۶}$ (۲) $\frac{۳}{۳۶}$ (۳) $\frac{۷}{۳۶}$ (۴) $\frac{۵}{۳۶}$

۱۶- برای قبولی در یک طرح استخدامی لازم است افراد در دو آزمون شرکت کنند و فردی که در هر دو آزمون قبول شود، استخدام می شود. اگر احتمال قبولی فرد در حداقل یکی از این دو آزمون $\frac{۷}{۱۶}$ باشد و احتمال قبولی فرد در هر دو آزمون یکسان باشد، احتمال استخدام این فرد کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{۲}$ (۲) $\frac{1}{۴}$ (۳) $\frac{1}{۱۶}$ (۴) $\frac{1}{۹}$

۱۷- احتمال اینکه شخصی دارای ناراحتی کلیه باشد، ۲۵٪ است و احتمال اینکه او ناراحتی قلبی داشته باشد ۲۰٪ است. احتمال آن که دقیقاً یکی از دو ناراحتی را داشته باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۰٪ (۲) ۲۵٪ (۳) ۳۵٪ (۴) ۴۵٪

۱۸- از بین اعداد طبیعی یک رقمی عددی انتخاب می کنیم. اگر A پیشامد زوج بودن این عدد و B پیشامد مضرب ۳ بودن این عدد باشد، در این صورت دو پیشامد B, A چگونه اند؟

- (۱) مستقل و سازگار (۲) مستقل و ناسازگار
(۳) وابسته و سازگار (۴) وابسته و ناسازگار

۱۹- اعضای یک خانواده ۴ نفره همگی متولد مهر هستند. چقدر احتمال دارد روز تولد آن ها متفاوت باشد؟

- (۱) ۰/۶۴۲ (۲) ۰/۷۳۲ (۳) ۰/۹۲۲ (۴) ۰/۸۱۲

۲۰- اگر دو پیشامد A, B مجزا باشند، کدام نادرست است؟

$$P(A \cup B) = P(A) + 1 - P(B') \quad (1)$$

$$P(A - B) = P(A \cup B) - P(B - A) \quad (2)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(B) \quad (3)$$

$$P(A) - 1 = P(A \cap B) - P(A') \quad (4)$$

۲۱- دو تاس را به ترتیب پرتاب می کنیم. چه تعداد از پیشامدهای زیر با پیشامد «در پرتاب دومین تاس، عدد

۳ ظاهر شود» مستقل اند؟

الف) پیشامد اینکه مجموع دو تاس ۴ شود.

ب) پیشامد اینکه مجموع دو تاس ۷ شود.

پ) پیشامد اینکه مجموع دو تاس ۶ شود.

۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲- در پرتاب دو تاس احتمال زوج آمدن هر دو را با $P(A)$ ، احتمال فرد آمدن هر دو را با $P(B)$ نمایش

می دهیم. کدام گزینه درست است؟

$$P^2(A) + P^2(B) = \frac{1}{4} \quad (2) \qquad P^2(A) + P^2(B) = \frac{1}{8} \quad (1)$$

$$P^2(A) + P^2(B) = \frac{1}{2} \quad (4) \qquad P^2(A) + P^2(B) = \frac{1}{16} \quad (3)$$

۲۳- میانگین داده های $k+۱, k+۲, k+۳, \dots, k+۸, k+۹, k+۱۰$ کدام است؟

$$2k + 90 \quad (1)$$

$$k + 45 \quad (2)$$

$$k + 45/5 \quad (3)$$

$$2k + 45/5 \quad (4)$$

۲۴- اگر میانگین k داده برابر ۷ و میانگین P داده برابر ۱۲ باشد و میانگین کل این داده ها برابر ۱۰ باشد، P کدام می تواند باشد؟

۱۹(۱) ۲۰(۲) ۲۲(۳) ۲۱(۴)

۲۵- مجموع هفت عدد متوالی برابر ۱۴۷ است. اگر میانگین این اعداد از میانه کم شود، چه عددی حاصل می شود.

صفر(۱) ۲۱(۲) ۷(۳) -۲۱(۴)

۲۶- اگر دامنه تغییرات داده های x_1, x_2, \dots, x_N برابر R باشد، دامنه تغییرات داده های $3x_1 + L$, $3x_2 + L$, ..., $3x_N + L$ کدام است؟

۱) $R + L$ ۲) R ۳) $3R + L$ ۴) $3R$

۲۷- اگر واریانس دمای یک شهر برحسب سانتی گراد ۹ باشد، واریانس دمای هوا برحسب فارنهایت تقریباً کدام است؟ $(F = \frac{9C}{5} + 32)$

۲۷(۱) ۲۸(۲) ۲۹(۳) ۳۰(۴)

۲۸- میانگین طول اضلاع مربع هایی ۱۲ و واریانس آن ها ۵ می باشد. میانگین مساحت این مربع ها کدام است؟

۱۲۴(۱) ۱۳۴(۲) ۱۴۹(۳) ۱۶۹(۴)

۲۹- اگر انحراف معیار ۲۰ داده برابر ۱۱ و $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 4420$ باشد، میانگین کدام است؟

۸(۱) ۹(۲) ۱۰(۳) ۱۱(۴)

۳۰- میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می باشد. اگر داده های ۲۰ و ۲۷ و ۲۸ به آن ها افزوده شود، واریانس ۲۱ داده جدید کدام است؟

۹/۲۵(۱) ۹/۳۶(۲) ۹/۵۲(۳) ۹/۶۳(۴)

هندسه تحلیلی

$M(x, y)$ نقطه روی تابع

-۱

$$y = |x + 2| \Rightarrow M(x, |x + 2|) \Rightarrow d = \sqrt{x^2 + (x + 2)^2}$$

$$\sqrt{2x^2 + 4x + 4} = 2 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow \Delta' > 0 \Rightarrow \text{دو نقطه}$$

-۲

$$AB = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$AC = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \Rightarrow \text{چک کردن فیثاغورث} \Rightarrow (\sqrt{26})^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{13})^2$$

و متساوی الساقین

$$BC = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$$

۳- قطرهای مربع بر هم عمودند پس $m \times m' = -1$

$$m = k + 2$$

$$\Rightarrow k + 2 \times \frac{1}{k} = -1 \Rightarrow \boxed{k = 1} \quad \begin{array}{l} \text{تلاقی} \\ \Rightarrow \begin{cases} y = x + 3 \\ y = -x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases} \end{array}$$

$$m' = \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

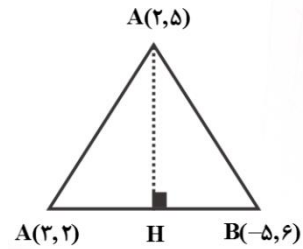
۶۱

-۴

$$\text{شیب BC} \quad m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{شیب AH} = -\frac{1}{m_{BC}} = 2$$

$$y - 5 = 2(x - 2) \Rightarrow \boxed{y = 2x + 1}$$

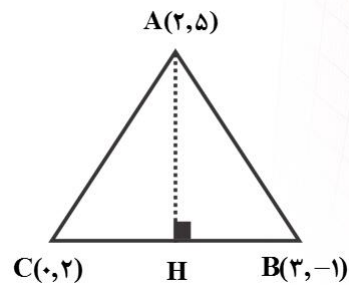


-۵

$$\text{شیب BC} \quad m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{-3} = -1$$

$$\text{شیب AH} = \frac{-1}{m_{BC}} = 1$$

$$y - 5 = 1(x - 2) \Rightarrow \boxed{y = x + 3}$$



گزینه ۳ \Rightarrow چک کردن گزینه ها \Rightarrow

-۶

$$m_{AC} = \frac{m+1}{m-1}, m_{BC} = \frac{-2}{4} \Rightarrow \frac{m+1}{m-1} \times -\frac{1}{2} = -1$$

$$\Rightarrow 2m - 2 = m + 1 \Rightarrow \boxed{m = 3} \Rightarrow |AB| = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

۶۲

-۷

(عرض از مبدأ) (طول از مبدأ) $= \left(\frac{1}{\rho}\right)$ مساحت هر خط با محورها $\Rightarrow y - 2 = m(x - 1)$ معادله خط

$$= \left(\frac{1}{\rho}\right) \left(\frac{m-2}{m}\right) (2-m) = \frac{9}{\rho} \Rightarrow m^2 + 5m + 4 = 0 \Rightarrow \text{دو خط}$$

-۸

$$2y + x = 1 \Rightarrow m_1 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{|m_1 - m_2|}{|1 + m_1 m_2|} = \frac{\left|-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right|}{\left|1 + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\right|} = \frac{1}{3}$$

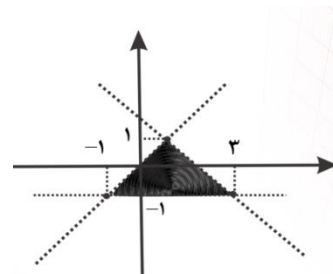
$$y = -x \Rightarrow m_2 = -1$$

-۹

$$\text{تلاقی} \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow y - \frac{7}{5} = m\left(x - \frac{6}{5}\right) \Rightarrow \text{گزینه ۳}$$

-۱۰

$$S = \frac{4 \times 2}{2} = 4$$



۶۳

-۱۱

$$m_{BC} = 3 \Rightarrow m_{AH} = \frac{-1}{m_{BC}} = \frac{-1}{3}$$

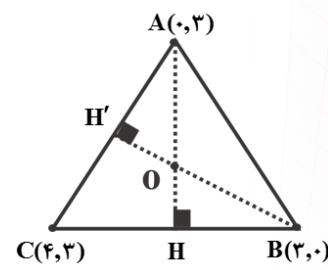
$$\xrightarrow{\text{معادله}} y = -\frac{x}{3} + 3$$

AH

$$m_{AC} = 0 \Rightarrow m_{BH'} = \frac{-1}{0} = \infty$$

$$\xrightarrow{\text{معادله}} x = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{x}{3} + 3 \end{cases} \Rightarrow D(3, 2)$$

BH'

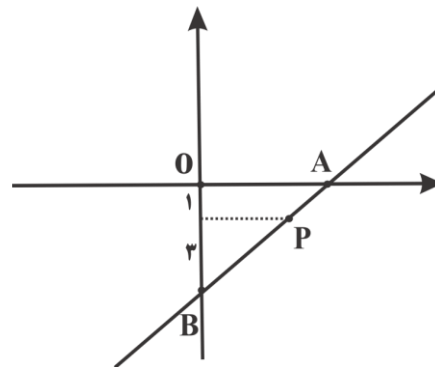


-۱۲

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-4}{3} \Rightarrow A\left(\frac{-4}{3}, 0\right)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow B(0, -4)$$

$$P(1, y_P) \Rightarrow y_P - 3 + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{y_P = -1}$$



$$\text{تالس} \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{1}{1+3} = 0.25$$

۶۴

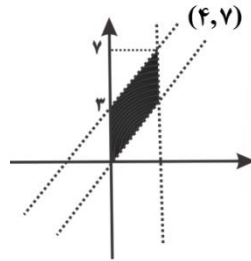
-۱۳

$$\text{شیب خط اول} = \frac{m-1}{m+1}, \quad \text{شیب خط دوم} = m$$

$$\tan \theta = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \left| \frac{m - \frac{m-1}{m+1}}{1 + (m)\left(\frac{m-1}{m+1}\right)} \right| = 1 \Rightarrow m \text{ هر مقدار}$$

-۱۴

$$S = 4 \times 3 = 12$$



-۱۵

$$AB \text{ وسط} = \frac{A+B}{2} = M(6, 4)$$

$$\Rightarrow y - \frac{13}{2} = 1\left(x - \frac{2}{2}\right) \Rightarrow \boxed{y = x + 3}$$

$$AB \text{ شیب} = m_{AB} = \frac{10}{-10} = -1$$

$$AM \text{ وسط} P = \frac{A+M}{2} = P\left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right)$$

-۱۶

$$AC \text{ وسط} = \frac{C+A}{2} = M(5, 1)$$

$$\Rightarrow y - 1 = \frac{1}{3}(x - 5) \Rightarrow \boxed{3y = x - 2}$$

$$\text{شیب} = m_{MB} = \frac{1}{3}$$

۶۵

۱۷- دو خط باید موازی باشند پس $a = -\frac{3}{2}$ و قرینه نقطه ای دلخواه مانند $(1, -1)$ از خط را نسبت به نقطه $(+3, -2)$ پیدا می کنیم که به صورت $(5, -3)$ می شود:

$$y + 3 = -\frac{3}{2}(x - 5) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{4}{5}$$

-۱۸

$$\frac{m}{2} = \frac{2m^2 + 2}{5m} = \frac{2m + 2}{-2m} \Rightarrow m = -2 \Rightarrow \Delta y = x - 2$$

جواب مشترک

\Rightarrow امتحان گزینه ها $\Rightarrow (12, 2)$

-۱۹

$$A + C = B + D \Rightarrow \begin{cases} b + 0 = 2b + 1 + a \Rightarrow \boxed{1 + a = -b} \\ 4 + (-1) = 3a - 1 + 2b \Rightarrow \boxed{3a + 2b = 4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 11 \\ b = -13 \end{cases} \Rightarrow \frac{A+C}{2} = (-7, 2)$$

-۲۰

$$BC \text{ شیب } m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$$

$$AH \text{ شیب } = \frac{-1}{m_{BC}} = 3 \Rightarrow y - 4 = 3(x + 1) \Rightarrow \boxed{y = 3x + 7}$$

$$BC \text{ وسط } M = \frac{B+C}{2} = (2, 2) \Rightarrow d = \frac{|3 - 6 - 7|}{\sqrt{1+9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

۶۶

۲۱- مساحت مثلث ساخته شده با سه رأس را بدست آورده و ۲ برابر می کنیم.

$$S = ۲ \left(\frac{1}{۲} [(x_B - x_A)(y_C - y_A) - (x_C - x_A)(y_B - y_A)] \right) = ۲ \left(\frac{1}{۲} \right) = ۱۰$$

لوزی

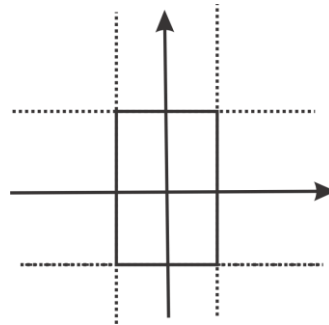
-۲۲

$$A(\alpha, \alpha) \Rightarrow \frac{|۲\alpha + \alpha - ۱|}{\sqrt{۴+۱}} = \sqrt{\Delta} \Rightarrow |۳\alpha - ۱| = \Delta \begin{cases} \alpha = ۲ & \checkmark \\ \alpha = -\frac{۴}{۳} & \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow |AB| = \sqrt{۱+۱} = \sqrt{۲}$$

-۲۳

$$d = \sqrt{۱۶+۴} = \sqrt{۲۰} = ۴\sqrt{۵}$$



۲۴- معادله آن دو خط را $۳x + ۴y + b = ۰$ فرض می کنیم:

$$۲ = \frac{|b + \Delta|}{\sqrt{۹+۱۶}} \Rightarrow |b + \Delta| = ۱۰ \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{۵}{۴} \\ b = \frac{۱۵}{۴} \end{cases} \text{تفاضل} \Rightarrow \boxed{\Delta}$$

-۲۵

$$m_{BC} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow m_{AH} = -1 \quad \text{معادله} \quad \Rightarrow_{AH} \quad y - 8 = -1(x - 4)$$

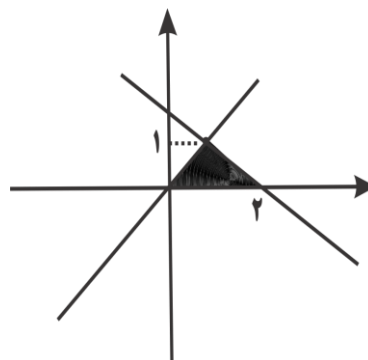
$$\Rightarrow \boxed{y = -x + 12} \Rightarrow BC \quad \text{معادله} \quad \Rightarrow y + 1 = 1(x - 1) \Rightarrow \boxed{y = x - 2}$$

تلاقی

$$\Rightarrow H(7, 5) \Rightarrow M = \frac{B+C}{2} = (3, 1) \Rightarrow |MH| = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$$

-۲۶

$$x^2 - y^2 = 2x - 2y \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$$



$$S = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

-۲۷

$$m_{AB} = m_{AC} \Rightarrow \frac{2}{1-a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4}$$

-۲۸

$$\begin{cases} y + 2x = 0 \\ y + 2x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = a} \\ \boxed{y = -2a} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{جایگذاری در} \\ \text{دیگری} \end{array} \Rightarrow -2a + a^2 + 5 = 0 \Rightarrow \Delta' < 0 \Rightarrow \text{نشدنی}$$

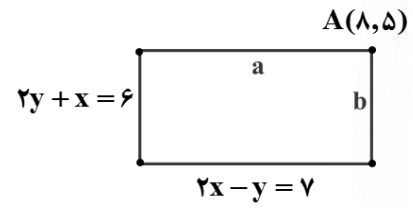
۶۸

-۲۹

$$a = \frac{|10 + 8 - 6|}{\sqrt{5}} = \frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow ab = \frac{48}{5} = 9.6$$

$$b = \frac{|16 - 5 - 7|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$$



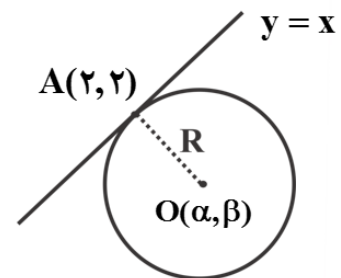
-۳۰

بررسی
گزینه ۱ \Rightarrow

$$\boxed{1} |AO| = \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (\beta - 2)^2} = \sqrt{2}$$

گزینه ها

$$\boxed{2} \frac{|\alpha - \beta|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow |\alpha - \beta| = 2$$



معادله و تابع درجه ۲

-۱

$$x_1 = 1$$

$$\Rightarrow x_1' + x_2' = 1 + 8 = 9$$

$$x_2 = \sqrt{2}$$

-۲

$$4a + 2b + c = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \quad a + \frac{b}{2} = \frac{-c}{9} \xrightarrow{\times 9} 9a + 2b + c = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = 3}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 5$$

-۳

برای راحتی کار به سراغ گزینه های مربع کامل دار (a^2) می رویم که در گزینه ۴ شروط $\langle 0, S \rangle, \langle 0, P \rangle$ برقرار است.

-۴

$$\alpha = 2 \Rightarrow \text{جمع ریشه ها} = 2 + \beta = 5 \Rightarrow \beta = 3 \Rightarrow$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 4 + 9 = 13$$

-۵

$$\text{ضرب ریشه ها} = \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow (\sqrt{7} - 2)(\beta) = 1 \Rightarrow \beta = \frac{1}{\sqrt{7} - 2} = \frac{\sqrt{7} + 2}{3}$$

۷۰

-۶

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1 + 2x_2 = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 3 \\ x_1 = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = -\frac{15}{2} = \frac{m}{2} \Rightarrow \boxed{m = -15}$$

-۷

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{S^2 - 2P}{P} = \frac{S^2}{P} - 2 = \frac{(a^2 + \frac{1}{a^2})^2}{\frac{1}{a^2}} - 2$$

$$= \left(\frac{a^2 + \frac{1}{a^2}}{\frac{1}{a}}\right)^2 - 2 = (a^2 + \frac{1}{a^2})^2 - 2 = a^4 + \frac{1}{a^4}$$

-۸

$$x = 2 \Rightarrow 2(4a - 2 - 5) = 2 \Rightarrow 4a - 7 = 1 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow \text{در معادله درجه ۳} = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2} = \alpha + \beta + 2$$

جمع ریشه ها

$$\Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{3}{2} = -1.5$$

-۹

صدق

$$\text{ریشه معادله } \alpha \Rightarrow \alpha^2 + 5\alpha + 2 = 0 \Rightarrow 5\alpha + 2 = -\alpha^2$$

⇒

صدق

$$\text{ریشه معادله } \beta \Rightarrow \beta^2 + 5\beta + 2 = 0 \Rightarrow 5\beta + 2 = -\beta^2$$

$$\frac{\alpha^2 \beta^2}{-\alpha^2} + \frac{\beta^2 \alpha^2}{-\beta^2} = -\alpha \beta^2 - \beta \alpha^2 = -\alpha \beta (\alpha + \beta) = (-1)(-5)(2) = 10$$

۷۱

-۱۰

$$S' = \alpha + \frac{1}{2} + \beta + \frac{1}{2} = S + 1 = \frac{-\delta}{3} + 1 = \frac{-2}{3}$$

$$P' = (\alpha + \frac{1}{2})(\beta + \frac{1}{2}) = \alpha\beta + \frac{1}{2}(\alpha + \beta) + \frac{1}{4} = -\frac{1}{12} - \frac{\delta}{6} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{12} = -\frac{3}{3}$$

$$\Rightarrow x' - S'x + P' = 0 \Rightarrow x' + \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow 3x' + 2x - 2 = 0$$

-۱۱

$$X + \delta = x \Rightarrow X = x - \delta \Rightarrow m(x - \delta)' - 2(x - \delta) + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mx' - 2(1 + \delta m)x + 2\delta m + 1 = 0$$

-۱۲

$$\begin{cases} S = \frac{2}{2} \\ P = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha}{2S + P} = \frac{\alpha}{\frac{\delta}{2}} \\ \frac{\beta}{2S + 4P} = \frac{\beta}{\frac{\delta}{2}} \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\frac{\delta}{2}} = \frac{S}{\frac{\delta}{2}} = \frac{2}{\delta} = \frac{\delta k}{2\delta} \Rightarrow \boxed{k = 2}$$

-۱۳

باید $\frac{c}{a} < 0$ پس گزینه ۳

۷۲

-۱۴

وتر مشترک: خط واصل تلاقی

$$\begin{cases} y = -x^2 + 2x \\ y = x^2 - 4x + 5 \end{cases} \Rightarrow -x^2 + 2x = x^2 - 4x + 5 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta' < 0 \Rightarrow \text{فاقد ریشه مشترک} \Rightarrow \text{فاقد وتر مشترک}$$

-۱۵

$$\begin{cases} x^2 + 3ax + 2a + 3 = 0 \\ x^2 - 6ax + 20a + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow 9ax - 18a = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

-۱۶

دو ریشه مثبت

$$\boxed{1} \ S \Rightarrow \frac{2m-1}{1} \Rightarrow m \Rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow \text{حذف ۲ و ۳ و ۴}$$

-۱۷

$$x = \sqrt{2} - \sqrt{3} \Rightarrow x + \sqrt{3} = \sqrt{2} \Rightarrow x^2 + 2x\sqrt{3} + 3 = 2 \Rightarrow$$

$$x^2 + 1 = -2x\sqrt{3} \Rightarrow x^2 + 2x^2 + 1 = 12x^2 \Rightarrow \boxed{x^2 - 10x^2 + 1 = 0}$$

$$\Rightarrow \boxed{b - c = -11}$$

۷۳

-۱۸

$$(m-1)^r = m^r + m \Rightarrow m^r - 2m + 1 = m^r + m \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

گزینه ۴ \Rightarrow امتحان گزینه ها \Rightarrow

-۱۹

$$\alpha \Rightarrow \text{ریشه معادله} \Rightarrow \text{صدق} \Rightarrow \alpha^r - 2\alpha - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha^r = 2\alpha + 5} \quad \boxed{1}$$

$$(\alpha+1)(\alpha-2)(\alpha-5) = (\alpha^r - \alpha - 2)(\alpha-5) \stackrel{\boxed{1}}{=} (2\alpha+5-\alpha-2)(\alpha-5)$$

$$= (\alpha+3)(\alpha-5) = \alpha^r - 2\alpha - 15 \stackrel{\boxed{1}}{=} 2\alpha+5-2\alpha-15 = -10$$

-۲۰

$$P = x_1 x_r = c \Rightarrow x_1 - 2x_1 + x_1 x_r = \boxed{x_1 - 2x_r + c = 0}$$

$$S = x_1 + x_r = b \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 2x_r = -c \\ x_1 + x_r = b \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{دستگاه} \\ \Rightarrow \end{matrix} \boxed{x_r = \frac{b+c}{2}}$$

-۲۱

$$y = a(x-1)^r + 2 \stackrel{\text{صدق}}{\Rightarrow} \underset{(0,2)}{\Rightarrow} 2 = a + 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow$$

$$\underbrace{y = (x-1)^r + 2}_{\text{محاسبه}} , \underbrace{y = fa\left(x - \frac{b}{2}\right)^r + c}_{\text{فرض سؤال}} \stackrel{\text{مقایسه}}{\Rightarrow} \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 2 \Rightarrow abc = 1 \\ c = 2 \end{cases}$$

۷۴

۲۲- باید دهانه رو به بالا، شیب مماس در نقطه تلاقی محور y ها مثبت و عرض از مبدأ مثبت باشد \Leftarrow گزینه ۳

-۲۳

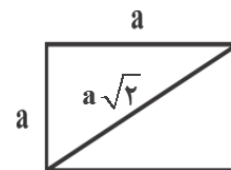
$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{k-2}{2} = 8 \Rightarrow \boxed{k=18}$$

$$\Rightarrow x=0 \Rightarrow y = \frac{(-18)(2)}{2} = -12$$

-۲۴

بیشترین مساحت مستطیل «حالت مربع» است.

$$a\sqrt{2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{a=3} \Rightarrow \boxed{S=9}$$



-۲۵

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \begin{matrix} y = \frac{x^2}{2} - 5 \\ x^2 = 2y + 10 \end{matrix} \rightarrow d = \sqrt{2y + 10 + y^2}$$

$\min=9$

$$\Rightarrow \min d = \sqrt{9} = 3$$

-۲۶

$$\min y = \frac{-\Delta}{2a} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow y=1 \quad \text{بالاتر از خط}$$

-۲۷

$$\text{معادله تلاقی ریشه مضاعف} \Rightarrow mx^2 + 2\sqrt{2}x + m - 1 = -2 \Rightarrow mx^2 + 2\sqrt{2}x + m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta' = 0 \Rightarrow 2 - (m)(m+1) = 0 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases} \Rightarrow \text{به علت عبارت «بالاترین»} \Rightarrow \boxed{m=-2}$$

نقطه «سهمی Max» دارد.

۲۸- رسم شکل فرضی:

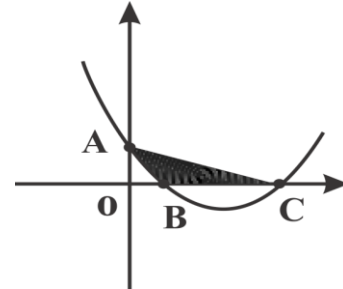
$$S_{\triangle ABC} = \left(\frac{1}{2}\right)(BC)(OA)$$

(عرض از مبدأ) (تفاضل ریشه ها) $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$|x_1, x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \text{تفاضل ریشه ها}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right)(1) = 1 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2a = 2 \Rightarrow \Delta = 4 \Rightarrow$$

$$k^2 - 4 = 4 \Rightarrow k^2 = 8 \Rightarrow \boxed{k = \pm 2\sqrt{2}}$$



۲۹- باید به اندازه ریشه منفی آن انتقال دهیم:

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \text{واحد } 2$$

-۳۰

$$\boxed{1} \quad \text{حذف } 1, 2 \Rightarrow a \Rightarrow \text{ضریب } x^2$$

$$\boxed{2} \quad \Delta \Rightarrow 8a^2 - 4a - 4 \Rightarrow -\frac{1}{4} \langle a \Rightarrow \text{حذف } 4$$

$$\boxed{1} \text{ و } \boxed{2} \Rightarrow \text{اشتراک } \langle a \Rightarrow$$

معادلات گنگ و گویا

-۱

$$\frac{x}{a-x} = \frac{2a-x}{x} \Rightarrow x^2 = 2a^2 - ax - 2ax + x^2 \Rightarrow$$

$$2a^2 = 2ax \Rightarrow x = \frac{2a}{2}$$

-۲

$$\frac{a-1}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-a}$$

$$\text{صدق } x=a \Rightarrow \frac{a-1}{a+2} + \frac{2}{a} = \frac{4a-4}{a^2-a} \Rightarrow \frac{a^2+a+4}{a(a+2)} = \frac{4(a-1)}{a(a-1)} \Rightarrow$$

$$\frac{a^2+a+4}{a+2} = 4 \Rightarrow a^2 - 2a - 4 = 0 \Rightarrow a=4, a=-1$$

-۳

$$\frac{1+m}{m} + \frac{m-1}{m-2} = \frac{m^2-2m+2}{m^2-2m} \quad m(m-2) \Rightarrow m^2 - m - 2 + m^2 - m = m^2 - 2m + 2$$

$$\Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2 \quad m \neq 2 \Rightarrow m = -2$$

-۴

$$\frac{2x^2+1}{2x+1} = t \Rightarrow t + \frac{1}{t} = -2 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow \frac{2x^2+1}{2x+1} = -1 \Rightarrow$$

$$2x^2+1 = -2x-2 \Rightarrow 2x^2+2x+3=0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{فاقد ریشه}$$

۷۷

-۵

$$1 - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2}{x+1} \Rightarrow ax \left(\frac{2}{x+1} \right) = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{-4x}{(x+1)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{2ax}{x+1} + \frac{4x}{(x+1)(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{2x}{x+1} \left(a + \frac{2}{x-1} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=1-\frac{2}{a} \end{cases} \Rightarrow \left| 1 - \frac{2}{a} - 0 \right| = 2 \Rightarrow \begin{cases} 1 - \frac{2}{a} = 2 \Rightarrow a = -2 \\ 1 - \frac{2}{a} = -2 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \end{cases}$$

-۶

طرفین

$$\Rightarrow 4mx - mx^2 + 8x - 2x^2 = 15x - 3x^2 \Rightarrow (1-m)x^2 + (4m-7)x = 0$$

وسطین

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow \text{مخرج را صفر می کند} \\ x = \frac{4m-7}{m-1} \Rightarrow \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{مخرجش صفر شود} \Rightarrow m=1 \\ \text{مخرج کسر معادله را صفر می کند.} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{7}{4} \\ x \end{cases} \end{cases}$$

$$\frac{4m-7}{m-1} = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{4m-7}{m-1} = 4$$

۷۸

-۷

$$\frac{(x+1)^r}{(x-3)^r} - 2 = \frac{x+1}{x-3} \Rightarrow \frac{x+1}{x-3} = t \Rightarrow t^r - 2 = t \Rightarrow$$

$$t^r - t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x+1}{x-3} = -1 \Rightarrow x+1 = -x+3 \Rightarrow \boxed{x=1} \\ t = \frac{x+1}{x-3} = 2 \Rightarrow x+1 = 2x-6 \Rightarrow \boxed{x=7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{7} + 1 = \frac{1}{7}$$

-۸

$$(rk-1)^r \Rightarrow 2(2k-1)^r + \Delta(2k-1) = -2 \Rightarrow \begin{matrix} (rk-1)=t \\ 2t^r + \Delta t + 2 = 0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2k-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{6}} \\ t_2 = -2 \Rightarrow 2k-1 = -2 \Rightarrow \boxed{k = -\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{1}{6}$$

-۹

$$x^r - 2x + 3 = t \Rightarrow \frac{1}{t-1} + \frac{2}{t} = \frac{6}{t+2} \xrightarrow{(t)(t+1)(t-1)} 2t^r - 7t + 2 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 2, t_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = x^r - 2x + 3 = 2 \Rightarrow x^r - 2x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x=1} \\ t_2 = x^r - 2x + 3 = \frac{1}{3} \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

فاقد ریشه

$$\Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow 7\alpha^r - \Delta\alpha + 1 = 2$$

۷۹

۱۰- چون معادله دارای بی شمار ریشه است پس تساوی تبدیل به اتحاد می شود:

$$x=0 \Rightarrow \frac{-1}{3} + 0 = \frac{-n}{9} \Rightarrow \boxed{n=3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{n}{m} = -3}$$

$$x=-1 \Rightarrow \frac{-1}{2} = \frac{-m+3}{-8} \Rightarrow \boxed{m=-1}$$

-۱۱

$$x(x-1)$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 + 2x^2 - x = mx^2 - 2 \Rightarrow 3x^2 - 2 = mx^2 - 2$$

\Rightarrow اگر $m=3$ تساوی اتحاد و معادله بی شمار ریشه دارد.

-۱۲

$$\frac{2(x+1)(x-1)}{\rightarrow (2x+3)(x+1) - 10 = (2x-3)(x-1) \Rightarrow 10x = 10 \Rightarrow \boxed{x=1}}$$

\Rightarrow فاقد جواب \Rightarrow مخرج را صفر می کند.

-۱۳

$$\frac{1}{x} = \text{کار کارگر اول در یک روز}, \frac{1}{x+15} = \text{کار کارگر دوم در یک روز}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18} \xrightarrow{18(x^2+15x)} x^2 - 21x - 270 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=30 \checkmark \\ x=-9 \times \end{cases}$$

-۱۴

قیمت هر کدام $n =$ ، تعداد اسباب بازی ها $x =$

$$\boxed{1} \quad nx = 12000 \Rightarrow (x+4)\left(\frac{12000}{x} - 100\right) = 12000 \Rightarrow x^2 + 4x - 480 = 0$$

$$\boxed{2} \quad (x+4)(n-100) = 12000 \Rightarrow \boxed{x_1 = -24} \times \quad \boxed{x_2 = 20} \checkmark \Rightarrow \boxed{n = 600}$$

-۱۵

$$\text{میزان نمک موجود در } 200 \text{ کیلو محلول } 4\% \Rightarrow 200 \times \frac{4}{100} = 8$$

$$\text{میزان آب تبخیری} = x \Rightarrow \frac{8}{200-x} = \frac{7}{100} \Rightarrow \boxed{x = \frac{600}{7}}$$

-۱۶

$$0.5 + \frac{\sqrt{a}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{a}}{2} = \frac{1+\sqrt{a}}{2} \Rightarrow \boxed{a=5}$$

$$\frac{1}{x} = 5 - \frac{1}{x-2} \Rightarrow \frac{x(x-2)}{x} = 5x - \frac{x(x-2)}{x-2} \Rightarrow x-2 = 5x^2 - 10x - x \Rightarrow 5x^2 - 12x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow S = \frac{12}{5} = 2.4$$

۸۱

-۱۷

$$1) \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = -2 \end{cases} \times \quad 2) \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \times \quad 3) \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \checkmark \quad 4) \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \end{cases} \times$$

-۱۸

صدق در معادله $x = 2 \Rightarrow \frac{2m}{2} + \frac{2}{2m} = -2 \Rightarrow m + \frac{1}{m} = -2$

$$\Rightarrow \boxed{m = -1} \Rightarrow \sqrt{x+1-1} + \sqrt{x-1} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{x-1} = 1 \Rightarrow$$

$$\sqrt{x-1} = 1 - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان } 2} x-1 = 1+x-2\sqrt{x} \Rightarrow 2\sqrt{x} = 2 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

-۱۹

$$\sqrt{15 + \sqrt{2x+80}} = 5 \xrightarrow{\text{توان } 2} 15 + \sqrt{2x+80} = 25 \Rightarrow 2x+80 = 100 \Rightarrow \boxed{x=10} = A$$

$$x = \sqrt{2-x} \Rightarrow \boxed{B=1} \Rightarrow \begin{cases} S=11 \\ P=10 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x^2 - 11x + 10 = 0}$$

-۲۰

الف) $2\sqrt{x} + 3 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = -\frac{3}{2} \Rightarrow \times$

ب) $\sqrt{4-x} + \sqrt{3x-1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases} \times \Rightarrow$ هیچکدام

پ) $\sqrt{4x-1} + \sqrt{1-x} = -2 \Rightarrow \times$

۸۲

-۲۱

$$\sqrt{2x+5} = t \Rightarrow t = t^r \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2x+5} = 0 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{5}{2}} \quad \checkmark \\ t = \sqrt{2x+5} = 1 \Rightarrow \boxed{x = -2} \quad \checkmark \end{cases}$$

-۲۲

$$-x^r + 4x^r + 25x - 100 \geq 0 \Rightarrow x^r - 4x^r - 25x + 100 \leq 0 \Rightarrow$$

$$\underbrace{(x-4)(x^r-25)}_y \leq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & & -5 & 4 & 5 \\ y & - & \oplus & \oplus & - \oplus + \end{array} \quad \begin{array}{l} x \leq -5 \\ \text{یا} \\ 4 \leq x \leq 5 \end{array}$$

$$-x^r + 6x - 8 \geq 0 \Rightarrow x^r - 6x + 8 \leq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4$$

\Rightarrow فقط $x = 4$ جواب است.

-۲۳

$$\sqrt{x^r - 2x - 3} = t \Rightarrow t + 3 = \frac{t+7}{2t} \xrightarrow{\times 2t} 2t^r + 6t = t + 7 \Rightarrow$$

$$2t^r + 5t - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \sqrt{x^r - 2x - 3} = 1 \Rightarrow x^r - 2x - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{c}{a} = -4} \\ t_2 = \sqrt{x^r - 2x - 3} = -\frac{7}{2} \Rightarrow x \end{cases}$$

۸۳

۲۴- یک ریشه ساده و مشهود عدد $x=0$ است پس $\alpha=0$ در نظر می گیریم:

$$\alpha^5 + 4\alpha = 0$$

-۲۵

$$\frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+1}-1)}{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)} \rightarrow x\sqrt{x+1} - x + x\sqrt{x+1} + x = x \Rightarrow 2x\sqrt{x+1} = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow 16A^2 + 4A = 6$$

-۲۶

$$\frac{x+\sqrt{x}}{x^2-x} = \frac{x+\sqrt{x}}{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{x-\sqrt{x}} \xrightarrow{\text{بازنویسی معادله}} \sqrt{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x-\sqrt{x}}} = \sqrt{2} \frac{t+1}{t} \geq 2$$

\Rightarrow معادله فاقد جواب

۲۷- معادله ساده تر را حل کرده و ریشه مشترک را بررسی می کنیم:

$$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 0}, \boxed{x_2 = 2}, \boxed{x_3 = -2}$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow \text{صدق در رادیکال دیگر} \Rightarrow \sqrt{-6x}$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow \text{صدق در رادیکال دیگر} \Rightarrow \sqrt{20x} \Rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$x_3 = -2 \Rightarrow \text{صدق در رادیکال دیگر} \Rightarrow 0 \quad \checkmark$$

-۲۸

$$\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\rightarrow x + \sqrt{x} - 2x + 2 = 2x^2 - 2x - x\sqrt{x} + x \Rightarrow}$$

$$2x^2 - x\sqrt{x} - 2 - \sqrt{x} = 0 \Rightarrow 2(x-1)(x+1) = \sqrt{x}(x+1) \xrightarrow{x \neq -1}$$

$$2x - 2 = \sqrt{x} \quad \sqrt{x}=t \quad \Rightarrow \quad 2t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{x} = -1 \times \\ t = \sqrt{x} = 1 \Rightarrow \boxed{x=1} \end{cases}$$

-۲۹

$$\text{صدق در معادله } x=4 \Rightarrow 4+a=2 \Rightarrow \boxed{a=-2} \Rightarrow$$

$$x-2 = \sqrt{5x-x^2} \quad \text{توان } 2 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 5x - x^2 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow S = \alpha + 4 = \frac{9}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$$

-۳۰

$$M(x, 2x-1) \xrightarrow[A(2,0)]{B(0,1)} \rightarrow |MA| + |MB| = 3 \Rightarrow$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + (2x-1)^2} + \sqrt{x^2 + (2x-2)^2} = 3 \Rightarrow \sqrt{5x^2 - 8x + 5} + \sqrt{5x^2 - 8x + 4} = 3$$

$$\xrightarrow{5x^2 - 8x + 4 = t} \sqrt{t+1} + \sqrt{t} = 3 \Rightarrow \sqrt{t+1} = 3 - \sqrt{t} \quad \text{توان } 2 \Rightarrow t+1 = 9 + t - 6\sqrt{t}$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{t} = 8 \Rightarrow t = \frac{16}{9} \Rightarrow 5x^2 - 8x + 4 = \frac{16}{9} \Rightarrow$$

$$45x^2 - 72x + 20 = 0 \Rightarrow x = \frac{36 \pm 3\sqrt{44}}{45} = \frac{12 \pm 2\sqrt{11}}{15}$$

$$= 0/8 \pm \frac{2\sqrt{11}}{15}$$

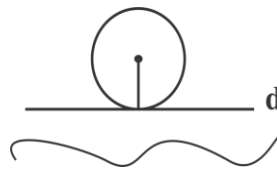
۸۵

هندسه

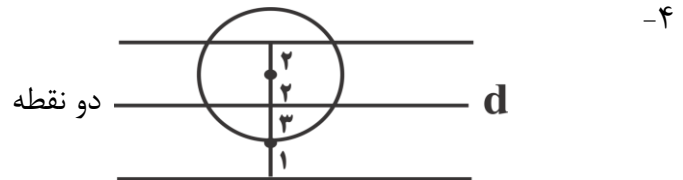
۱- گزینه ۱ درست است چون اگر دو نقطه منطبق باشند آن گاه از یک نقطه بی شمار خط می گذرد و اگر دو نقطه منطبق نباشند آن گاه یک خط می گذرد.

۲- مجموعه نقاطی که از یک نقطه به فاصله d باشند یک دایره است.

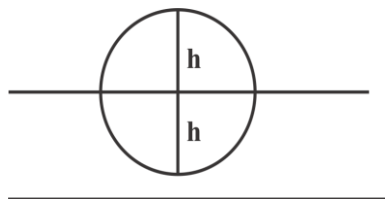
$$3x - 4 = 5 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$



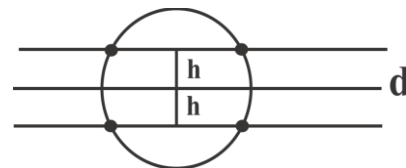
۳- یک خط موازی هر دو خط و در وسط آن ها به نام (خط میانگین)



۵-



حداقل صفر



حداکثر ۴

۶- اشتراک نقاط روی عمودمنصف AB و دایره هایی به مراکز A, B و شعاع ۳ که دو جواب دارند.

۷- نقاط برخورد عمودمنصف پاره خط AB با دایره که حداکثر ۲ است.

۸- نقاط خواسته سؤال روی نیم ساز زاویه های بین این دو خط است و چون ۴ زاویه داریم پس ۴ نقطه وجود دارد.

۹- محل برخورد نیمسازها و یکتا

۱۰- نقطه برخورد عمودمنصف ها که در مثلث قائم الزاویه وسط وتر و در مثلث با زاویه منفرجه خارج مثلث است پس حداکثر یک

-۱۱

$$a_1 = \frac{a_1}{1} = \dots = \frac{a_n}{n} \stackrel{\text{فرض}}{=} 1 \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{a_1}$$

$$= \frac{1+2+\dots+n}{1} = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2}$$

-۱۲

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \stackrel{\text{فرض}}{\Rightarrow} \begin{cases} a = c = k \\ b = d = 1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{2(k)^2 + 2(k)^2}{2(1)^2 + 2(1)^2}} = \sqrt{\frac{\Delta k^2}{\Delta}} = k$$

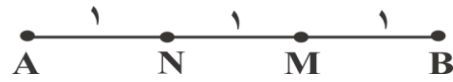
-۱۳

$$\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 2 \Rightarrow \begin{cases} AM = BN = 2 \\ MB = AN = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow NM = 1$

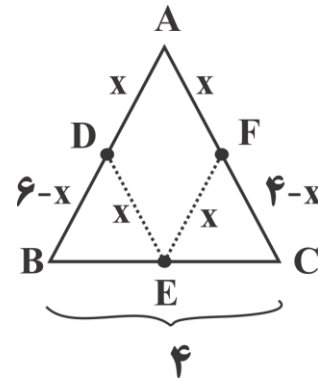
$\Rightarrow \boxed{NM = \frac{a}{3}}$

$\Rightarrow AB = a = 3$



-۱۴

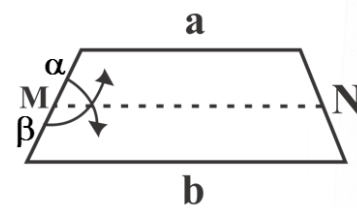
$ED \parallel AC \Rightarrow \frac{6-x}{6} = \frac{x}{4} \Rightarrow \boxed{x = AD = \frac{12}{5}}$



-۱۵

$MN = \frac{\alpha b + \beta a}{\alpha + \beta} \Rightarrow 4 = \frac{(15)(8+x) + (165)(1/8)}{15+165}$

$\Rightarrow 720 = 297 + 15x + 120 \Rightarrow \boxed{x = 20/2}$

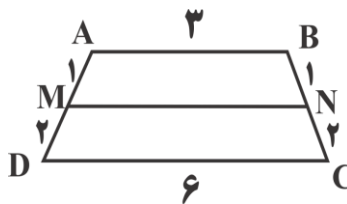


۱۶- میانه ها به نسبت ۲ و ۱ متقاطع:

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \\ y = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

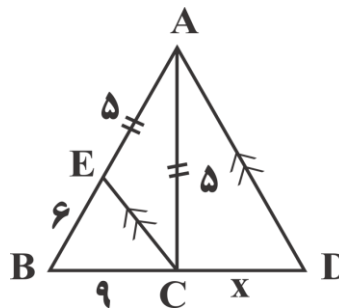
$$\Rightarrow MN = \frac{(1)(6) + (2)(3)}{1+2} = 4$$

-۱۷



-۱۸

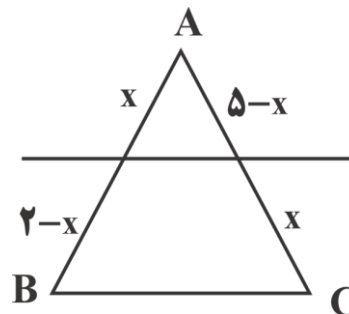
$$\frac{x}{9} = \frac{5}{6} \Rightarrow \boxed{x = 7.5}$$



-۱۹

$$AB = \frac{2AC}{5} \text{ فرض } \Rightarrow \begin{cases} AB = 2 \\ AC = 5 \end{cases}$$

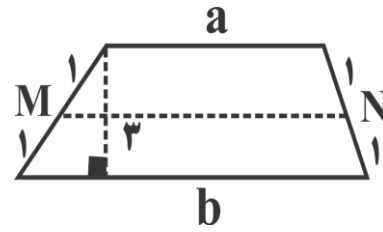
$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{5-x}{5} \Rightarrow \boxed{x = \frac{10}{7}} \Rightarrow \frac{10}{7} = \frac{5}{\frac{7}{2}}$$



-۲۰-

$$S = \frac{1}{2}(a+b)h = ۲ \Rightarrow \boxed{a+b=۸}$$

$$MN = \frac{(1)(b) + (1)(a)}{1+1} = \frac{a+b}{2} \Rightarrow \boxed{MN=۴}$$



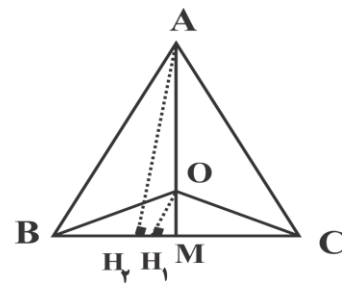
-۲۱-

تالس \Rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x_1}{BC} = \frac{1}{6}, \frac{x_2}{BC} = \frac{2}{6}, \dots, \frac{x_5}{BC} = \frac{5}{6} \\ \xrightarrow{BC=۱۸} \boxed{x_1=۳}, \boxed{x_2=۶}, \boxed{x_3=۹}, \boxed{x_4=۱۲} \\ \boxed{x_5=۱۵} \Rightarrow \boxed{\text{جمع}=۴۵} \end{array} \right.$

\Rightarrow طول پاره خط ها

-۲۲-

$$AH_2 \parallel OH_1 \Rightarrow \frac{OM}{AM} = \frac{OH_1}{AH_2} \Rightarrow \frac{OM}{AM} = \frac{OH_1 \times \frac{BC}{2}}{AH_2 \times \frac{BC}{2}} = \frac{S'}{S}$$



۹۰

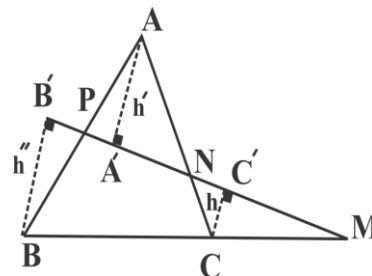
-۲۳

$$CC' \parallel BB' \Rightarrow \frac{BM}{CM} = \frac{BB'}{CC'}$$

$$CC' \parallel AA' \Rightarrow \frac{CN}{AN} = \frac{CC'}{AA'}$$

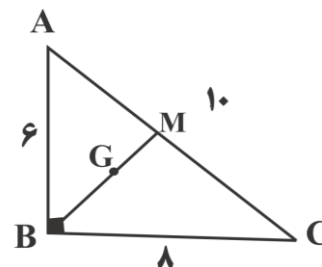
$$BB' \parallel AA' \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AA'}{BB'}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{BM}{CM} \times \frac{CN}{AN} \times \frac{AP}{BP} = 1}$$



-۲۴

$$\begin{cases} BM = \frac{10}{2} = 5 \\ MG = \frac{5}{3} \\ BG = \frac{10}{3} \end{cases} \Rightarrow \boxed{MG = 1/6}$$



با تقریب در گزینه ها وجود دارد.

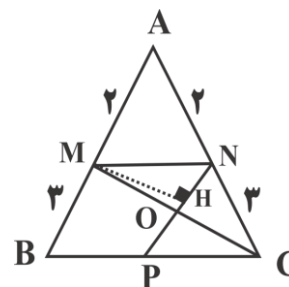
*به جای محاسبه فاصله عمود

-۲۵

$$BC \parallel MN \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$$

$$ON \parallel AM \Rightarrow \frac{ON}{AN} = \frac{2}{5}$$

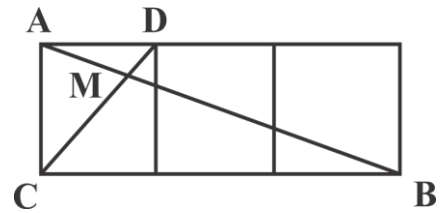
$$\frac{S_{OMN}}{S_{MNPB}} = \frac{(\frac{1}{5})(ON)(MH)}{(NP)(MH)} = \frac{ON}{2NP} = \frac{ON}{2MB} = \frac{1}{5} = 20\%$$



-۲۶

$$\triangle AMD \sim \triangle MBC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AD}{BC} \Rightarrow$$

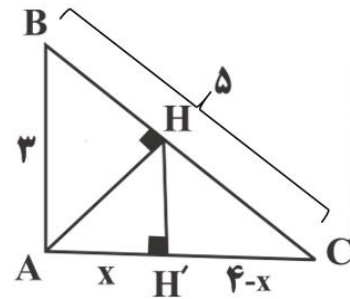
$$\frac{AM}{\sqrt{10} - AM} = \frac{1}{3} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{10}}{4}$$



-۲۷

$$\boxed{1} \quad AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\boxed{2} \quad (AH)^2 = AH' \times AC \Rightarrow \left(\frac{12}{5}\right)^2 = 4x \Rightarrow \boxed{x = 1/44}$$



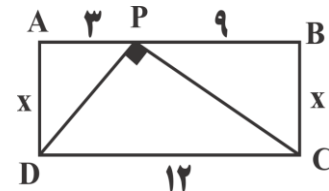
-۲۸

$$PC^2 = 11 + x^2$$

$$\boxed{+} \Rightarrow PC^2 + PD^2 = DC^2 = 90 + 2x^2$$

$$PD^2 = 9 + x^2$$

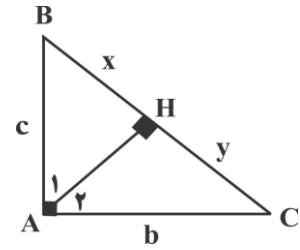
$$\Rightarrow x = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$



-۲۹

$$\triangle ACH \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AH}{c} = \frac{y}{b} \Rightarrow \frac{\sqrt{xy}}{c} = \frac{y}{b}$$

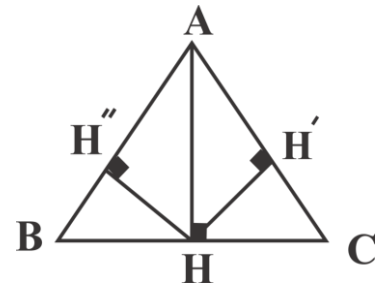
$$AH^2 = xy \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{xy}}{y} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$



-۳۰

$$\frac{S_{ABH}}{S_{ABC}} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{S_{ACH}}{S_{ABC}} = \frac{9}{10} \quad \frac{S_{ABH}}{S_{ACH}} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{3}}$$



آشنایی با برخی از انواع توابع

$$x - f(x) \geq 0 \Rightarrow x - x^2 + 3x \geq 0 \Rightarrow x^2 - 4x \leq 0 \Rightarrow$$

$$x(x-2)(x+2) \leq 0 \Rightarrow$$

x	-2	0	2
y	$-$	$+$	$-$

$$\Rightarrow [-2, 0] \cup [2, +\infty)$$

۲- چون عدد $\sqrt{x+3}$ همواره از $\sqrt{x+1}$ بزرگتر است پس دامنه تهی است.

-۳

$$\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2} \geq 0 \Rightarrow \frac{2}{x^2} \geq \frac{9}{2} \Rightarrow x^2 \leq \frac{4}{9} \Rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{x \neq 0} \left[-\frac{2}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{2}{3}\right]$$

-۴

$$x=0 \Rightarrow f(0)=0 \checkmark \xrightarrow{\text{حذف}} 1, 4 \quad x=4 \Rightarrow f(4)=\sqrt{2} \checkmark \xrightarrow{\text{حذف}} 3$$

-۵

$$x^2 + ax + b = (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=9 \end{cases} \Rightarrow -3$$

۹۴

-۶

$$x^2 + mx + n = x^2 - 5x + 4 \Rightarrow \begin{cases} m = -5 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow f(3) = \frac{4}{-2} = -2$$

-۷

$$\boxed{1} \quad x+1 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x \geq -1}$$

$$\boxed{2} \quad 3 - 2\sqrt{x+1} > 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} < \frac{3}{2} \Rightarrow x+1 < \frac{9}{4} \Rightarrow \boxed{x < \frac{5}{4}}$$

$$\Rightarrow -1 \leq x < \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{5}{4} - (-1) = \frac{9}{4}$$

-۸

$$x^2 + |x| - 2 \geq 0 \xrightarrow{x^2 = |x|^2} (|x| + 2)(|x| - 1) \geq 0 \Rightarrow |x| \geq 1$$

$\boxed{+}$

$$\Rightarrow x \geq 1 \quad \text{یا} \quad x \leq -1$$

-۹

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + x + 2} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{-x^2 - 4x}{\underbrace{2x^2 + x + 2}_{\Delta < 0, a > 0}} \geq 0 \Rightarrow -x^2 - 4x \geq 0 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x \leq 0 \Rightarrow \boxed{0 \leq x \leq 4} \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2$$

۹۵

-۱۰

$$f\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} \Rightarrow 1 - \frac{x^2}{4} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} \leq 1 \Rightarrow |x| \leq 2$$

$$\Rightarrow \boxed{-2 \leq x \leq 2}$$

-۱۱

$$\boxed{1} \quad x + 1 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x \geq -1}$$

$$\boxed{2} \quad -x > 0 \Rightarrow \boxed{x < 0}$$

$$\boxed{3} \quad 2 - \sqrt{x+1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} \leq 2 \Rightarrow \boxed{x \leq 3}$$

$$\boxed{4} \quad x + \sqrt{x+1} > 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} > -x \Rightarrow -x > x^2 \Rightarrow \boxed{-1 < x < 0}$$

$$\Rightarrow \Rightarrow \boxed{-1 < x < 0}$$

-۱۲

$$\boxed{1} \quad x \neq 0$$

$$\boxed{2} \quad x \neq 1$$

$$\boxed{3} \quad \frac{2x}{x-1} \neq 3 \Rightarrow \boxed{x \neq 3} \Rightarrow \boxed{S = \mathbb{R}}$$

۱۳- چون $y \in \mathbb{N}$ پس $x+5$ باید برابر مقسوم علیه های ۱۸ باشد.

$$\boxed{1} \quad x+5 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \times \\ x = -6 \times \end{cases}$$

$$\boxed{2} \quad x+5 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \times \\ x = -7 \times \end{cases}$$

$$\boxed{3} \quad x+5 = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \times \\ x = -8 \times \end{cases}$$

$$\boxed{4} \quad x+5 = \pm 6 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \checkmark \\ x = -11 \times \end{cases}$$

$$\boxed{5} \quad x+5 = \pm 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \checkmark \\ x = -14 \times \end{cases}$$

$$\boxed{6} \quad x+5 = \pm 18 \Rightarrow \begin{cases} x = 13 \checkmark \\ x = -23 \times \end{cases}$$

-۱۴

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 3 - \cos x \geq 0 \Rightarrow \frac{3-x}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \boxed{-2 \leq x \leq 3}$$

-۱۵

$$-x^2(x^2 - 25)^2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 5 \end{cases} \Rightarrow \text{سه عضو}$$

-۱۶

$$(2x-2)f(x) \geq 0 \Rightarrow$$

x	-2	0	1	2	
$2x-2$	-	-	-	+	+
$f(x)$	+	+	-	-	+
	-	-	+	-	+

$$\Rightarrow [0, 1] \cup [2, +\infty)$$

۹۷

-۱۷

ناحیه

$$xf(x) \geq 0 \Rightarrow xy \geq 0 \Rightarrow ۳, ۱ \Rightarrow [-۳, ۰] \cup [۱, ۲]$$

-۱۸

$$y = \frac{۲|x|(x-۴)}{x+۶} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & & -۶ & ۰ & ۴ \\ \hline y & + & \ominus & - & \ominus & + \end{array} \Rightarrow x \neq -۶, -۵, -۴, -۳, -۲, -۱, ۱, ۲, ۳$$

-۱۹

$$\boxed{۱} \quad x^2 + ۲ax + a + ۲ \xrightarrow{\Delta' \leq 0} a^2 - a - ۲ \leq 0 \Rightarrow \boxed{-۱ \leq a \leq ۲}$$

اشتراک

$$\Rightarrow \boxed{-۱ \leq a \leq ۰}$$

$$\boxed{۲} \quad x^2 - a \xrightarrow{x^2 = a} \boxed{a < ۰}$$

-۲۰

$$\underbrace{|x^۵ - x|}_{+} (x^2 - ۴) \geq 0 \Rightarrow x \geq ۲ \text{ یا } x \leq -۲ \Rightarrow \{-۱, ۰, ۱\} \text{ اعداد}$$

چون $|x^۵ - x|$ را صفر می کنند قابل قبول هستند.

-۲۱

$$\frac{۲x+۱}{x+۲} - x \geq 0 \begin{cases} \nearrow x=0 \Rightarrow ۲ \geq 0 \checkmark \\ \searrow x=-1 \Rightarrow 0 \geq 0 \checkmark \end{cases} \Rightarrow \text{گزینه ۳}$$

۹۸

-۲۲

و موارد الف و پ و ت درست $f(x) = \frac{1}{x}$

-۲۳

فقط مورد الف نادرست است.

-۲۴

$$D_f = \mathbb{R} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} \Rightarrow \Delta' < 0 \Rightarrow 9 - k < 0 \Rightarrow \boxed{k > 9}$$

-۲۵

$$2000 = \frac{255x}{100 - x} \Rightarrow 255x = 200000 - 2000x \Rightarrow$$

$$2255x = 200000 \Rightarrow x = 88/69 \approx 89$$

-۲۶

$$S = 356\sqrt{10} = 356 \times 3/16 = 1124/96 \approx 1125$$

-۲۷

$$1) \begin{cases} D_f = D_g \\ f(x) \neq g(x) \end{cases} \quad 2) \begin{cases} D_f = D_g \\ f(x) \neq g(x) \end{cases} \quad 3) \checkmark \quad 4) D_f \neq D_g$$

۹۹

-۲۸

$$(b^r, \Delta) = (9, a+1) \Rightarrow \begin{cases} b^r = 9 \Rightarrow b = \pm 3 \\ a+1 = \Delta \Rightarrow a = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + c + d = 10$$

$$(-c, d) = (-3, 3) \Rightarrow \begin{cases} c = 3 \\ d = 3 \end{cases}$$

-۲۹

$$y = |\Delta|x| - 2|x| = |3|x| = 3|x|$$

-۳۰

$$f(3) = g(3) \Rightarrow \frac{3+3k}{3-k} = 6 \Rightarrow 1+k = 6-2k \Rightarrow k = \frac{5}{3}$$

۱۰۰

توابع پله ای و جزء صحیح

-۱

$$[x] = 1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-2)^2} = |x-1| + |x-2|$$

$$= x-1-x+2=1$$

-۲

$$[\sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 3n}] \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} \text{فرض } n=1 \Rightarrow [\sqrt[3]{6}] = [1/\dots] = 1 = n$$

-۳

$$[x^2 + x] = -1 \Rightarrow -1 \leq x^2 + x < 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x + 1 \geq 0 \Rightarrow \mathbb{R} \\ x^2 + x < 0 \Rightarrow -1 < x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \\ 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0 \Rightarrow -1 + -1 - \dots = -2 \\ -1 < x^2 < 0 \Rightarrow [x^2] = -1 \end{cases}$$

-۴

$$\cdot < \sqrt{2} - 1 < 1 \xrightarrow{\text{توان } \gamma} \cdot < (\sqrt{2} - 1)^\gamma < 1 \Rightarrow [(\sqrt{2} - 1)^\gamma] = 0$$

$$\stackrel{+}{\Rightarrow} 0 + 3 = 3 = n + 2$$

$$[\sqrt{n^2 + 4n + 5}] \xrightarrow[n=1]{n \in \mathbb{N}; \text{فرض}} [\sqrt{10}] = [3/\dots] = 3$$

۱۰۱

-۵

$$\left[\frac{3n+7}{n+3} \right] = \left[\frac{3n+9-2}{n+3} \right] = \left[3 - \frac{2}{n+3} \right] = [2/\dots] = 2$$

-۶

$$\left[\frac{1-x}{x} \right] = 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{1-x}{x} < 2 \Rightarrow 1 \leq \frac{1}{x} - 1 < 2 \Rightarrow$$

$$2 \leq \frac{1}{x} < 3 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{3} < x \leq \frac{1}{2}} \xrightarrow{(-6)} -3 \leq -6x < -2 \Rightarrow [-6x] = -3$$

-۷

$$f(x) = \frac{3^{-[x]}}{3^{[-x]}} = 3^{-[x]-[-x]} = 3^{-([x]+[-x])} = \left(\frac{1}{3}\right)^{[x]+[-x]}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1 \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3 \end{cases} \Rightarrow 3(1) + 7(3) = 24$$

۸- چون $[3x], [x]$ هم علامت اند پس برای صفر شدن هر دو صفراوند:

$$\boxed{1} \quad [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

$$\text{اشتراک} \Rightarrow \left[0, \frac{1}{3}\right) \Rightarrow b-a = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{2} \quad [3x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{3}$$

-۹

$$-\frac{3}{2} = -1 - \frac{1}{2} \Rightarrow [x] + \left[x - \frac{1}{2}\right] - 1 - \left[x - \frac{1}{2}\right] = 3 \Rightarrow [x] = 4$$

$$\Rightarrow \boxed{4 \leq x < 5}$$

-۱۰

$$[x]^2 > 5 \Rightarrow \begin{cases} [x] > \sqrt{5} \Rightarrow [x] \geq 3 \Rightarrow \boxed{x \geq 3} \\ [x] < -\sqrt{5} \Rightarrow [x] \leq -3 \Rightarrow \boxed{x < -2} \end{cases}$$

-۱۱

$$f(x) = \underbrace{[x] + [-x]}_{\min=-1} + 2 \Rightarrow \min f(x) = 1$$

-۱۲

$$2[x] = 1 - [-x] \Rightarrow [x] + [x] + [-x] = 1 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow 1 \leq x < 2 \Leftarrow \boxed{x=1} \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow \boxed{2 \leq x < 3} \Leftarrow \boxed{2 < x < 3} \end{cases} \Rightarrow (2, 3) \cup \{1\}$$

-۱۳

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow (\cdot)(x^2 - 5) = -4 \quad \text{فاقد جواب}$$

$$x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow (-1)(x^2 - 5) = -4 \Rightarrow x^2 - 5 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \pm 3} \times$$

۱۰۳

-۱۴

$$A - C = \left[\frac{A}{B} \right] B \xrightarrow{\div B} \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \left[\frac{A}{B} \right] \Rightarrow \frac{A}{B} - \underbrace{\left[\frac{A}{B} \right]}_{\leq 1} = \frac{C}{B}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{C}{B} < 1 \xrightarrow{\times B} \boxed{0 \leq C < B}$$

-۱۵

$$\underbrace{[x + \cdot / \delta][x - 1 / \delta]}_{\in \mathbb{Z}} = x - \delta \Rightarrow (x + [\cdot / \delta])(x + [-1 / \delta]) = x - \delta$$

باید $\in \mathbb{Z}$ باشد

$$x^2 - 2x = x - \delta \Rightarrow x^2 - 3x = -\delta = [x]^2 - 3[x]$$

-۱۶

$$a + \sqrt{\delta} = \frac{2}{1 + \sqrt{2}} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{-2} = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow$$

$$a = \sqrt{2} - 1 - \sqrt{\delta} \Rightarrow [a] = [-1 / \dots] = -2$$

$\frac{1}{4} \quad \frac{2}{2}$

-۱۷

$$2 \leq 3 - |x+1| < 3 \xrightarrow{-3} -1 \leq -|x+1| < 0 \Rightarrow 0 < |x+1| \leq 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ -1 < x+1 \leq 1 \end{cases} \Rightarrow [-2, 0] - \{-1\}$$

$$\Rightarrow \boxed{-2 \leq x \leq 0}$$

۱۰۴

-۱۸

$$\text{تعریف برکت} \Rightarrow [1+x] \begin{cases} \in \mathbb{Z} \rightarrow 1+x \\ \notin \mathbb{Z} \rightarrow -[-1-x] = 1-[-x] \end{cases}$$

-۱۹

$$(2 \pm \sqrt{3})^4 = 16 \pm 32\sqrt{3} + 72 \pm 24\sqrt{3} + 9$$

$$(2 + \sqrt{3})^4 + (2 - \sqrt{3})^4 = 194 \Rightarrow [(2 + \sqrt{3})^4] = 194$$

-۲۰

$$\text{نکته} : 0 < \frac{u}{[u]} < 2; u \in \mathbb{R} - [0, 1] \Rightarrow 0 < \frac{2x}{[2x]} < 2 \Rightarrow 0 < P < 4$$

-۲۱

چون $x - 5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5$ در نتیجه هر دو عبارت $\sqrt{x-5}, [x]$ نامنفی هستند و چون ریشه مشترک برای صفر شدن هم ندارند پس معادله فاقد ریشه است.

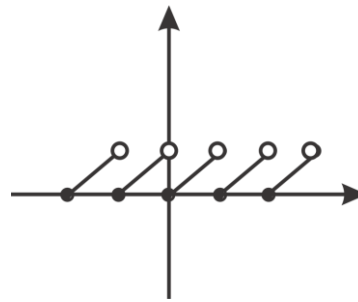
-۲۲

$$[A]! + [B]! = 24 + 2 = 4! + 2! \Rightarrow \boxed{A=4}, \boxed{B=2}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{A+B}{3} \right]! = \left[\frac{6}{3} \right]! = 2! = 2$$

۱۰۵

-۲۳

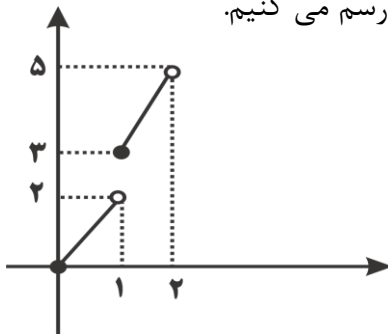


۵ پاره خط با طول $\sqrt{2}$

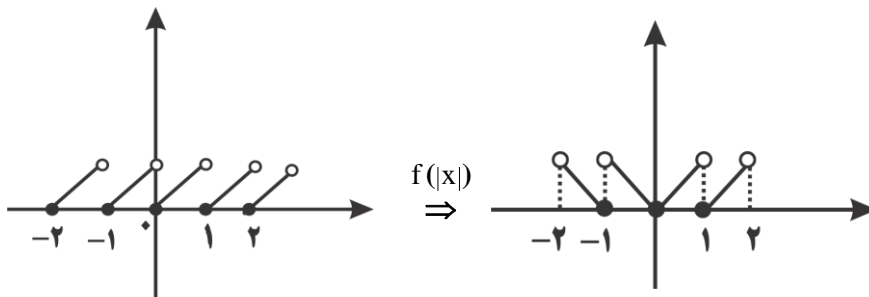
-۲۴

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ x & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

۲۵- نمودار را برای محدوده ای که خطوط زیر را پوشش می دهد را رسم می کنیم.

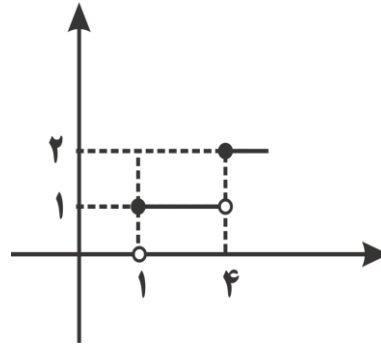


-۲۶



۱۰۶

$$|AB| = 4 - 1 = 3$$

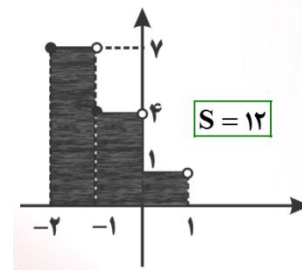


-۲۷

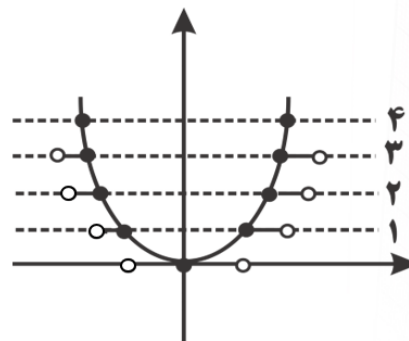
$$-2 < x < -1 \Rightarrow f(x) = 7$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = 4$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = 1$$



-۲۸



۷ پاره خط

-۲۹

-۳۰

چون جمع دو مختص مثبت است پس با قطعات ربع اول نمودار شامل براکت آغاز می کنیم:

$$0 \leq x < 2 \xrightarrow{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor = 0} y = x \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 1 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3} \Rightarrow x + y = \frac{2}{3}$$

۱۰۷

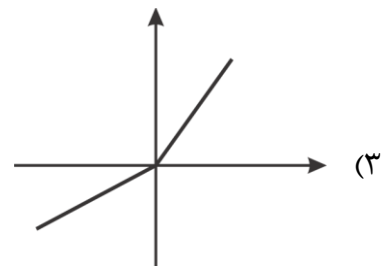
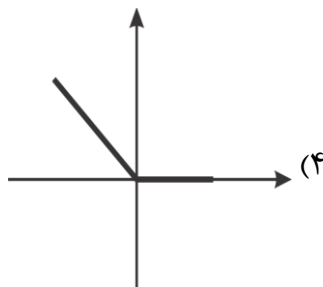
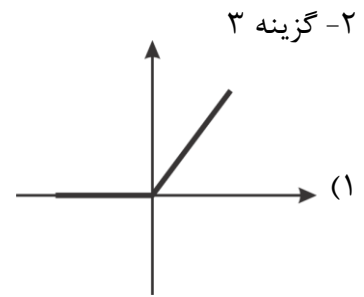
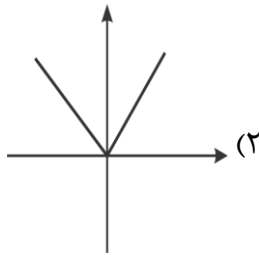
تابع یک به یک و وارون

-۱

$$\text{شرط تابع بودن} \Rightarrow b^2 + b = 2 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow (b, f(b)) = (1, 4), (-2, -a^2)$$

$$\xrightarrow{\text{بازنویسی}} f = \{(1, 4), (1, a+1), (-2, 2), (-2, -a^2)\} \xrightarrow{\text{یک به یک بودن}} a+1=4 \Rightarrow \boxed{a=3}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(-9) = -2$$



-۳

$$(-\infty, a) \cup [c, d]$$

۱۰۸

-۴

باید رأس نمودار در این بازه نباشد:

$$-1 < -\frac{m}{2} < 2 \Rightarrow -4 < m < 2 \Rightarrow \mathbb{R} - (-4, 2)$$

-۵

c همان طول رأس سهمی و a, b همان ریشه ها هستند.

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \\ c = \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{abc = 10}$$

-۶

$$1 + 5a \geq 5 - 3a \Rightarrow 8a \geq 4 \Rightarrow \boxed{a \geq 0.5}$$

-۷

توابع $y = |x|$, $y = x^2 - 4x$ غیر یک به یک اند.عبور از نقاط $(0,0)$, $(2,0)$, $(-2,0)$

۸- فقط مورد الف نادرست چون اعضای دامنه و برد تابع یک به یک برابرند.

۹- توابع هموگرافیک در حالتی که تبدیل به تابع ثابت می شوند غیر یک به یک اند.

$$\frac{\Delta x - 2a}{4x+1} = c \Rightarrow \Delta x - 2a = 4cx + c \Rightarrow (\Delta - 4c)x - 2a - c = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = \frac{\Delta}{4} \\ a = \frac{c}{2} = \frac{\Delta}{8} \end{cases}$$

۱۰- توابع خطی در حالت $y = x$ و یا $y = -x + b$ بر وارون خود منطبق اند پس چون عدد $\frac{1}{q}$ توانایی صفر

شدن برای حالت $y = x$ را ندارد داریم:

$$\frac{1}{p} = -1 \Rightarrow \boxed{P = -1}$$

-۱۱

دو خط وارون یکدیگرند

$$2x - 3y = b \Rightarrow x = \frac{b + 3y}{2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{b + 3x}{2} \Rightarrow 2y - 3x = b$$

$$\begin{cases} 2y - 3x = b \\ ax + by = \lambda \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{-3} = \frac{b}{2} = \frac{\lambda}{b} \Rightarrow \begin{cases} b = \pm 4 \\ a = \pm 2 \end{cases}$$

۱۲- امتحان گزینه \Leftarrow گزینه ۴

-۱۳

چون ضریب x صورت و عدد ثابت مخرج قرینه اند پس تابع بر وارونش منطبق است.

۱۱۰

۱۴- چون فقط یک نقطه تلاقی داریم پس حتماً روی $y = x$ است.

$$|x-2| + 3x = x \Rightarrow |x-2| = -2x \xrightarrow{x < 0} \begin{matrix} \oplus & \oplus \\ \text{باید} \end{matrix}$$

$$-x + 2 = -2x \Rightarrow \boxed{x = -2} \rightarrow \boxed{y = -2}$$

$$d = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

-۱۵

k همان طول رأس سهمی است.

$$f(x) = 2x^2 - 2x + 5 \Rightarrow k = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

-۱۶

$$(\cdot, y) \in f^{-1} \Rightarrow (y, \cdot) \in f \Rightarrow f(y) = y - \sqrt{\frac{2}{y+1}} = \cdot$$

$$\rightarrow y = \sqrt{\frac{2}{y+1}} \Rightarrow \text{امتحان گزینه ها} \Rightarrow \boxed{y = 1}$$

-۱۷

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & x \leq 0 \end{cases}$$

-۱۸

$$y = \frac{(x+1)^r + 3}{(x+1)^r - 2} \xrightarrow{(x+1)^r = t} y = \frac{t+3}{t-2} \Rightarrow (\cdot, y) \in f^{-1}$$

$$\Rightarrow (y, \cdot) \in f \Rightarrow \frac{y+3}{y-2} = \cdot \Rightarrow y = -3 \Rightarrow (x+1)^r = -3$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{-3} - 1 = -\sqrt[3]{3} - 1$$

۱۱۱

-۱۹

$$f^{-1}(\delta) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = \delta \xrightarrow{x=\alpha} f(\alpha) = f^{-1}(\delta) + \alpha - 3 \Rightarrow$$

$$2\alpha = 8 \Rightarrow \boxed{\alpha = 4}$$

-۲۰

$$f(x) = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ x & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} & x \geq 0 \\ x & x \leq 0 \end{cases}$$

$$\boxed{1} \quad \frac{x}{3} + 3x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0} \quad \checkmark$$

$$\boxed{2} \quad x + 3x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0} \quad \checkmark$$

فقط یک جواب

-۲۱

$$x = 2 \Rightarrow y = 5$$

$$1) 2 \quad \checkmark \quad 2) 2 \quad \checkmark$$

\Rightarrow

$$(2, 5) \in f, (5, 2) \in f^{-1}$$

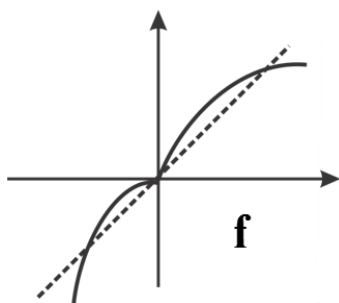
$$3) \sqrt{-6} \times \quad 4) \sqrt{24} \times$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow$$

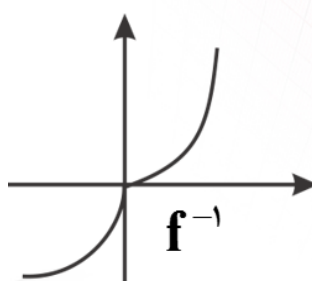
$$1) \sqrt{-3} \times \quad 2) 2 \quad \checkmark$$

$$(-1, -2) \in f, (-2, -1) \in f^{-1}$$

-۲۲



قربنه نسبت به
 $y = x$



۱۱۲

-۲۳

$$2f^{-1} = \{(2, 6), (1, -2), (0, 4), (-1, 0)\}$$

$$\Rightarrow \frac{2f^{-1}}{2} = \{(-1, 0), (0, -4)\}$$

$$f = \{(2, 2), (-1, 1), (2, 0), (0, -1)\}$$

-۲۴

$$f(x) = 3 - 2x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3-x}{2} \Rightarrow f^{-1}(2x^2 + 3) = -x^2 - x$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{-x^2 - x} \Rightarrow -x^2 - x \geq 0 \Rightarrow \boxed{-1 \leq x \leq 0}$$

-۲۵

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x) \Rightarrow [3, 8]$$

-۲۶

$$f(x) = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow \text{وارون بر خود تابع منطبق} \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

-۲۷

$$\text{تابع انتقال یافته} \Rightarrow y = \sqrt{-2x-1} + 1 \Rightarrow y^{-1} = -\frac{x^2}{2} + x - 1$$

$$\text{محاسبه یرد} \Rightarrow y = \sqrt{-2x-1} + 1 \Rightarrow y-1 = \sqrt{-2x-1} \Rightarrow \boxed{y \geq 1}$$

نامنفی باید نامنفی

۱۱۳

-۲۸

$m \leq n$ زیرا محل برخورد f با $y = x$ بخشی از محل برخورد f با f^{-1} است.

-۲۹

$$y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \xrightarrow[\text{توان ۲}]{y, x \text{ هم علامت}} y^2 = \frac{x^2}{1+x^2} \Rightarrow y^2 + y^2 x^2 = x^2$$

$$\Rightarrow x^2(1-y^2) = y^2 \Rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$$

-۳۰

$$f^{-1}\left(\frac{1+\sqrt{2}}{14}\right) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = \frac{1+\sqrt{2}}{14} \Rightarrow \frac{2\alpha-1}{2\alpha-2} = \frac{1+\sqrt{2}}{14}$$

$$\Rightarrow 28\alpha - 14 + 20 + 2\sqrt{2} - 30\alpha - 2\alpha\sqrt{2} = 0 \Rightarrow$$

$$2\alpha + 2\alpha\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 6 \Rightarrow \alpha(2 + \sqrt{2}) = \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \sqrt{2}}$$

اعمال جبری روی توابع

-۱

$$D_f : x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} [-2, -1] \cup [1, 2]$$

$$D_g : 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

-۲

$$D_f \cap D_g - (g = \cdot) = \{2, 4\} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow \frac{(3)(1) + (-2)}{-2} = -\frac{1}{2} \\ x = 4 \Rightarrow \frac{(3)(2) + 3}{3} = 3 \end{cases}$$

-۳

$$D_f \cap D_g - (g = 1) = \{-1, 1, 4\} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow \frac{(2)(9) + 2}{2} = 10 \\ x = 4 \Rightarrow \frac{(2)(\cdot) + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 \end{cases}$$

-۴

$$x = 2 \Rightarrow \frac{f(2)}{2} - g(2) = \frac{5}{2} - 3 = -\frac{1}{2}$$

۱۱۵

-۵

مقادیر تابع $(g-f) \cdot 2g$ را در دامنه $D_f \cap D_g$ محاسبه می کنیم.

$$D_f : -1 \leq x \leq 1$$

$$D_g : x = -3, -1, 0$$

اشتراک $\Rightarrow \{-1, 0\}$

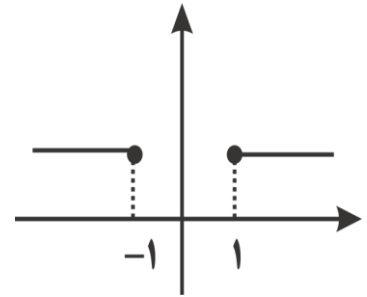
$x = 0 \rightarrow (7-1) \cdot (2)(7) = 84$

$x = -1 \rightarrow (4-0) \cdot (2)(4) = 32$

-۶

$$(f \cdot g)(x) = (x + \sqrt{x^2 + 1})(x - \sqrt{x^2 - 1}) = x^2 - x^2 + 1 = 1; x \in D_f \cap D_g$$

$$\Rightarrow y = 1; x \geq 1 \quad \text{یا} \quad x \leq -1 \Rightarrow$$



۷- دامنه همان D_f بوده ولی چون $f_{-1} \neq 0$ باشد پس یک زوج مرتب از کل کم می شود.

-۸

$$D_f \cap D_g - (g=0) = \{1, 2, 3\} \Rightarrow \frac{-f}{2g} = \left\{ \left(1, -\frac{1}{4}\right), \left(2, -\frac{1}{4}\right), \left(3, -\frac{1}{4}\right) \right\}$$

-۹

$$f(-1) + g(-1) = 5 \Rightarrow 2 - a + 3a - 2 + 3 = 5 \Rightarrow \boxed{a=1}$$

-۱۰

$$\boxed{1} \quad x - 1 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x \geq 1}$$

$$\boxed{2} \quad x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow \boxed{x \neq \pm 2}$$

-۱۱

$$\boxed{۱} \quad \sqrt{x-1} \neq 0 \Rightarrow \boxed{x \neq 1}$$

$$\boxed{۲} \quad \frac{x}{x-2} \neq 0 \Rightarrow \boxed{x \neq 0}$$

$$\boxed{۳} \quad x-2 \neq 0 \Rightarrow \boxed{x \neq 2}$$

-۱۲

$$x = f(0) = -1 \Rightarrow 2f(-1) + 3g(-1) = (2)(-2) + (3)(-1) = -7$$

-۱۳

$$x = 1 \Rightarrow \frac{f(1)}{g(1)} = 2 \Rightarrow \frac{f(1)}{-2} = 2 \Rightarrow \boxed{f(1) = -4}$$

$$\xrightarrow{+} \boxed{۱۹}$$

$$x = 2 \Rightarrow \frac{f(2)}{g(2)} = 7 \Rightarrow \frac{f(2)}{4} = 7 \Rightarrow \boxed{f(2) = 28}$$

-۱۴

$$y = (f \cdot g)(x) = (2x-1)(1+4x) \xrightarrow{y < 0} (2x-1)(1+4x) < 0$$

$$-\frac{5}{2} < x < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right) = 3$$

-۱۵

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{1-x^2}{x+3}$$

$$(f \cdot g)(x) = (1-x^2)(x+3)$$

$$\Rightarrow \frac{1-x^2}{x+3} = (1-x^2)(x+3) \begin{cases} 1-x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ \frac{1}{x+3} = x+3 \Rightarrow (x+3) = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -4 \end{cases} \end{cases}$$

۱۱۷

-۱۶

$$\boxed{۱} \quad ۴x - x^2 > 0 \Rightarrow x(4 - x^2) > 0 \Rightarrow \begin{array}{c} | \quad -۲ \quad \cdot \quad ۲ \\ | \quad + \quad \circ \quad - \quad \circ \quad + \quad \circ \quad - \\ | \end{array} \quad (-\infty, -2) \cup (0, 2)$$

$$\boxed{۲} \quad |x+1| - x \geq 0 \Rightarrow |x+1| \geq x \Rightarrow \boxed{x \leq -\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{۳} \quad |x+1| \neq x \Rightarrow \text{فاقد جواب} \quad \text{اشتراک} \Rightarrow (-\infty, -2) \cup (0, 2)$$

اعداد ۱- و ۲- در دامنه نیستند.

-۱۷

$$D_f = \mathbb{R} - \{۲, ۳\}, D_g = \mathbb{R} - \{۶, ۷\}, g \neq 0 \Rightarrow \boxed{x \neq ۴, ۵}$$

$$\Rightarrow D_f \cap D_g - (g=0) = \mathbb{R} - \{۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷\} \Rightarrow n(A) = ۶$$

-۱۸

$$-۲ < \frac{1+2x}{۳} < ۶ \xrightarrow{\times ۳} -۶ < 1+2x < ۱۸ \xrightarrow{-1} -۷ < 2x < ۱۷ \Rightarrow \boxed{-\frac{۷}{۲} < x < \frac{۱۷}{۲}}$$

$$۱ \leq x - ۲ \leq ۸ \xrightarrow{+۲} \boxed{۳ \leq x \leq ۱۰} \quad \text{اشتراک} = [۳, \frac{۱۷}{۲})$$

-۱۹

$$\frac{(f \cdot g)(1)}{(f - g)(3)} = \frac{f(1) \cdot g(1)}{f(3) - g(3)} = \frac{(-1)(1)}{1 - 3} = \frac{1}{2}$$

۱۱۸

-۲۰

$$(f+g)(x) = \sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2} = \left| \sqrt{x-4}-2 \right| + \left| \sqrt{x-4}+2 \right|$$

$$= -\sqrt{x-4}+2 + \sqrt{x-4}+2 = 4$$

-۲۱

$$D_f \cap D_g = \{2, 3\} \Rightarrow \boxed{b=2}, \boxed{c=3}$$

$$\Rightarrow \frac{a-c}{b+c} = \frac{-6}{5}$$

$$a = g(3) - f(3) = -1 - 2 = -3 \Rightarrow \boxed{a=-3}$$

-۲۲

$$-4 \leq 2x \leq 8 \Rightarrow \boxed{-2 \leq x \leq 4}$$

$$-4 \leq 4x \leq 8 \Rightarrow \boxed{-1 \leq x \leq 2}$$

اشتراک \rightarrow $\boxed{-1 \leq x \leq 2}$

-۲۳

$$f^{-1} = \{(2, 1), (3, -1), (-2, 2), (1, 4)\}$$

$$\Rightarrow f^{-1} - g^{-1} = \{(2, -2), (3, -5), (1, 3)\}$$

$$g^{-1} = \{(2, 3), (3, 4), (4, 2), (1, 1)\}$$

-۲۴

$$D_f \cap D_g = \{-1, 0, 4\}$$

$$(2g-f)(-1) = 2$$

$$(2g-f)(0) = 2 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \sqrt{28}$$

$$(2g-f)(4) = 4$$

-۲۵

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow f(-1) - 2g(-1) + f(-3) \cdot g(-3)$$

$$g(x) = x + 2 = (2) - (2)(2) + \left(\frac{1}{3}\right)(0) = -2$$

-۲۶

$$f(x) = (x+1)(x+2)$$

$$\Rightarrow f(x-1) - g(x-1) = (x)(x+1) - x^2$$

$$g(x) = (x+1)^2 = x^2 + x - x^2 = x$$

-۲۷

$$f(x) - g(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-2} - \sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 2\sqrt{x-2} = \sqrt{4x-8} = \sqrt{ax+b}$$

$$\frac{b}{a} = -2$$

-۲۸

$$a^2 x^2 - 4ax + 4 = 4(x-1)^2 = 4(x^2 - 2x + 1) \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a + b = 2$$

$$x^2 - (b+1)x + b = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow b = 1$$

اگر مخرج $f(x)$ فاقد ریشه باشد آن گاه $a = 0$, $a + b = 1$

۱۲۰

-۲۹

$$f(x) + g(x) = |x-1| + |x| \xrightarrow[\text{تابع ثابت}]{\text{تبدیل به}} \boxed{0 < x < 1}$$

$$f(x) - g(x) = |x-1| - |x| \xrightarrow{0 < x < 1} -x + 1 - x = -2x + 1$$

-۳۰

$$x = 2 \begin{cases} f(2) + g(2) = \frac{1}{2} \\ g(2) = -2f(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(2) = -\frac{1}{2} \\ g(2) = 1 \end{cases} \Rightarrow f(2) - g(2) = -\frac{3}{2}$$

فقط گزینه ۱

۱۲۱

مثلثات

۱- اگر مرکز دایره $O(\alpha, \beta)$ باشد و نقطه A را θ درجه ساعتگرد دوران دهیم مختصات جدید $A'(\alpha + R \cos \theta, \beta + R \sin \theta)$ است.

$$\begin{cases} O(0, 2) \\ A(3, 2) \Rightarrow A'(0 + 3 \cos 120^\circ, 2 - 3 \sin 120^\circ) = \left(-\frac{3}{2}, 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) \\ R = 3 \end{cases}$$

-۲

$$MN = 90^\circ \Rightarrow \theta = \frac{l}{r} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{l}{3} \Rightarrow l = \frac{3}{2}\pi = 4.71$$

-۳

$$\sin \theta = \frac{DF}{BF} = \frac{DF}{1} \Rightarrow DF = 1 \sin \theta$$

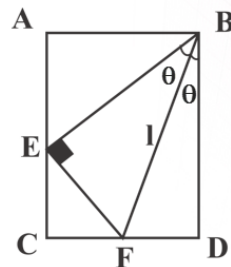
$$\text{مضلع } BDEF \Rightarrow \underset{90}{E} + \underset{2\theta}{F} + \underset{90}{B} + \underset{90}{D} = 360 \Rightarrow \boxed{F = 180 - 2\theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{CEF = 2\theta}$$

$$\triangle EFB \sim \triangle FBD \Rightarrow EF = DF = 1 \sin \theta$$

$$\Rightarrow \cos CEF = \cos 2\theta = \frac{DF}{1 \sin \theta} \Rightarrow DF = 1 \sin \theta \cos 2\theta$$

$$\Rightarrow CD = 1 \sin \theta \cos 2\theta + 1 \sin \theta \Rightarrow 1 = \frac{6}{\sin \theta (1 + \cos 2\theta)}$$



-۴

$$\frac{۱۳\pi}{۴} = ۲\pi + \frac{\Delta\pi}{۴} \Rightarrow A'(\cos(\frac{\pi}{۴}), \sin(-\frac{\pi}{۴})) \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۰$$

$\pi + \frac{\pi}{۴}$

-۵

$$\frac{۱۶\pi}{۵} = ۵۷۶^\circ \Rightarrow ۵۷۶^\circ - ۵۳۱^\circ = ۴۵^\circ \xrightarrow[\text{محیط دایره } \lambda]{\frac{1}{\lambda}} \left(-\frac{1}{\lambda}\right)(۲\pi R) = \frac{\pi R}{۴}$$

$$= \frac{(۳/۱۴)(۲۰)}{۴} = ۱۵/۷$$

-۶

$$\frac{۱۰۰۰\text{km}}{۳۶۰۰\text{km}} = \frac{1}{۴۵} \Rightarrow 1 = ۱۲/۵ \Rightarrow \theta = \frac{1}{r} = \frac{۱۲/۵}{۵} = ۲/۵$$

-۷

$$\frac{۶۰\text{min}}{x} = \frac{۲\pi}{۲/۵\pi} \Rightarrow \boxed{x = ۷۵\text{min}}$$

۸- در ساعت m, h دقیقه زاویه بین عقربه ها $|۵/۵m - ۳۰h|$ است.

$$\theta = |(\frac{۵}{۵})(۴۵) - (۳۰)(۲)| = ۱۸۷/۵$$

-۹

$$\text{زاویه بین هر کابین} = \frac{۲\pi}{۴۰} = \frac{\pi}{۲۰}$$

$$\text{زاویه چرخش} = \frac{۴۷\pi}{۱۰} = \frac{۴\pi}{۱۰} + \frac{۷\pi}{۱۰}$$

جای اول

$$\Rightarrow \frac{\pi}{۲۰} \text{ زاویه} \quad 1 \text{ واحد جا به جایی } x \quad \Rightarrow x = ۱۴ \rightarrow \boxed{۳ + ۱۴ = ۱۷}$$

$$\frac{۷\pi}{۱۰} \text{ زاویه}$$

۱۰- زوایای به فرم $x = \frac{2k\pi}{n}$ تشکیل یک ضلعی منتظم می دهند.

-۱۱

$$A = \frac{0+1}{0-1} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{-1}{-2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$B = -\sqrt{3} - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

-۱۲

$$2 \cos(180 - 10) + 2 \sin(90 - 10) + \cos(90 + 10) - 3 \sin(180 + 10) =$$

$$-2 \cos 10 + 2 \cos 10 - \sin 10 + 3 \sin 10 = 2 \sin 10$$

-۱۳

$$\sin \frac{5\pi}{6} \cdot \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \left(\frac{1}{2}\right)(-\tan \alpha) = 4 \Rightarrow \boxed{\tan \alpha = -4}$$

$$\frac{\boxed{-}}{\rightarrow} \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\cot \alpha = -\frac{1}{4}}$$

-۱۴

$$\frac{-\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(3\pi + x)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x)} = \frac{-\cos x - \sin x}{\sin x - \cos x} \cdot \frac{\div \cos x}{\div \cos x} = \frac{-1 - \tan x}{\tan x - 1} = \frac{-\frac{5}{3}}{-\frac{1}{3}} = 5$$

۱۲۴

-۱۵

$$\frac{2 \sin(270^\circ - 20^\circ) - \cos(180^\circ - 20^\circ)}{\sin(180^\circ - 20^\circ) + 3 \cos(90^\circ - 20^\circ) - \sin(90^\circ + 20^\circ)} = \frac{-2 \cos 20^\circ + \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ} = \frac{-\cos 20^\circ}{4 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}$$

$$\frac{\div \sin 20^\circ}{\div \sin 20^\circ} = \frac{-\cot 20^\circ}{4 - \cot 20^\circ} = \frac{-\frac{4}{3}}{4 - \frac{4}{3}} = -2$$

-۱۶

$$1 \text{ rad} \approx 57^\circ \Rightarrow \begin{cases} 1 \text{ rad} = 57^\circ \Rightarrow \text{ربع اول} \\ 4 \text{ rad} = 228^\circ \Rightarrow \text{ربع سوم} \\ 5 \text{ rad} = 285^\circ \Rightarrow \text{ربع چهارم} \end{cases} \Rightarrow A > B > C$$

-۱۷

جمع برابر صفر \Rightarrow کسینوس ها قرینه اند \Rightarrow زوایا مکمل یکدیگر

-۱۸

$$\sqrt{2} \cos\left(11\pi + \frac{\pi}{4}\right) + 3 \tan\left(11\pi + \frac{\pi}{4}\right) - 4 \cot\left(11\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= (\sqrt{2})\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + (3)(1) - (4)(1) = -2$$

۱۹- چون صورت $\sin 55^\circ$ را دارد همه را به این زاویه تبدیل می کنیم:

$$A = \frac{\sin 55^\circ + 2 \cos(270^\circ - 55^\circ)}{3 \sin(360^\circ - 55^\circ) - \cos(270^\circ + 55^\circ)} = \frac{\sin 55^\circ - 2 \sin 55^\circ}{-3 \sin 55^\circ - \sin 55^\circ} = \frac{1}{4}$$

۱۲۵

-۲۰

$$\sin(۲۷۰^\circ - \theta) = -\cos \theta = -\sqrt{1 - \frac{۸}{۹}} = -\frac{۱}{۳}$$

-۲۱

$$\alpha = \beta + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \sin \alpha = \sin\left(\beta + \frac{\pi}{۲}\right) = \cos \beta$$

-۲۲

$$\sin x = \pm ۱ \begin{cases} \sin x = ۱ \rightarrow |\delta - ۳| = |۲| = ۲ \times \\ \sin x = -۱ \rightarrow |-\delta - ۳| = |-\delta| = ۸ \checkmark \end{cases}$$

-۲۳

$$y = -۲ \sin\left(\frac{۱}{۲} + \frac{۳x}{۲}\right)\pi \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{\frac{۳\pi}{۲}} = \frac{۴}{۳}$$

$$y = \delta \cos\left(\frac{kx}{۲} + ۳\right)۲\pi \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{|k\pi|} = \frac{۲}{|k|}$$

$$\Rightarrow \frac{۸}{|k|} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \boxed{|k| = ۶}$$

۱۲۶

-۲۴

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Rightarrow \boxed{\text{Max} = 1 - (-1) = 2}$$

-۲۵

$$y = 0 \Rightarrow \cos 4x = 0 \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow k = 0, 1, 2, \dots, 7 \Rightarrow \text{نقطه}$$

-۲۶

$$\tan \alpha = -\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{2\pi}{3}}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{3} \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right) - 1 = \sqrt{3} \sin \alpha - 1$$

-۲۷

$$x = 0 \Rightarrow y = a = 2 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$\Rightarrow \boxed{a + b = 0 \text{ یا } 4}$$

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{T = \pi} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

-۲۸

$$\boxed{a = -2}, \left(\frac{2}{3}, 0\right) \in y \Rightarrow -2 \sin \frac{2b\pi}{3} = 0 \Rightarrow \frac{2b\pi}{3} = \pi \Rightarrow \boxed{b = \frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{ab = -3}$$

۱۲۷

-۲۹

$$f(x) = a \sin\left(bx + \frac{\pi}{2}\right) = a \cos x$$

$$\boxed{۱} \quad \min = a = -۲$$

$$\boxed{۲} \quad \left(\frac{\pi}{۲}, ۰\right) \in f \Rightarrow a \cos \frac{b\pi}{۲} = ۰ \Rightarrow \cos \frac{b\pi}{۲} = ۰ \Rightarrow \frac{b\pi}{۲} = \frac{۳\pi}{۲} \rightarrow \boxed{b = ۳}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{۱۲}\right) = -۲ \cos \frac{\pi}{۴} = -\sqrt{۲}$$

-۳۰

$$T = \frac{\pi}{۲} - \left(-\frac{\pi}{۲}\right) = \pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow \boxed{۲ = x \text{ ضریب}}$$

حذف ۲ و ۴

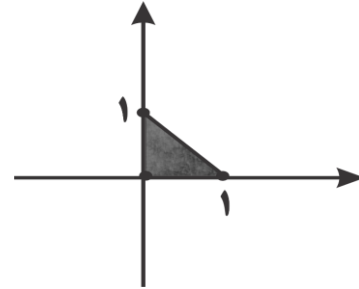
$$x = ۰ \Rightarrow y(۰) > ۰ \xrightarrow{\text{گزینہ ۱}} ۱ + \sin\left(\frac{\pi}{۶}\right) > ۰ \quad \times \Rightarrow \text{گزینہ ۳}$$

توابع نمایی و لگاریتم

-۱

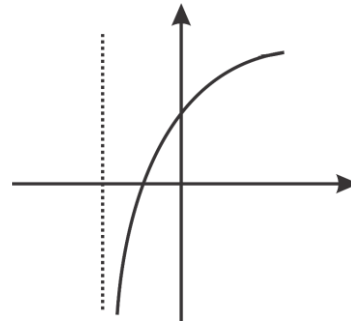
$$y = 2^x \xrightarrow{x=0} A(0, 1) \quad y^{-1} = \log_2^x \xrightarrow{y=1} B(1, 0)$$

$$S = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$



-۲

$$f(x) = 2^x - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2^{(x+2)} \Rightarrow$$



-۳

$$2^x = t \Rightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2^x = 2 \Rightarrow x = \log_2^2 \\ t = 2^x = -2 \Rightarrow \text{فاقد جواب} \end{cases}$$

-۴

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^{x-1} > \frac{1}{10} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^{x-1} > \frac{2}{25} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^{x-1} > \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{5} < 1 \Rightarrow x-1 < 2 \Rightarrow \boxed{x < 3} \Rightarrow \boxed{x = 1, 2}$$

-۵

$$(۱۲)^{۲x-۴} = (۲^۲ \times ۳)^{۲x-۴} = ۲^{۴x-۸} \times ۳^{۲x-۴}$$

$$\Rightarrow ۲^{۴x-۱} \times ۳^{-x+۱} = ۲ \times ۳^۶$$

۱۴۵۸

$$(۱۸)^{۷-۲x} = (۲ \times ۳)^{۷-۲x} = ۲^{۷-۲x} \times ۳^{۱۴-۴x}$$

$$\Rightarrow ۲^{۴x-۲} = ۳^{x-۴} \Rightarrow \begin{cases} a = 4x - 2 \\ b = x - 4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a + b = 5x - 6}$$

-۶

$$۲^x = t \Rightarrow t - ۱۲۵ = \frac{۳۸۴}{t} \xrightarrow{t > 0} t^2 - ۱۲۵t - ۳۸۴ = 0 \Rightarrow$$

$$(t - ۱۲۸)(t + ۳) = 0 \Rightarrow ۲^x = ۱۲۸ \Rightarrow \boxed{x = \alpha = ۷} \Rightarrow \alpha^۲ + ۲\alpha = ۶۳$$

-۷

$$\boxed{۱} \quad \frac{۲m-۳}{m+۲} > 0 \Rightarrow m > \frac{۳}{۲} \text{ یا } m < -۲$$

$$\boxed{۲} \quad \frac{۲m-۳}{m+۲} \neq 1 \Rightarrow ۲m-۳ \neq m+۲ \Rightarrow \boxed{m \neq ۵}$$

-۸

$$(۰/۲۵)^x \geq (۰/۲)^x \Rightarrow \left(\frac{1}{۴}\right)^x \geq \left(\frac{1}{۵}\right)^x \Rightarrow \boxed{x \geq 0}$$

-۹

چون پایه ها اعداد بزرگتر از یک هستند پس نمودار با پایه بزرگتر بالاتر است $y = ۲^{۲x+۱}$

۱۳۰

-۱۰

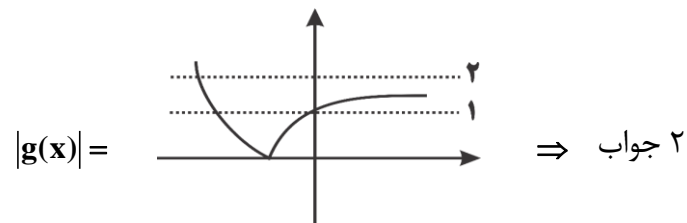
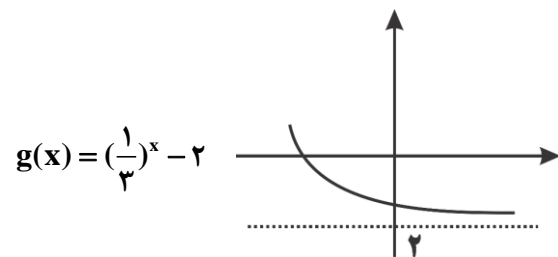
$$f(x_1 + x_2) = kb^{x_1+x_2+1} + kb^{x_2+x_1+1} = \frac{kb^{x_1+1} \cdot kb^{x_2+1}}{kb} = \frac{f(x_1) \cdot f(x_2)}{kb}$$

-۱۱

$$y = \frac{\delta^{rx} + 1}{\delta^{rx} - 1} \Rightarrow y(\delta^{rx}) - y = \delta^{rx} + 1 \Rightarrow \delta^{rx}(y - 1) = y + 1$$

$$\Rightarrow \delta^{rx} = \frac{y + 1}{y - 1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_{(\delta)^r} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = \frac{1}{r} \log_{\delta} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$$

-۱۲



-۱۳

$$\boxed{1} \frac{x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \boxed{x > -1}$$

$$\boxed{2} \log_r \frac{x-1}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} \geq 1$$

۱۳۱

-۱۴

$$(۴)^{۰.۷۵} = \sqrt[۴]{۴^۳} = \sqrt[۴]{۳^۶} = ۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۳}} + \sqrt{۳}$$

$$(۹)^{۰.۲۵} = \sqrt[۴]{۹} = \sqrt[۴]{۳^۲} = \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{(۱+\sqrt{۲})+\sqrt{۳}} \times \frac{(۱+\sqrt{۲})-\sqrt{۳}}{(۱+\sqrt{۲})-\sqrt{۳}} = \frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}}{۳+۲\sqrt{۲}-۳} = \frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۲}}$$

$$\frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۲}} + \sqrt{۳} = \frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۲}} = ۱ + \frac{۴}{۲\sqrt{۲}} = ۱ + \sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{۲}+۱}^{\sqrt{۲}-۱} = \log_{\sqrt{۲}+۱}^{(\sqrt{۲}-۱)^{-۱}} = -۱$$

-۱۵

$$\log_{(x^۲+۳x^۲+۳x-۱)} = \log_{(x)(x+۱)(x+۲)} \Rightarrow x^۲ + ۳x^۲ + ۳x - ۱ = (x)(x+۱)(x+۲)$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۳x^۲ + ۳x - ۱ = x^۲ + ۳x^۲ + ۲x \Rightarrow \boxed{x=۱}$$

-۱۶

$$\log \text{ شرط دامنه } \Rightarrow \frac{۲x+۳}{۴} > ۰ \Rightarrow \boxed{x > -\frac{۳}{۲}}$$

$$\log_{\frac{۴}{۵}}^{\frac{۲x+۳}{۴}} \geq -۱ \Rightarrow \frac{۲x+۳}{۴} \leq ۲ \Rightarrow ۲x+۳ \leq ۸ \Rightarrow \boxed{x \leq \frac{۵}{۲}}$$

۱۳۲

-۱۷

$$\log^{\frac{1}{a}} = 2/124 \Rightarrow -\log^a = 2/124 \Rightarrow \log^a = -2/124$$

$$\xrightarrow{\times 5} \Delta \log^a = -10/62 \Rightarrow \log^{\Delta a} = -10/62$$

$$\text{تعداد صفرها} = |[-10/62] + 1| = |-10| = 10$$

-۱۸

$$A = -\log_r^f \Rightarrow 3 < f < 9 \Rightarrow -2 < -\log_r^f < -1$$

$$B = \log_{\frac{f}{\sqrt{r}}}^f = \log_r^f - \frac{1}{2} = -4 \quad \Rightarrow \boxed{B < A < C}$$

$$C = \log_v^r \Rightarrow 7 < 2 < 7^1 \Rightarrow 0 < \log_v^r < 1$$

-۱۹

$$3^{x-a} = 3^{x^2} \xrightarrow[\text{در مبنا ۳}]{\text{از طرفین لگاریتم}} \log_3^{3^{x-a}} = \log_3^{3^{x^2}} \Rightarrow (x-a) = x^2 \log_3^3$$

$$\xrightarrow{\log_3^3 = k} \text{فقط یک جواب} \rightarrow kx^2 - x + a = 0 \rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 1 - 4ak = 0 \Rightarrow$$

$$a = \frac{1}{4k} = \frac{1}{4} \log_3^3 = \log_3^b \Rightarrow \boxed{b = \sqrt{3}}$$

۱۳۳

-۲۰

$$\log_x^x = 1 + \log_x^{1+y} \Rightarrow \boxed{x = 2 + 2y} \Rightarrow (x-y)(x+y) = 32$$

$$\Rightarrow (2-y)(2+2y) = 32 \Rightarrow 2y^2 + 4y - 28 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = 6$$

$$\Rightarrow \log_6^{(x+y)} = \log_6^8 = \frac{3}{2}$$

-۲۱

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1-\sqrt{2}}{-1} = \sqrt{2}-1, \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}, \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

$$\log_8^{(\sqrt{2}-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+2-\sqrt{2})} = \log_8^1 = 0$$

-۲۲

$$\sqrt[3]{4+2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(1+\sqrt{3})^2} = \sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \Rightarrow A = \log^{\sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \times \sqrt[3]{4}}$$

$$= \log^{\sqrt[3]{4}} = \log^2 \Rightarrow 10^A = 2$$

-۲۳

$$\frac{(\log^A - \log^r)(\log^A + \log^r)}{\frac{1}{2}\log^r \cdot 2\log^r} = \frac{(2\log^r)(4\log^r)}{(\log^r)^2} = 8$$

-۲۴

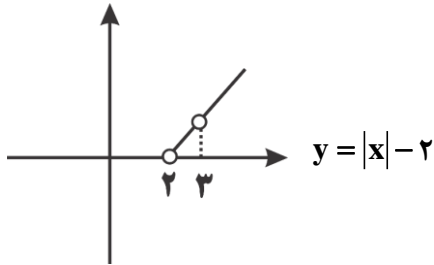
$$\log_r^r = \log_r^r + \log_r^{\frac{6}{5}} = 2/7 \Rightarrow \log_r^{\frac{6}{5}} = 1/2 \Rightarrow \boxed{\log_r^{\frac{6}{5}} = 0/6}$$

$$\log_9^8 = \frac{3}{2}\log_9^2 = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{6}{10}\right) = 0/9$$

۱۳۴

-۲۵

$$\boxed{1} \ y > 0 \quad \boxed{2} \ |x| - 2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases} \quad \boxed{3} \ x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \quad \boxed{4} \ x \neq 3$$



-۲۶

$$f(x) = \frac{r^x - 1}{r^x} = \frac{r^x}{r^x} - \frac{1}{r^x} = 1 - \frac{1}{r^x} = 1 - r^{-x}$$

$$\Rightarrow f(-x) = -f(x) \Rightarrow f(\log_r^x) + f(\log_r^{\frac{1}{x}}) = 0$$

-۲۷

$$x^{\log_r^{(x+1)}} = (x+1)^{\log_r^x} = x+1 \Rightarrow x+1+x^r = 3 \Rightarrow$$

$$x^r + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \times \\ x = -2 \times \end{cases} \Rightarrow \text{فاقد جواب}$$

-۲۸

$$\log_r^{r^x + r^x - y} = x(\log_r^r - \log_r^r) = x(\log_r^r) = \log_r^{r^x} \Rightarrow$$

$$r^x + r^x - y = r^x \Rightarrow r^x = y \Rightarrow x = \log_r^y$$

۱۳۵

-۲۹

$$\log \frac{x^2 + 6x^2 + 12x + 9}{x+3} = 1$$

$$\Rightarrow \log^{x^2+3x+3} = 1 \Rightarrow x^2 + 3x - 7 = 0$$

$$\frac{\Delta=37}{\Delta=37} \rightarrow x = \frac{-3 + \sqrt{37}}{2}$$

تجزیه $x^2 + 6x^2 + 12x + 9 = (x+3)(x^2 + kx + 3) \Rightarrow 3x + 3kx = 12x \Rightarrow \boxed{k=3}$

-۳۰

$$2 \log^{(a-4)} = 2 + \log^7 + \log^{18} = \log^{1 \cdot 7 \times 2 \times 18} = \log^{10 \cdot 252}$$

$$\Rightarrow (a-4)^2 = 10 \cdot 252 \Rightarrow a-4 = 10 \cdot 6 = 60 \Rightarrow \boxed{a=64}$$

$$\log_r^{64} = 6$$

۱۳۶

حد و پیوستگی

-۱

$$3x+1=4 \Rightarrow \boxed{x=1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(3x+1) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - \sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 1} = \frac{3-2}{1-1} = \frac{0}{0} \Rightarrow \times \frac{3x + \sqrt{x^2 + 3}}{3x + \sqrt{x^2 + 3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 - 3)}{(x^2 - 1)(3x + \sqrt{x^2 + 3})} = \frac{3}{4}$$

-۲

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3 - \sqrt{2x-1}}{2 - \sqrt{x-1}} = \frac{0}{0} \Rightarrow \times \frac{3 + \sqrt{2x-1}}{3 + \sqrt{2x-1}} \times \frac{2 + \sqrt{x-1}}{2 + \sqrt{x-1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(10 - 2x)(2 + \sqrt{x-1})}{(\Delta - x)(3 + \sqrt{2x-1})} = \frac{(2)(4)}{6} = \frac{4}{3}$$

-۳

$$g(x) = -\frac{2}{3}x, \quad f(x) = -\frac{2}{3}(x)(x+4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}(x)(x+4)}{x} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = -2$$

-۴

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{|x|} + \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{f(x)} = \frac{-x}{x} + \frac{-x}{\frac{3x}{2}} = -1 - \frac{2}{3} = -\frac{5}{3}$$

-۵

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \sqrt{9+4a} = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = a+1 \Rightarrow \sqrt{9+4a} = a+1$$

$$\Rightarrow \text{امتحان گزینه} \Rightarrow \boxed{a=4}$$

-۶

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(2x-2)}{[-2^+]} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

-۷

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x^2+2x+1)(3+\sqrt{2x-1})}{3+\sqrt{2x-1}} = -108$$

$$\text{تجزیه } x^2 - 3x^2 - 9x - 5 = (x-5)(x^2 + kx + 1) \Rightarrow x - 5kx = -9x \Rightarrow \boxed{k=2}$$

-۸

۱۳۸

-۹

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3} |x - 3| = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - 2}{x - 3} - (x - 3) = -1$$

-۱۰

$$\text{تجزیه گزینه ها} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(\sqrt[4]{2x+2})}{(\sqrt{2x}-4)(\sqrt{x^2}+2\sqrt{x}+4)} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{4(x-8)}{12(\sqrt{2x}-4)}$$

$$\Rightarrow \times \frac{\sqrt{2x}+4}{\sqrt{2x}+4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(\sqrt{2x}+4)}{3(2x-16)} = \frac{4}{3}$$

-۱۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} \Rightarrow \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \times \frac{x^2 + x\sqrt{x} + \sqrt{x^2}}{x^2 + x\sqrt{x} + \sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x^2 - x)}{3(x^2 - x)} = \frac{2}{3}$$

-۱۲

$$\text{صورت به ازای } x=1 \text{ صفر} \Rightarrow \text{مخرج به ازای } x=1 \text{ صفر} \Rightarrow 6+a=0 \Rightarrow \boxed{a=-6}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 7x + 6} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-5)(x-1)}{(x-6)(x-1)} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} - 6 = \frac{-26}{5}$$

۱۳۹

-۱۳

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1} \cdot (x+1) + \sqrt{x^2+x+1})}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}(x^2+x+1) + \sqrt{x+1})} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

-۱۴

مخرج به ازای $x=2$ صفر \Rightarrow صورت به ازای $x=2$ صفر $\Rightarrow 8-k=0 \Rightarrow \boxed{k=8}$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8}{2 - \sqrt{x+2}} \times \frac{2 + \sqrt{x+2}}{2 + \sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)(2 + \sqrt{x+2})}{(2-x)(2 + \sqrt{x+2})}$$

$$= (-1)(12)(4) = -48$$

-۱۵

مخرج به ازای $x=1$ صفر \Rightarrow صورت به ازای $x=1$ صفر $\Rightarrow \boxed{a=1}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x}-1)^2}{(x-1)^2} = \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} \right)^2 = \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)} \right)^2$$

$$= \frac{1}{9} \Rightarrow 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9}$$

-۱۶

حد ندارد $\Rightarrow x=2 \Rightarrow$ عضو منفرد دامنه $D_f = [4 + \infty) - \{2\} \Rightarrow$ الف)

حد یک طرفه، حد محسوب نمی شود. $D_f = [1, +\infty) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x-1}$ ب)

۱۴۰

$$\text{پ) } D_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 4} = 0$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2$$

$$\text{ث) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} \Rightarrow \text{حدود چپ و راست به علت قدرمطلق نابرابر}$$

$$\text{ج) } D_f = (0, +\infty) \Rightarrow \text{فاقد حد}$$

-۱۷

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{\sqrt{x^2 - 9}} + \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x^2 - 9}} &= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{\sqrt{(x-3)(x+3)}(\sqrt{x} + \sqrt{3})} + \frac{1}{\sqrt{x+3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{\sqrt{(x-3)(x+3)}(\sqrt{x} + \sqrt{3})} + \frac{1}{\sqrt{6}} = 0 + \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

-۱۸

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = [3^+] + [2^+] = 5$$

$$\Rightarrow 5 + 3 = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = [3^-] + [2^-] = 3$$

-۱۹

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} (x - [x] + \sin \frac{\pi [x]}{2}) = -2 - (-2) + \sin \frac{-2\pi}{2} = 1$$

 $\xrightarrow{\boxed{-}} \text{صفر}$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x - [x] + \sin \frac{\pi [x]}{2}) = -2 - (-2) + \sin \frac{-2\pi}{2} = 1$$

-۲۰

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 + 2(a - b)$$

$$x \rightarrow 2^+$$

$$\Rightarrow 1 + 2a - 2b = -1 + 2a - 2b \Rightarrow \boxed{a - b = -2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1 + 2(a - b)$$

$$x \rightarrow 2^-$$

-۲۱

$$x = -3 \quad \begin{array}{l} \text{مخرج در} \\ \text{صفر} \end{array} \Rightarrow x = -3 \quad \begin{array}{l} \text{صورت در} \\ \text{صفر} \end{array} \Rightarrow -3a + 3a = 0 \Rightarrow \text{برقرار}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(ax + 3a)(1 + \sqrt{\Delta x + 16})}{-15 - \Delta x} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(ax + 3a)(2)}{-15 - \Delta x} = 2 \Rightarrow$$

$$ax + 3a = -15 - \Delta x \Rightarrow \boxed{a = -5}$$

۱۴۲

-۲۲

نمودار پیوسته پس $x = a$ ریشه مشترک صورت و مخرج است.

$$\boxed{۱} \quad \text{صدق } a \text{ در صورت} \Rightarrow a^2 - a + b = 0 \Rightarrow \boxed{a = ۳}, \boxed{a = -۲}$$

$$\boxed{۲} \quad f(۳) = 0 \Rightarrow \frac{۹ - ۳ + b}{۳ - a} = 0 \Rightarrow ۹ - ۳ + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -۶}$$

$$\Rightarrow a + b = -۸ \checkmark \quad \text{یا} \quad -۳$$

-۲۳

$$\boxed{۱} \quad \text{ریشه مشترک } x = ۱ \Rightarrow ۱ + b + c = 0 \Rightarrow \boxed{b + c = -۱}$$

$$\boxed{۲} \quad f(-۲) = ۳ \Rightarrow \frac{-۸ - ۲b + c}{-۳} = ۳ \Rightarrow \boxed{-۲b + c = -۱}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{b = ۰} \\ \boxed{c = -۱} \end{cases} \Rightarrow b - c = ۱$$

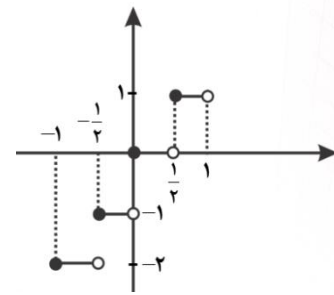
-۲۴

$$\lim_{x \rightarrow ۱^+} f(x) = ۲, \lim_{x \rightarrow ۱^-} f(x) = \frac{۱}{۶}, f(۱) = ۲ \Rightarrow \text{پیوسته از راست}$$

-۲۵

$$\lim_{x \rightarrow ۱^+} f(x) = (۱ - ۱)(۱) = ۰, \lim_{x \rightarrow ۱^-} f(x) = (۰ - ۱)(۰) = ۰, f(۱) = ۰ \quad \text{پیوسته}$$

۱۴۳



-۲۶

-۲۷

$$2x + 2/5 = k \Rightarrow x = \frac{k - 2/5}{2} \xrightarrow{k=1} \boxed{x = \frac{3}{4}}$$

-۲۸

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) \xrightarrow[\text{مزدوج صورت}]{\text{ضربدر}} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 8 - 8}{x(x+1)(\sqrt{(x+8)^2} + 2\sqrt{x+8} + 4)} = \frac{1}{12}$$

-۲۹

$$\lim_{x \rightarrow 1} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{1-\sqrt{x}} = -4$$

-۳۰

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{4-x^2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \sqrt{4-x^2} = 0 = f(-2) \quad \checkmark$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0 \quad \checkmark$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (x+1) = 0 \neq f(-1) \quad \times$$

۱۴۴

آمار و احتمال

-۱

$$S \text{ جدید} = \{(۲,۶), (۶,۲)(۳,۵), (۵,۳)(۴,۴)\} \Rightarrow P(A) = \frac{۲}{۵}$$

-۲ ۵ سفید و ۶ سیاه

$$P(\text{اولی سیاه}) = P(\text{سومی سیاه}) = \frac{۶}{۱۱}$$

-۳

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - \frac{۷}{۱۲}}{1 - \frac{۱}{۱۳}} = \frac{۵}{۸}$$

-۴

$$\text{مجموع زوج} = \underbrace{\text{هر دو زوج} + \text{هر دو فرد}}_{\text{هم جنس}} = \binom{۵}{۲} + \binom{۴}{۲} = ۱۶ \Rightarrow P(A) = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸}$$

-۵

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$$

$$\Rightarrow \frac{P(E|F)}{P(F|E)} = \frac{P(E)}{P(F)} \Rightarrow P(F) = \frac{۳}{۸}$$

$$P(F|E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}$$

-۶

$$\Rightarrow A', B', C' \text{ یا } A', B, C' \text{ یا } A, B', C' = \text{حالات فقط یک تیر}$$

$$n(s) = \binom{1}{6} \binom{2}{4} \binom{2}{2} + \binom{5}{6} \binom{1}{4} \binom{2}{2} + \binom{5}{6} \binom{2}{4} \binom{1}{2} = \frac{1}{12} + \frac{5}{36} + \frac{5}{24} = \frac{31}{72}$$

$$\rightarrow p(A) = \frac{n(A, B', C')}{n(s)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{31}{72}} = \frac{6}{31}$$

-۷

$$= \text{هیچ یه یک یا دو دختر} + \text{سه دختر} + \text{هیچ یا یک دختر} + \text{دو دختر} + \text{بدون دختر} + \text{یک دختر} = \text{حالات ممکن}$$

$$\binom{2}{8} \binom{1}{8} + \binom{2}{8} \binom{4}{8} + \binom{1}{8} \binom{7}{8} = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

-۸

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.3 \Rightarrow P(B) = \frac{10}{3} P(A \cap B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.2 \Rightarrow P(A) = 5P(A \cap B)$$

$$P(A) + P(B) = 0.6 \Rightarrow \frac{10}{3} P(A \cap B) + 5P(A \cap B) = \frac{6}{10} \Rightarrow \boxed{P(A \cap B)} = \frac{9}{125}$$

$$\Rightarrow P(A|B') = \frac{P(A - B)}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{5P(A \cap B) - P(A \cap B)}{1 - \frac{10}{3} P(A \cap B)} = \frac{\frac{36}{125}}{\frac{95}{125}} = \frac{36}{95}$$

-۹

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{16}{19} \Rightarrow P(B) = \frac{19}{16} P(A \cap B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{8}{15} \Rightarrow P(A) = \frac{15}{8} P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{19}{16} P(A \cap B) + \frac{15}{8} P(A \cap B) - P(A \cap B) = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{64}{165}$$

۱۴۶

-۱۰

$n(s) =$ چهار تقلبی + سه تقلبی + یک اصل + دو تقلبی + دو اصل + یک تقلبی + سه اصل

$$= \binom{4}{1} \times \binom{5}{3} + \binom{4}{2} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{3} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{4} = 40 + 60 + 20 + 1 = 121$$

$$\text{تنها یک سکه تقلبی} = \binom{4}{1} \times \binom{5}{3} = 40 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{121}$$

-۱۱

$$n(s) = \text{هر دو تاس برابر} + \text{تاس اول کمتر} = 6 + 15 = 21 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

$$A = \{(1,1), (1,2), (1,5), (2,2), (2,5), (5,5)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

-۱۲

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/1 = P(A) \cdot P(B)$$

$$0/6 = 0/5 + 0/2 - P(A \cap B)$$

-۱۳

$$P(\text{حداقل یکی سالم}) = 1 - P(\text{هر دو ناسالم}) = 1 - (0/3)(0/3) = 0/91$$

-۱۴

$$\frac{12}{n(s)} = \frac{4}{n(s)} + \frac{9}{n(s)} - \frac{36}{n^2(s)} \Rightarrow \frac{1}{n(s)} = \frac{36}{n^2(s)} \Rightarrow \boxed{n(s) = 36}$$

۱۴۷

-۱۵

$$p(\text{مجموع برابر } 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \Rightarrow p(\text{مجموع نابرابر } 7) = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$$

-۱۶

$P(A)$ = قبولی فرد اول

$$\Rightarrow (A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$$

$P(A)$ = قبولی فرد دوم

$$\frac{7}{16} = x + x - x - x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - \frac{7}{16} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \times \\ x = \frac{1}{4} \checkmark \end{cases} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{16}$$

$$p(A \cap B) = \frac{1}{16}$$

-۱۷

$$p(A - B) + p(B - A) = p(A) + p(B) - 2p(A \cap B)$$

$$= \frac{25}{100} + \frac{20}{100} - 2\left(\frac{25}{100}\right)\left(\frac{20}{100}\right) = \frac{45}{100} - \frac{10}{100} = \frac{35}{100}$$

-۱۸

$$A = \text{اعداد زوج} = \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow p(A) = \frac{4}{9}$$

$$B = \text{اعداد مضرب 3} = \{3, 6, 9\} \Rightarrow p(B) = \frac{3}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p(A \cap B) \neq 0 \\ p(A \cap B) \neq p(A).p(B) \end{cases} \Rightarrow \text{وابسته}$$

$$A \cap B = \text{اعداد مضرب 6} = \{6\} \Rightarrow p(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

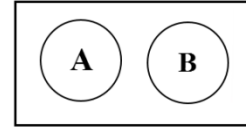
-۱۹

$$p(A) = \frac{30}{30} \times \frac{29}{30} \times \frac{28}{30} \times \frac{27}{30} = 1 \times \frac{29}{10} \times \frac{28}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{812}{1000}$$

۱۴۸

۲۰- گزینه ۳ نادرست

$$p(A - B) = p(A) \Rightarrow$$



-۲۱

$$A = \text{ظاهر شدن عدد ۳} = \{(1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3), (6, 3)\}$$

$$B = \text{مجموع دو تاس ۴} = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$$

$$C = \text{مجموع دو تاس ۷} = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

$$D = \text{مجموع دو تاس ۶} = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)\}$$

با مورد ب مستقل $p(A \cap X) = p(A) \cdot p(X) \Rightarrow$ چک کردن

-۲۲

$$p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow p^r(A) + p^r(B) = \frac{1}{8}$$

$$p(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$p(\text{ف, ف}) = \frac{9}{36}$$

$$p(\text{ز, ز}) = \frac{9}{36}$$

$$p(\text{ز, ف}) = \frac{9}{36}$$

$$p(\text{ف, ز}) = \frac{9}{36}$$

-۲۳

$$x = \frac{k + ۲ + k + ۵ + \dots + k + ۸۹}{۸۸} = \frac{۸۸k}{۸۸} + \frac{۲ + ۵ + \dots + ۸۹}{۸۸} =$$

$$k + \frac{\frac{۸۸}{۲}(۲ + ۸۹)}{۸۸} = k + ۴۵/۹$$

-۲۴

$$۱۰ = \frac{۷k + ۱۲p}{k + p} = ۱۰k + ۱۰p = ۷k + ۱۲p \Rightarrow ۳k = ۲p$$

مضارب ۳

$$\Rightarrow ۳ \text{ مضرب } p \Rightarrow ۲۱$$

-۲۵

$$\bar{x} - m = ۰ \Rightarrow \text{میانۀ} = \text{میانگین} \Rightarrow \text{تشکیل دنباله حسابی} \Rightarrow \text{هفت عدد متوالی}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = m$$

-۲۶

$$\text{دامنه تغییرات } ۳ \text{ برابر} \Rightarrow \text{داده ها } ۳ \text{ برابر و جمع با } I$$

-۲۷

$$\approx 29 = \text{واریانس} \left(\frac{9}{5}\right)^2 \text{ برابر} \Rightarrow \text{داده ها در فاصله} \frac{9}{5} \text{ برابر با عدد } 32$$

-۲۸

$$\bar{x} = 12 = \text{میانگین طول اضلاع مربع ها}$$

$$\Rightarrow \text{مجدور میانگین} - \text{میانگین مجذورات} = \text{واریانس}$$

$$= 5 = \delta^2 = \text{واریانس}$$

$$\Rightarrow 5 = x - (12)^2 \Rightarrow \boxed{x = 149}$$

-۲۹

$$\Rightarrow (11)^2 = 221 - (\bar{x})^2 = \text{مجدور میانگین} - \text{میانگین مجذورات} = (\text{انحراف معیار})^2$$

$$\Rightarrow (\bar{x})^2 = 100 \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 10}$$

-۳۰

$$\text{اولیه} \quad \bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_{18}}{18} = 25 \Rightarrow \boxed{x_1 + x_2 + \dots + x_{18} = 450}$$

$$\text{جدید} \quad \bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_{18} + 20 + 27 + 28}{21} = \frac{450}{21} + \frac{75}{21} = 25$$

$$\text{اولیه} \quad \delta^2 = \frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2}{18} = 9 \Rightarrow (x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 = 162$$

$$\text{جدید} \quad \delta^2 = \frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2}{21} = \frac{200}{21} = 9.52$$

۱۵۱