

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان قلعه گنج

محل مهر آموزشگاه

نام و نام خانوادگی:

نام پدر:

پایه: یازدهم تجربی

آموزشگاه: دخترانه ممتاز

نوبت: دوم

تاریخ: ۱۴۰۱/۲/۳۱

تعداد صفحه: ۴

نام درس: ریاضی ۲

تعداد سوال: ۱۵

زمان شروع: صبح

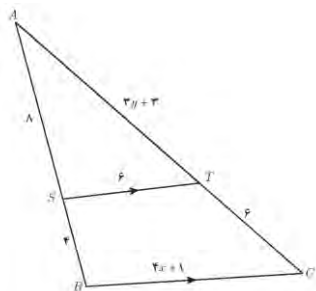
مدت پاسخگویی: ۱۱۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی دبیر: --- نمره به عدد: نمره به حروف: امضاء دبیر:

ردیف	سوالات صفحه اول	بارم
۱-	<p>گزینه مناسب را تعیین کنید.</p> <p>الف) فاصله نقطه <math>(2, -2)</math> را از خط <math>3x + 4y - 6 = 0</math> کدام است؟</p> <p>(A) <math>-\frac{4}{5}</math> (B) <math>\frac{4}{5}</math> (C) <math>\frac{8}{5}</math> (D) <math>\frac{6}{5}</math></p> <p>ب) در هر مثلث هر پاره خطی که وسط دو ضلع را به هم وصل می کند ..... ضلع سوم است.</p> <p>(A) موازی (B) مساوی (C) موازی و برابر نصف (D) موازی و مساوی</p> <p>پ) اگر نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر <math>\frac{4}{25}</math> باشد نسبت محیط های آن ها برابر</p> <p>(A) <math>\frac{16}{625}</math> (B) <math>\frac{2}{5}</math> (C) <math>\frac{4}{5}</math> (D) <math>\frac{4}{50}</math></p> <p>ت) رابطه <math>\cos(30 - x) = \sin 2x</math> به ازای کدام مقدار <math>x</math> برقرار است.</p> <p>(A) ۶۰ (B) ۴۵ (C) ۳۰ (D) ۹۰</p> <p>ث) اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو پیشامد مستقل باشند آنگاه کدام گزینه صحیح است؟</p> <p>(A) <math>P(A \cap B) = P(A) \times P(B)</math> (B) <math>P(A \cap B) = P(S)</math></p> <p>(C) <math>A \cap B = \emptyset</math> (D) <math>A \cap B = A \times B</math></p>	۱/۲۵
۲-	<p>الف) مساحت مربعی که دو راس مجاور آن <math>A(2, -2)</math> و <math>B(-1, 3)</math> است را بیابید.</p> <p>ب) معادله روبرو را حل کنید.</p> <p><math>\sqrt{2-x} = x</math></p>	۱/۷۵

الف) به کمک برهان خلف ثابت کنید اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $n^2$  فرد باشد آنگاه  $n$  نیز فرد است.

۲



ب) در شکل مقابل  $ST \parallel BC$  است. مقادیر  $x$  و  $y$  را بیابید.

-۳

اگر  $f(x) = \frac{6x-5}{x-2}$  باشد، مقدار  $f^{-1}(7)$  را تعیین کنید.

۰/۷۵

-۴

اگر  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  و  $g(x) = x^2 - 4$  باشد؛

الف) ضابطه و دامنه  $\frac{f}{g}$  را تعیین کنید.

۱/۷۵

-۵

ب) مقدار  $(f + 2g)(-1)$  را تعیین کنید.

نمودار تابع  $y = -2 \sin x + 1$  را در فاصله  $[0, 2\pi]$  را رسم کنید و مقدار ماکسیمم و می نیمم نمودار را تعیین کنید.

۱/۵

-۶

۱/۲۵	<p>حاصل عبارت مقابل را تعیین کنید.</p> $\cos\left(\frac{\gamma\pi}{۳}\right) \times \sin\left(\frac{۱۱\pi}{۲}\right) - \tan\left(\frac{\gamma\pi}{۴}\right) =$	-۷
۱	<p>نمودار تابع <math>y = -\log_3^{x-1}</math> را رسم کنید.</p>	-۸
۲	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>3^{x-2} = \frac{1}{27^x}</math></p> <p>ب) <math>\log(x+3) + \log x = 1</math></p>	-۹
۰/۵	<p>اگر <math>\log 2 = a</math> و <math>\log 3 = b</math> مقدار <math>\log \sqrt{6}</math> را بر حسب <math>a</math> و <math>b</math> بنویسید.</p>	-۱۰
۱	<p>باتوجه به نمودار حاصل حدهای خواسته شده را بیابید.</p> $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + 2f(0) =$	-۱۱

۱/۵	<p>مقدار حد های زیر را تعیین کنید.</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} =$ $\lim_{x \rightarrow 3^-} [-x + \Delta] =$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cot x =$	-۱۲
۱	<p>مقدار <math>a</math> و <math>b</math> را چنان تعیین کنید که تابع زیر در نقطه ی <math>x = -1</math> پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ ax + b & x = -1 \\ x^2 - 3b & x > -1 \end{cases}$	-۱۳
۱/۲۵	<p>احتمال قبولی زهرا در یک المپیاد فیزیک <math>\frac{1}{4}</math> و احتمال قبولی زهره در المپیاد فیزیک <math>\frac{1}{5}</math> است</p> <p><b>الف)</b> احتمال قبولی هر دو را تعیین کنید.</p> <p><b>ب)</b> احتمال این که حداقل یکی از این دو نفر در المپیاد فیزیک قبول شوند را تعیین کنید.</p>	-۱۴
۱/۵	<p>ضریب تغییرات و میانه داد های مقابل را تعیین کنید.</p> <p>۶ و ۱۶ و ۱۲ و ۴ و ۱۸ و ۱۰</p>	-۱۵

سوالات درس: ریاضی	مدیریت آموزش و پرورش دزفول	ساعت امتحانی: 10:30	مهر آموزشگاه
پایه: یازدهم	دبیرستان: حجاب	مورخ: ۱۴۰۱/۰۲/۳۱	
رشته: تجربی	اردیبهشت ۱۴۰۱	مدت امتحان ۹۰ دقیقه	
نام و نام خانوادگی			
۱	۱- به ازای چه مقدار از $m$ ، مجموع ریشه های معادله $(m + 3)x^2 - 8x - 5 = 0$ برابر $\frac{2}{5}$ است؟		
۱	۲- کمترین مقدار تابع را بیابید. $y = x^2 + 2x + 2$		
۱	۳- اگر در دو مثلث متشابه، نسبت اضلاع $\frac{4}{3}$ باشد، آنگاه نسبت ارتفاعها..... و نسبت محیطها..... و نسبت مساحتها..... خواهد بود.		
۱	۴- دامنه توابع زیر را بیابید. $\frac{2x - 7}{x^2 + 5x + 6}$ $y = -2 + \sqrt{4 - x}$		
۱	۵- $a$ و $b$ را طوری تعیین کنید که تابع زیر یک به یک باشد $\{(a + b, 5)(2, 5)(4, 9)(4, b)\}$		
۱	۶- وارون تابع $y = 5x - 3$ را بیابید.		
۱	۷- هریک از زاویه های خواسته شده را تبدیل کنید و بگویید در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟ $\frac{2\pi}{3}$ و $-135$		
۱	۸- اگر $\cos x = \frac{3}{5}$ و $x$ در ناحیه اول مثلثاتی باشد $\sin x$ و $\tan x$ را بیابید.		
۱	۹- حاصل عبارات زیر را بیابید. $\frac{\sin(\frac{3\pi}{4}) - 3\sin(\frac{\pi}{2} + x)}{\tan 300}$		

۱	۱۰- اگر $\log 2 = .3$ و $\log 3 = .5$ باشد حاصل $\log 36$ را بدست آورید.
۱/۵	۱۱- معادلات و نامعادلات زیر را حل کنید. $5^{3x-1} = 125^{2x+1}$ $3^{5x-2} \leq 243$
۱/۵	۱۲- معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید. $\log_5(x+1) + \log_5(x-1) = 1$ $\log_2(7x+1) - \log_2(x+1) = 3$
۲	۱۳- حاصل حدهای زیر را بیابید. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x + 2 \cos x)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x] - \cos x}{x + 2}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$
۱	۱۴- پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x=0$ بررسی کنید. $\begin{cases} -2x + 2 & x < 0 \\ x^2 + 2 & x > 0 \end{cases}$
۱	۱۵- علی به احتمال $\frac{6}{7}$ در تیم فوتبال و به احتمال $\frac{7}{7}$ در تیم والیبال مدرسه انتخاب میشود. مطلوبست احتمال اینکه علی حداقل در یکی از این تیم ها انتخاب شود؟
۱	۱۶- دو تاس را با هم پرتاب میکنیم احتمال اینکه هر دو عدد رو شده فرد باشند به شرط اینکه بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر 6 است .
۲	۱۷- میانه، واریانس، انحراف معیار داده های زیر را بیابید. 4, 8, 7, 8, 11, 6, 5

تصحیح اول	تصحیح دوم و رسیدگی به اعتراض	نام و نام خانوادگی	نمره با عدد	نام و نام خانوادگی	نمره با حروف
نمره با عدد	نام و نام خانوادگی	نمره با حروف	دبیر:سلطانی	امضاء	امضاء
نمره با حروف	امضاء	امضاء	نمره با حروف	امضاء	امضاء



بسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش استان قزوین  
اداره آموزش و پرورش منطقه تاکستان  
دبیرستان فارابی

مهر آموزشگاه	رشته: ریاضی / تجربی	پایه: یازدهم	درس: ریاضی و آمار	سوالات ارزشیابی نوبت دوم
	مدت آزمون:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۱ / ۲ / ۲۴	روز آزمون: شنبه	شامل ..... سوال در صفحه
	نام دبیر: صبا	نام پدر:	نام خانوادگی:	نام:

بارم	سوالات	ردیف
۳	اگر $p$ گزاره‌ی درست و $q$ گزاره‌ی نادرست و $r$ گزاره‌ی دلخواه باشد، در این صورت ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید. $1) (p \rightarrow q) \wedge r$ $2) (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$ $3) (\sim p \rightarrow r) \rightarrow \sim q$	۱
۱	گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید. الف) مجموع معکوس‌های دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مجموع آن دو عدد است. ب) معکب یک عدد بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه‌ی پنج است.	۲
۱	در استدلال زیر جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا قیاس کامل شود. خطوط $L_1$ و $L_2$ هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند: $q \Rightarrow$ خطوط $L_1$ و $L_2$ موازی باشند: $P$ ..... خطوط $L_1$ و $L_2$ هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.	۳
۱	کدام یک از رابطه‌های زیر که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند تابع نیست؟ چرا؟ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>ب</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>الف</p> </div> </div>	۴
۱	اگر $A = \{(2, b) \text{ و } (a, 4) \text{ و } (7, a + b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $a$ را به دست آورید.	۵
۱	براساس ضابطه‌ی تابع پلکانی $y = f(x)$ نمودار آن را رسم کنید. دامنه و برد آن را مشخص کنید. ادامه سؤال صفحه بعد $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$	۶

۷	حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.	۱												
	$[-\pi]=$	$[0/7]=$												
	$[-0/07]=$	$[-3/2]=$												
۸	نمودار $y =  x - 4 $ را رسم کنید.	۱												
۹	اگر $f = \{(2, 0), (4, -1), (-1, 3)\}$ و $g = \{(2, 5), (3, -1), (-1, 2)\}$ باشد توابع زیر را مشخص کنید.	۱/۵												
	$f + g =$													
	$\frac{f}{g} =$													
۱۰	اگر $f(x) = [x]$ با دامنه $0 \leq x \leq 1$ و $g(x) =  x $ با دامنه $1 \leq x \leq 2$ ضابطه‌ی تابع زیر را بنویسید و آن را رسم کنید.	۱/۵												
	$s(x) = f(x) + g(x)$													
۱۱	الف) خط فقر را تعریف کنید. ب) تورم چیست؟ پ) شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی چیست؟	۲/۵												
۱۲	اگر سبد هزینه‌ی خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ ریال باشد و در سال مورد نظر به ۱۵۰۰ و ۷۰۰۰۰ ریال برسد و با فرض آن که مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای نان و گوشت را محاسبه کنید.	۱/۵												
۱۳	الف) در نمودار شاخص بهای کالا و خدمات، محور طول‌ها نشان دهنده‌ی ..... و محور عرض‌ها نشان دهنده‌ی ..... است. ب) اهمیت شاخص بهای کالا و خدمات چیست؟	۱												
۱۴	میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی برحسب میلیارد ریال به صورت زیر است.	۲												
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>سال (x)</th> <th>۱</th> <th>۲</th> <th>۳</th> <th>۴</th> <th>۵</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>فروش (y)</td> <td>۶</td> <td>۹</td> <td>۱۱</td> <td>۱۵</td> <td>۱۹</td> </tr> </tbody> </table>	سال (x)	۱	۲	۳	۴	۵	فروش (y)	۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹	
سال (x)	۱	۲	۳	۴	۵									
فروش (y)	۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹									
	الف) نمودار سری زمانی را رسم کنید. ب) فروش در سال هفتم را حدس بزنید. پ) میانگین سال و فروش را محاسبه کنید و روی نمودار نمایش دهید. ت) یک خط از نقطه‌ی میانگین‌ها به نقطه‌ی (۱۹ و ۵) وصل کنید. ث) معادله‌ی خط را به دست آورید.	ادامه سؤال صفحه بعد												
نمره به عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره تجدیدنظر به عدد:												

نمره تجدیدنظر به حروف:	تاریخ و امضا:	نمره به حروف:
------------------------	---------------	---------------

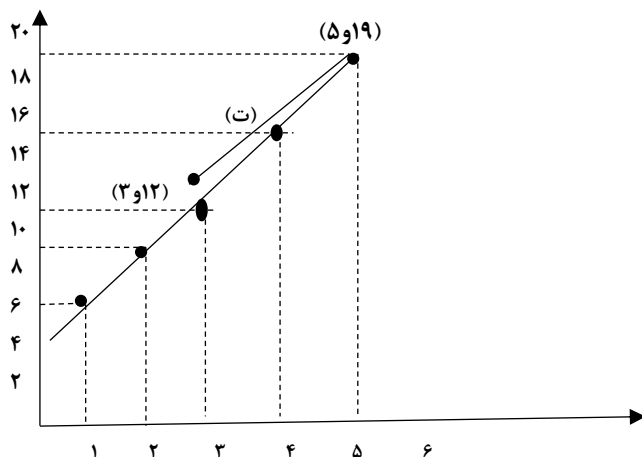
بسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش استان قزوین			
اداره آموزش و پرورش منطقه تاکستان			
دبیرستان فارابی			
مهر آموزشگاه	رشته: تجربی	پایه: یازدهم	درس: ریاضی و آمار
	مدت آزمون:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/ ۲/ ۲۴	روز آزمون: شنبه
	نام دبیر:	نام پدر:	نام خانوادگی:
ردیف	پاسخنامه		
۱	<p>دارای ارزش نادرستی است. <math>(1) \{ \overset{d}{n} \} \wedge (n \rightarrow d)</math></p> <p>در کل دارای ارزش نادرستی است. <math>(2) \underbrace{d \wedge n} \leftrightarrow \underbrace{d \vee n}</math></p> <p>در کل دارای ارزش درستی است. <math>(3) d \rightarrow \{ \overset{d}{n} \} \rightarrow (n \rightarrow n)</math></p>		
۲	الف	ب	
۱	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x + y$ $\rightarrow \frac{y+x}{xy} \geq x + y \rightarrow y + x \geq (x + y)xy$	$x^3 > 7x + 5$	
۳	خطوط $L_1$ و $L_2$ موازی هستند.		
۴	(ب) چون به ازای یک عضو از مجموعه‌ی سمت چپ دو عضو از سمت راست نظیر شده است.		
۵	$b = 4$ $a + b = 4$ $a = 4 - b$ $a = 4 - 4 = 0$		
۶		$D_f = IR$ $R_f = \{-1, 0, 1\}$	
۷	$[0/7] = 0$ $[-3/2] = -4$	$[-\pi] = -4$ $[-0/07] = -1$	

۱		۸																
۱/۵	$D_f \cap D_g = \{2, -1\}$ $f + g = \{(2, 0 + 5), (-1, 3 + 2)\} = \{(2, 5), (-1, 5)\}$ $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x   g(x) = 0\} \rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \{2, -1\}$ $\frac{f}{g} = \left\{ \left(2, \frac{0}{5}\right), \left(-1, \frac{3}{2}\right) \right\} = \{(2, 0), (-1, 3)\}$	۹																
۱/۵	$s(x) = [x] +  x $ $D_f \cap D_g = \{1\}$ $s(1) = [1] +  1  = 1 + 1 = 2$	۱۰																
۲/۵	<p>الف) خط فقر کمینه درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه، مورد نیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهانه افراد جامعه.</p> <p>ب) تغییر متوسط قیمت کالا و خدمات در طول زمان را تورم می‌نامند.</p> <p>پ) متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف کنندگان برای مجموعه‌ای از تعداد زیادی کالا و خدمت در طول یک سال است. این شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد.</p>	۱۱																
۱/۵	$\text{شاخص های نان و گوشت} = \frac{(1500 \times 200) + (70000 \times 80)}{(1000 \times 200) + (50000 \times 80)} = \frac{5900000}{4200000} \times 100 = 140/5$	۱۲																
۱	<p>الف) سال-عدد شاخص</p> <p>ب) این شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد یا این شاخص شسطح قیمت‌ها را در یک سال اندازه می‌گیرد.</p>	۱۳																
۲	<p>(ب) (حدس) ← ادامه جواب صفحه بعد</p> <table border="1" data-bbox="224 1633 1390 1755"> <tr> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>سال (x)</td> <td>۶</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>۶</td> <td>۹</td> <td>۱۱</td> <td>۱۵</td> <td>۱۹</td> <td>فروش (y)</td> <td>۲۳</td> <td>۲۷</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"> </p>	۱	۲	۳	۴	۵	سال (x)	۶	۴	۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹	فروش (y)	۲۳	۲۷	۱۴
۱	۲	۳	۴	۵	سال (x)	۶	۴											
۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹	فروش (y)	۲۳	۲۷											

ادامه جواب سوال ۱۴

(الف)



$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{6+9+11+15+19}{5} = 12$$

نقطهٔ میانگین (3,12)

$$y = mx + h$$

$$m = \frac{19-12}{5-3} = \frac{7}{2} = 3/5$$

$$h = 12 - 10/5 = 1/5$$

$$y = 3/5x + 1/5$$

نمره تجدیدنظر به عدد:

نمره تجدیدنظر به حروف:

نام و نام خانوادگی دبیر:

تاریخ و امضا:

نمره به عدد:

نمره به حروف:

بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

۱-

کامل کنید:

الف) بیشترین مقدار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  وقتی  $a < 0$  باشد، به ازای  $x = \dots\dots\dots$  به دست می آید.  
 ب) اگر فرض و حکم یک قضیه را جا به جا کنیم، آن چه حاصل می شود، ..... است.  
 پ) تابع جزء صحیح به هر عدد غیر صحیح، ..... عدد صحیح کوچک تر از آن عدد را نسبت می دهد.  
 ت) ..... برابر است با اندازه زاویه مرکزی دایره ای که طول کمان رو به روی آن با شعاع آن دایره مساوی است.  
 ث) دامنه تابع یا ضابطه  $y = a^x$  ( $a > 1$ ) مجموعه اعداد حقیقی و برد آن ..... است.  
 ج) تابع  $f$  روی بازه  $[a, b]$  پیوسته است هر گاه  $f$  در بازه  $(a, b)$  پیوسته باشد و در نقطه  $a$  پیوستگی ..... داشته باشد.  
 چ) پیشامد  $A$  از پیشامد  $B$  ..... است هر گاه وقوع  $B$  بر احتمال وقوع  $A$  تاثیر نگذارد.

۲

درستی ( $\checkmark$ ) و نادرستی ( $\times$ ) موارد زیر را مشخص نمایید.  
 الف) فاصله ی نقطه ی  $O$  مبدا مختصات از نقطه ی  $A$  به مختصات  $(x, y)$  بر  $\sqrt{x^2 + y^2}$  است.  
 ب) عمود منصف پاره خط  $AB$  خطی است که بر پاره خط  $AB$  عمود است.  
 پ) اگر  $f(x) = [x + 2]$  باشد در این صورت حاصل  $f(2 - \sqrt{2})$  برابر ..... است.  
 ت) انتهای کمان زاویه  $\frac{6\pi}{5}$  در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.  
 ث) تابع  $y = x^2$  تابع نمایی است.  
 ج) اگر  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  آن گاه  $f(0) = 0$ .

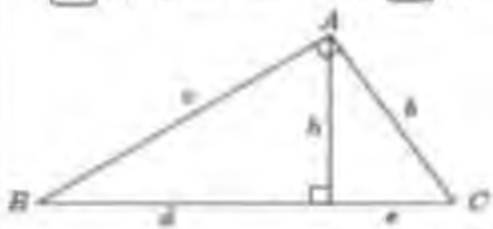
۳

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) کدام یک از معادلات زیر جواب ندارد؟

$\sqrt{2x-1} - 2 = 0$       $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} + 1 = 0$       $\sqrt{x-2} = 0$       $x = \sqrt{x}$

ب) در مثلث قائم الزاویه روبرو مقدار را بیابید. ( $d=5$      $e=3$ )



پ) اگر  $f(x) = \sqrt{x+1}$ ،  $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$  مقدار  $(f-g)(2)$  کدام است؟

- ۲     ۱     ۰     -۱

ت) کدام نقطه روی نمودار تابع  $y = 4^x$  قرار دارد؟ (۱ و ۰)    (۴ و ۱)

- $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$       $(\sqrt{2}, \frac{1}{4})$

نام و نام خانوادگی:

.....

مقطع و رشته: یازدهم تجربی

نام پدر: .....

شماره داوطلب: .....

تعداد صفحه سوال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت

آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: ریاضی (۲)

نام دبیر: خانم عراقی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۷

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نوع	سئالات	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) مقدار ماکزیمم تابع <math>f(x) = -x^2 + 2x + 1</math> برابر یک است.</p> <p>ب) معادله <math>\sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-1} = 0</math> یک جواب دارد.</p> <p>پ) تابع <math>f(x) = \sqrt{x-1}</math> در <math>x = 1</math> حد دارد.</p>	۰/۷۵
۲	<p>جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب تکمیل کنید.</p> <p>الف) اگر <math>f(x) = [x - 1]</math> باشد حاصل <math>f(1 - \sqrt{3})</math> برابر با ..... است.</p> <p>ب) نمودار توابع <math>f(x) = 3^x</math> و <math>g(x) = (\frac{1}{3})^x</math> نسبت به محور ..... قرینه‌ی یکدیگرند و هم‌دیگر را در نقطه‌ی به مختصات ..... قطع می‌کنند.</p> <p>پ) تابع <math>f(x) = \frac{2x+1}{x-4}</math> در بازه‌ی <math>[1, 5]</math> پیوسته ..... (هست - نیست)</p>	۱
۳	<p>گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید. (با راه حل)</p> <p>الف) اگر <math>g(x) = ax + b</math> وارون تابع خطی <math>f(x) = \frac{x}{3} - 2</math> باشد، مقدار <math>a + b</math> کدام است؟</p> <p>۹(۱)      -۳(۲)      ۳(۳)      -۹(۴)</p> <p>ب) کدام یک از نقاط زیر از سه ضلع مثلث به یک فاصله است؟</p> <p>۱) نقطه‌ی تلاقی سه میانه      ۲) نقطه‌ی تلاقی سه ارتفاع      ۳) نقطه‌ی تلاقی سه عمود منصف      ۴) نقطه‌ی تلاقی سه نیمساز</p> <p>پ) دایره‌ای به مرکز <math>O</math> و شعاع ۶ مفروض است. اگر اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی <math>AOB</math> برابر <math>60^\circ</math> باشد، طول کمان <math>AB</math> کدام است؟</p> <p><math>\pi(1)</math>      <math>\frac{3\pi}{2}(2)</math>      <math>2\pi(3)</math>      <math>\frac{5\pi}{2}(4)</math></p> <p>ت) میانگین و انحراف معیار ۵۰ داده‌ی آماری به ترتیب ۳ و ۱ می‌باشند. اگر داده‌ها را دو برابر کرده و سپس یک واحد از آن‌ها کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟</p> <p><math>0/5(1)</math>      <math>0/4(2)</math>      <math>0/3(3)</math>      <math>0/2(4)</math></p>	۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۵
۴	<p>به سئالات زیر پاسخ کوتاه دهید.</p> <p>الف) آیا دو تابع با ضابطه‌ی <math>f(x) = \frac{x^2}{x}</math> و <math>g(x) = x</math> با هم برابرند؟ چرا؟</p> <p>ب) اگر <math>\tan(x + 25^\circ) = \cot(x + 45^\circ)</math> باشد، مقدار <math>x</math> کدام است؟</p>	۱/۵

صفحه‌ی ۱ از ۳

(پ) میانهای داده‌های آماری ۱۶، ۷، ۹، ۱۲، ۱۶، ۹، ۱۰، ۱۸ را بیابید.  
 (ت) ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - (3m + 4)x + m = 0$  عکس یکدیگرند. مجموع این ریشه‌ها را به دست آورید.

سوالات تشریحی

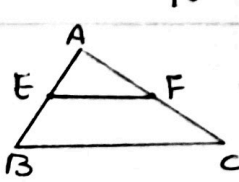
۱	مساحت مربعی که معادله‌ی دوزلع آن به صورت $3x + 4y = -1$ و $6x + 8y = 18$ باشد را به دست آورید.	۵
۰/۷۵	ثابت کنید در هر مثلث پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع را بهم وصل می‌کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است.	۶
۱/۵	<p>در شکل مقابل:</p> <p>الف) ثابت کنید مثلث‌های <math>ABC</math> و <math>AEF</math> متشابه‌اند.</p> <p>ب) مقدار <math>x</math> را بیابید.</p> <p>پ) نسبت مساحت مثلث <math>AEF</math> به <math>ABC</math> را به دست آورید.</p>	۷
۱/۲۵	<p>اگر <math>f(x) = \frac{2}{x-1}</math> و <math>g(x) = \sqrt{x-3}</math> دو تابع باشند، مطلوب است محاسبه‌ی:</p> <p>الف) <math>D_{\frac{f}{g}}</math>      ب) <math>(3f - g)_{(7)}</math></p>	۸
۱/۵	<p>حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $A = \sin\left(\frac{16\pi}{3}\right) \times \tan\left(\frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{9\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \times \cot\left(\frac{23\pi}{4}\right)$	۹
۱/۲۵	<p>نمودار توابع زیر را رسم کنید.</p> <p>الف) <math>y = -\log_3(x + 1)</math></p> <p>ب) <math>y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1</math>      در <math>[0, 2\pi]</math></p>	۱۰
۱/۷۵	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>9^x + 3^x - 2 = 0</math></p> <p>ب) <math>\log(x + 3) + \log(x - 3) - \log x = 3 \log 2</math></p>	۱۱
۰/۷۵	اگر $\log 5 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، حاصل $\log_3 12$ را بر حسب $a$ و $b$ بیابید.	۱۲
۰/۷۵	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر، حاصل عبارت را به دست آورید.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) + f(1)</math></p>	۱۳

۱/۲۵	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 + 3x - 4 }{x^2 - x}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 \theta}{1 - \sin \theta}</math></p>	۱۴
۱	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری بیابید که تابع <math>f(x)</math> در نقطه‌ی <math>x = 0</math> پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} 3x - [x] & x < 0 \\ a & x = 0 \\ \sqrt{x+1} + b & x > 0 \end{cases}$	۱۵
۰/۷۵	<p>الف) در پرتاب دو تاس باهم، اگر مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۶ باشد، احتمال آن که هر دو عدد رو شده زوج باشد را به دست آورید.</p>	۱۶
۰/۷۵	<p>ب) اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو پیشامد مستقل و <math>P(A) = 2P(B) = 0/6</math> باشد، مقدار <math>P(A \cup B)</math> را بیابید.</p>	
۰/۷۵	<p>اختلاف ۶ داده‌ی آماری از میانگین آن‌ها برابر ۳- و ۲- و ۲- و ۰ و ۳ و <math>a</math> می باشد. واریانس داده‌ها را به دست آورید.</p>	۱۷



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: ریاضی (۲)  
نام دبیر: خانم عراقی  
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۷  
ساعت امتحان: ۱:۰۰ صبح / عصر  
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضا، مدیر
۱	الف) نادریت (۲۵) ب) نادریت (۲۵)	پ) نادریت (۲۵)
۲	الف) ۲- (۲۵) ب) $y$ و $x$ (۱۰۵)	پ) نیت (۲۵)
۳	الف) گزینیه ۱ $y = \frac{x}{3} - 2 \rightarrow \frac{x}{3} = y + 2 \rightarrow x = 3y + 6 \rightarrow F^{-1}(x) = g(x) = 3x + 6$ $a = 3, b = 6 \Rightarrow a + b = 9$ ب) گزینیه ۴ پ) گزینیه ۳ ت) گزینیه ۲ $\alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \quad L = r \cdot \alpha \rightarrow L = 6 \cdot \frac{\pi}{3} = 2\pi$ $\bar{x}_1 = 3 \rightarrow \bar{x}_p = 2(3) - 1 = 5$ $\alpha_1 = 1 \rightarrow \alpha_p = 2(1) = 2$ (۲۵) $CV = \frac{\alpha}{\bar{x}} \Rightarrow CV = \frac{2}{5} = 0,4$ (۲۵)	
۴	الف) خیر (۱۵) ب) $x + 2\alpha + x + 4\alpha = 90^\circ \Rightarrow 2x = 20 \rightarrow x = 10$ (۲۵) پ) ۱۱ (۲۵) ت) $a = c \Rightarrow m = 2$ (۲۵) $S = -\frac{b}{a} \rightarrow S = \frac{2m + 4}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (۲۵)	الف) دامنه ها برابر ندارند. (۱۵)
۵	$2x + 4y = -1 \Rightarrow 7x + 14y = -2$ $d = \frac{ c - c' }{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow d = \frac{ 11 + 21 }{\sqrt{4^2 + 7^2}}$ $\Rightarrow d = \frac{20}{10} = 2$ (۲۵) $S = (2)^2 = 4$ (۲۵)	
۶	 $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$ (۲۵) $\Rightarrow EF \parallel BC$ (۲۵) $\Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow EF = \frac{1}{2} BC$ (۲۵)	۱) $AE = EB, AF = FC$ ۲) $EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2} BC$
جمع بارم: ۲۰ نمره صادق ظاهری		نام و نام خانوادگی مصحح: ناطقه عراقی ۱۸

09174457144



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
**کلید** سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: ریاضی (۲)  
 نام دبیر: خانم عراقی  
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۲/۷  
 ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر یا امضا، مدیر

راهنمای تصحیح

ردیف

الف)  $\hat{A} = \hat{A}$   
 $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{1}{2}$   $\left\{ \begin{array}{l} \Delta AEF \sim \Delta ABC \\ \text{نسبت دو ضلع مساوی زاویه بین} \end{array} \right.$   
 ب)  $\frac{EF}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2} = 2x = 16$   
 ب)  $\frac{S_{\Delta AEF}}{S_{\Delta ABC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{\Delta AEF}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$  (۰/۲۵)

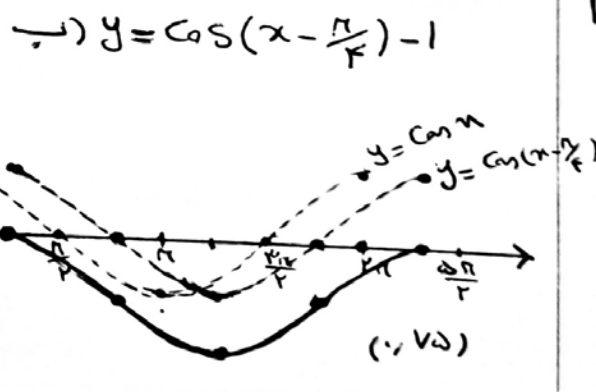
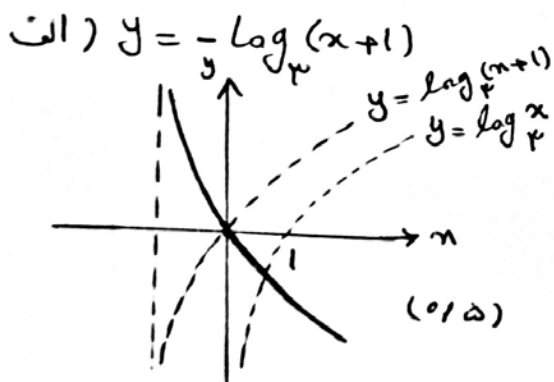
۷

الف)  $D_f = R - \{1\}$  (۰/۲۵)  $D_g = [3, +\infty)$  (۰/۲۵)  
 ب)  $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} \rightarrow D_{\frac{f}{g}} = [3, +\infty) - \{3\} = (3, +\infty)$  (۰/۲۵)  
 $(2f-g)(v) = 2f(v) - g(v) = 2\left(\frac{1}{3}\right) - 2 = -1$  (۰/۱۵)

۸

$A = 2 \cdot \left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) \times \tan\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{9\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \times \cot\left(7\pi - \frac{\pi}{4}\right)$   
 $A = -2 \cdot \frac{\pi}{3} \times \left(-\cot\frac{\pi}{4}\right) - \left(-2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) \times \left(-\cot\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1$   
 $= \frac{3 - \sqrt{2}}{2}$  (۰/۲۵)

۹



۱۰

الف)  $3^x = t \rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \rightarrow (t+2)(t-1) = 0 \left\{ \begin{array}{l} t = -2 \text{ غ.ق.ق} \\ t = 1 \rightarrow 3^x = 1 \rightarrow x = 0 \end{array} \right.$  (۰/۲۵)  
 ب)  $\log \frac{(x+3)(x-3)}{x} = \log 2 \Rightarrow \frac{x^2-9}{x} = 2 \rightarrow x^2 - 2x - 9 = 0$  (۰/۲۵)  
 $(x-9)(x+1) = 0 \left\{ \begin{array}{l} x = 9 \\ x = -1 \text{ غ.ق.ق} \end{array} \right.$  (۰/۱۵)

۱۱

امضا:

نام و نام خانوادگی مصحح: ناطقه عراقی

جمع بارم: ۲۰ نمره




اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
 کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: ریاضی (۲)  
 نام دبیر: خانم عراقی  
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۷  
 ساعت امتحان: ۱:۰۰ صبح/ عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

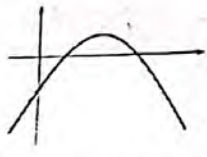
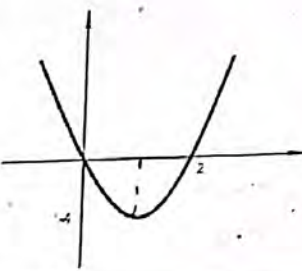
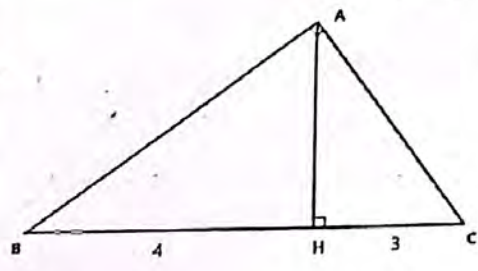
ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضا، مدیر
۱۲	$\log_{20} 12 = \frac{\log 12}{\log 20} = \frac{2 \log 2 + \log 3}{\log 2 + \log 4} = \frac{2(1-a) + b}{b+1} = \frac{2-2a+b}{b+1}$	
۱۳	$3 - 1 + 2 = 4$	
۱۴	الف) $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x+4)(x-1)}{x(x-1)} = 5$ (۰.۷۵) ب) $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 \theta}{1 - \sin \theta} = \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{1 - \sin \theta} = 2$ (۰.۷۵)	
۱۵	$F(0) = a$ (۰.۲۵) $\lim_{n \rightarrow 0-} F(n) = \lim_{n \rightarrow 0-} (3x - [n]) = -[0] = -(-1) = 1$ (۰.۲۵) $\lim_{n \rightarrow 0+} F(n) = \lim_{n \rightarrow 0+} (\sqrt{x+1} + b) = 1 + b$ $\frac{a=1}{(۰.۲۵)} \quad \frac{1+b=1}{b=0} \quad (۰.۲۵)$	
۱۶	الف) $B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$ $P(A B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{1}{10}$ ب) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$ $P(A \cup B) = 0,7 + 0,3 - 0,7 \times 0,3 \rightarrow P(A \cup B) = 0,77$ (۰.۲۵)	
۱۷	$-3 + (-2) + (-2) + 0 + 3 + a = 0 \Rightarrow a = 4$ (۰.۲۵) $\sigma^2 = \frac{(-3)^2 + 2(-2)^2 + 3^2 + 4^2}{7} = \frac{42}{7} = 6$ (۰.۷۵)	

# کلید ریاضی یازدهم

۰۳۴۶۴۰۱۱۲۳۰۰۵

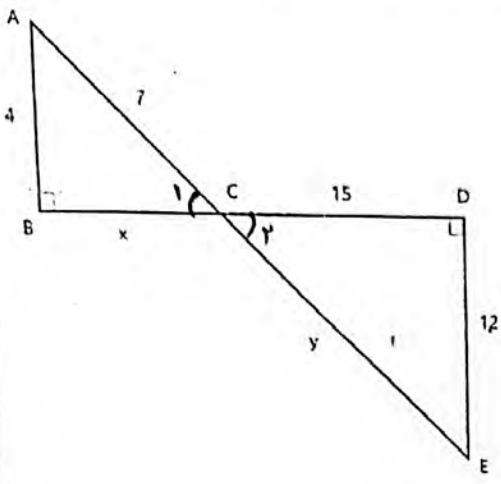
 <p>جمهوری اسلامی ایران وزارت آموزش و پرورش سازمان آزمون‌های سراسری آموزش و پرورش اداره آموزش و پرورش شهرداری تهران نخستگان دبیران مدارس دولتی دشتیاری نخستگان شورای دانش آموزی دوره دوم</p>	مشخصات امتحان:	مشخصات دانش آموز:	مشخصات درس:
	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۱۰	نام و نام خانوادگی:	نام درس: ریاضی
	ساعت برگزاری: ۸ صبح	شماره صندلی:	پایه و رشته: یازدهم تجربی
	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۴	نمره با عدد: نمره باحروف:
نمره پس از تجدید نظر:		نام و نام خانوادگی دبیر و امضا: خانم نیک نظر	

صفحه اول

ردیف	بارم	سوال
۱	۱	جای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف. معادله‌ی $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$ دارای <u>منبریم</u> می‌باشد. (ماکزیمم - مینیمم) ب. دامنه‌ی تابع سینوسی، $R$ و برد آن، $[-1, 1]$ است. پ. تابع $y = 2^x$ محور $y$ ها را در نقطه‌ی $(1, 2)$ قطع می‌کند.
۲	۱۷۵	معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن ۰ و ۴ باشد. $\alpha = 0 \rightarrow S = \alpha + \beta = 0 + 4 = 4 \Rightarrow x^2 - 5x + p = 0$ $\beta = 4 \rightarrow p = \alpha \cdot \beta = 0 \times 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x = 0$
۳	۱	علامت $a$ و $b$ و $c$ و تعداد ریشه‌های سهمی زیر را روی نمودار مشخص کنید. دو ریشه مثبت دارد و $\Delta > 0$ $a < 0$ $c < 0$ $-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0$ 
۴	۱	معادله‌ی مربوط به سهمی زیر را بنویسید. $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ $y = a(x - 0)(x - 2) \xrightarrow{(1, -6)}$ $-6 = a(1)(-1) \rightarrow a = 6 \Rightarrow y = 6x(x - 2)$ 
۵	۱/۵	در مثلث قائم الزاویه زیر، اندازه‌ی پاره خط‌های $AB$ و $AC$ و $AH$ را بیابید. $AB^2 = BH \times BC = 6 \times 7 = 42 \rightarrow AB = \sqrt{42}$ $AC^2 = CH \times CB = 3 \times 7 = 21 \rightarrow AC = \sqrt{21}$ $AH^2 = BH \times CH = 6 \times 3 = 18 \rightarrow AH = \sqrt{18}$ 

در شکل مقابل ابتدا دلیل تشابه دو مثلث را بنویسید. سپس اندازه پاره خطهای  $x$  و  $y$  را بدست آورید.

۶



$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \rightarrow \text{ii} \rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CDE$$

$$\hat{A} = \hat{E}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{x}{15} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 21 \\ 3x = 15 \rightarrow x = 5 \end{cases}$$

۱

در صورت وارون پذیری تابع زیر، وارون آن را بنویسید.

۷

$$f(x) = 5x - 2$$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 5x_1 - 2 = 5x_2 - 2 \rightarrow 5x_1 = 5x_2 \rightarrow x_1 = x_2$$

$$y = 5x - 2 \rightarrow y + 2 = 5x \rightarrow \frac{y+2}{5} = x \rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y+2}{5}$$

۱

با توجه به دو تابع زیر،  $f+g$  و  $\frac{f}{g}$  را بیابید.

۸

$$f = \{(2,5), (3,4), (0,-2)\} \rightarrow D_f = \{2, 3, 0\} \rightarrow D_f \cap D_g = \{0, 2, 3\}$$

$$g = \{(-1,2), (0,3), (2,4), (3,0)\} \rightarrow D_g = \{-1, 0, 2, 3\}$$

$$f+g = \{(0, -2+3), (2, 5+4), (3, 4+0)\} = \{(0, 1), (2, 9), (3, 4)\}$$

$$\frac{f}{g} = \{(0, \frac{-2}{3}), (2, \frac{5}{4}), (\cancel{3, \frac{4}{0}})\} = \{(0, \frac{-2}{3}), (2, \frac{5}{4})\}$$

۰۱۵

اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = \frac{3x}{x+1}$  باشد، مقدار  $(f+g)(2)$  را بیابید.

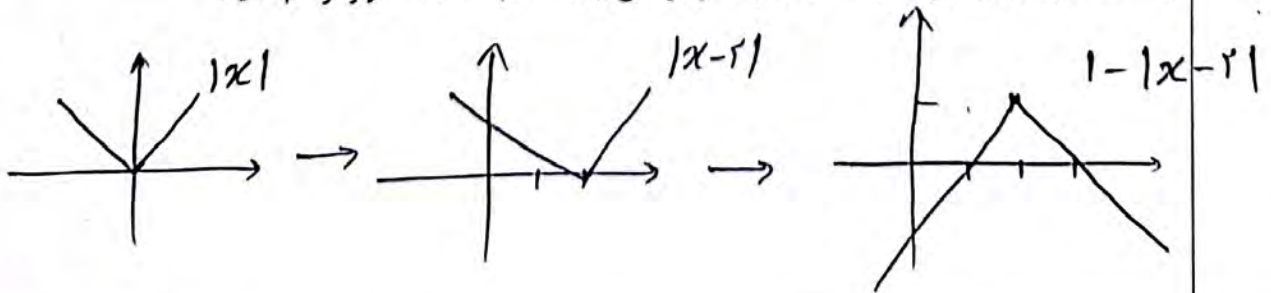
۹

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = (\sqrt{2-1}) + (\frac{3(2)}{2+1}) = 1 + 2 = 3$$

۰۱۷۵

با استفاده از نمودار تابع  $f(x) = |x|$ ، نمودار تابع  $y = 1 - |x-2|$  را رسم کنید.

۱۰



اگر  $\sin \alpha = \frac{-1}{3}$  و در ربع چهارم باشد، مقدار  $\tan \alpha$  را بیابید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{8}{9} \rightarrow \cos \alpha = +\frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{8}}{3}} = -\frac{1}{\sqrt{8}}$$

حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

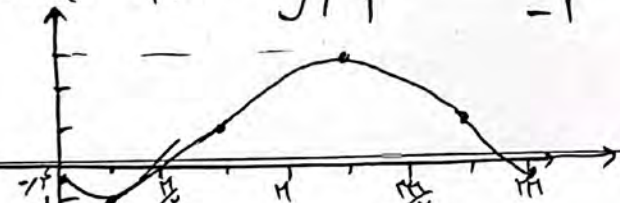
$$1. \cos(-210^\circ) + \cot(240^\circ) = \cos(180^\circ + 30^\circ) + \cot(180^\circ + 60^\circ) \\ = -\cos 30^\circ + \cot 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2. \sin \frac{25\pi}{3} - \cos \frac{23\pi}{4} = \sin\left(\frac{24\pi + \pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{24\pi - \pi}{4}\right) = \\ \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) - \cos(6\pi - \frac{\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

نمودار  $y = -2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) + 1$  را در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  با استفاده از انتقال رسم کنید.

$y = \sin x$	$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	$y$	0	1	0	-1	0

$y = -2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) + 1$	$x$	$0 + \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$	$\pi + \frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$	$2\pi - \frac{\pi}{4}$
	$y$	1	-1	1	3	1



$$x=0 \rightarrow y = -2(\frac{\sqrt{2}}{2}) + 1 = -\sqrt{2} + 1$$

معادلات زیر را حل کنید.

$$1. \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \times 4^x = (\sqrt{2})^x$$

$$\frac{2^{-2x+2}}{2^x} = 2^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow 2^{-x+2} = 2^{\frac{1}{2}x} \rightarrow -x+2 = \frac{1}{2}x \\ 2^{-x+2} = 2^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow -2x+4 = x \rightarrow -3x = -4 \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$2. \log \frac{3x+1}{2} + \log \frac{x-3}{2} = 5$$

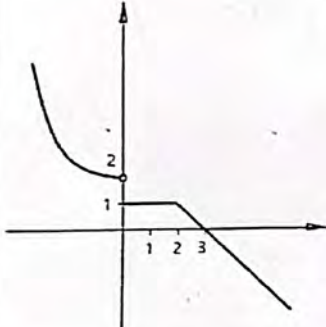
$$\log \frac{(3x+1)(x-3)}{2} = 5 \rightarrow (3x+1)(x-3) = 2^5 \rightarrow 3x^2 - 9x + x - 3 = 32 \\ 3x^2 - 8x - 35 = 0 \rightarrow \Delta = 64 - 4(3)(-35) = 64 + 420 = 484$$

$$3x^2 - 8x - 35 = 0 \rightarrow \Delta = 64 - 4(3)(-35) = 64 + 420 = 484$$

$$x = \frac{8 \pm 22}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -\frac{14}{6} = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

$$\log^a = \log^{\frac{10}{10}} = \log^{10} - \log^{10} = 1 - 1 = 0$$

صفحه‌ی چهارم

۱۵	<p>اگر <math>\log^2 \cong 0.3</math> و <math>\log^3 \cong 0.4</math> باشد، مقادیر زیر را بیابید.</p> <p>1. <math>\log^{12} = \log^{3 \times 4} = \log^3 + 2\log^2 = 0.4 + 2(0.3) = 1</math></p> <p>2. <math>\log^{\frac{\sqrt{27}}{\sqrt[3]{5}}} = \log^{\sqrt{27}} - \log^{\sqrt[3]{5}} = \log^{3 \times \frac{3}{2}} - \log^{1/3} = \frac{3}{2}\log^3 - \frac{1}{3}\log^a</math></p> <p><math>\frac{3}{2}(0.4) - \frac{1}{3}(0.3) = \frac{1.2}{2} - \frac{0.3}{3} = \frac{1.2 - 0.3}{2} = \frac{0.9}{2}</math></p>	۱۵
۱۶	<p>با استفاده از نمودار، حاصل عبارت زیر را بیابید.</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 3f(0) =$  <p><math>2 + 1 - 3(1) = 2 - 2 = 0</math></p>	۱۶
۱۷	<p>حاصل حدهای زیر را بدست آورید.</p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+5)} = \frac{2}{7}</math></p> <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} 3[x] - 1 = 3[1^-] - 1 = 3(0) - 1 = -1</math></p>	۱۷
۱۸	<p>تابع با ضابطه‌ی <math>f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 5 &amp; x &gt; 2 \\ ax - 1 &amp; x \leq 2 \end{cases}</math> به ازای چه مقدار <math>a</math> حد دارد؟</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Rightarrow 4 + 2a - 5 = 2a - 1</math></p> <p><math>2a - 1 = 2a - 1</math> به ازای هر مقدار <math>a</math> حد دارد.</p>	۱۸
۱۹	<p>احتمال موفقیت فردی در آزمون اول ۰.۱۷ و در آزمون دوم ۰.۱۶ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم ۰.۱۸ خواهد بود. با کدام احتمال لااقل در یکی از دو آزمون موفق می‌شود؟</p> <p><math>P(A) = 0.17</math></p> <p><math>P(B) = 0.14</math></p> <p><math>P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)</math></p> <p><math>= 0.17 + 0.14 - 0.04 = 0.27</math></p>	۱۹

$$P(B|A) = 0.18$$

موفق باشید

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = 0.18 \times 0.17 = 0.0306$$



«بسمه تعالی»

اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران  
دبیرستان نمونه دولتی امام محمد باقر (ع)  
امتحانات خرداد ماه ۱۴۰۱



کلید امتحان درس: **ریاضی ۲** پایه: **یازدهم** رشته: **تجربی**

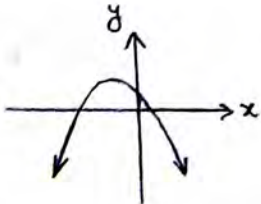
مدت زمان: **۱۲۰ دقیقه**

نام دبیر: **طیپی**

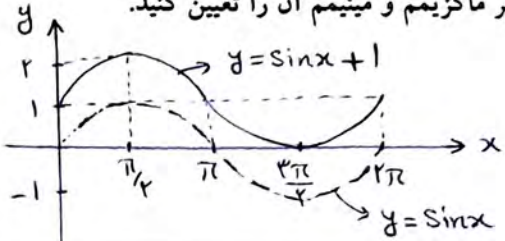
تاریخ امتحان: **۱۴۰۱/۰۳/۰۸**

تعداد سوالات: **۱۵** تعداد صفحات: **۴**

بارم	کلید سوالات	ردیف
۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	<p><b>توجه:</b> در مورد همه قسمتهای سوالات ۱ تا ۴، فقط پاسخ در این برگه نوشته یا علامت زده شود. ارائه راه حل این سوالات نیاز نیست.</p> <p><b>سوالات درست-نادرست:</b> درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف- هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. <input checked="" type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ب- عکس یک قضیه، همواره درست است. <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p> <p>پ- در دو مثلث متشابه، نسبت محیط ها برابر با نسبت تشابه است. <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ت- دو تابع <math>f(x) = \frac{x^2}{x}</math> ، <math>g(x) = x</math> مساویند. <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p>	۱
۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	<p><b>سوالات انتخاب گردنی:</b> در هر قسمت، از بین عبارات داخل پرانتز عبارت درست را انتخاب نمایید.</p> <p>الف- معادله <math>\sqrt{x-1} + 2 = 0</math> جواب حقیقی (دارد - ندارد). <input type="checkbox"/> دارد <input checked="" type="checkbox"/> ندارد</p> <p>ب- برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال (استنتاجی - استقرایی) به دست می آیند، قضیه نامیده می شوند. <input type="checkbox"/> استقرایی <input checked="" type="checkbox"/> استنتاجی</p> <p>پ- نمودار تابع نمایی <math>y = (\frac{1}{3})^x</math>، (نزولی - صعودی) است. <input type="checkbox"/> نزولی <input checked="" type="checkbox"/> صعودی</p> <p>ت- رابطه <math>\cos(30^\circ - x) = \sin 2x</math>، به ازای <math>(x = 30^\circ - x = 60^\circ)</math> برقرار است. <input type="checkbox"/> برقرار است <input checked="" type="checkbox"/> برقرار نیست</p>	۲
۰/۲۵ ۰/۱۵ ۰/۲۵	<p><b>سوالات کامل گردنی:</b> جاهای خالی را با عدد یا عبارت درست کامل نمایید.</p> <p>الف- فاصله نقطه <math>A(3, -4)</math> از مبدا مختصات، برابر ..... است.</p> <p>ب- زاویه <math>\frac{5\pi}{6}</math> رادیان، برابر ..... درجه است و انتهای کمان آن در ربع ..... قرار دارد.</p> <p>پ- میانه داده های ۱۸، ۱۰، ۹، ۱۱، ۱۵، ۸، ۱۰ برابر ..... است.</p>	۳
۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	<p><b>سوالات چهارگزینه ای:</b> در هر یک از سوالات زیر، گزینه درست را انتخاب نمایید.</p> <p>الف- با توجه به سهمی <math>y = ax^2 + bx + c</math>، کدام گزینه درست است؟</p> <p>(۱) <math>a, b &gt; 0</math> (۲) <math>a, b &lt; 0</math> <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>(۳) <math>b &lt; 0, a &gt; 0</math> (۴) <math>b &gt; 0, a &lt; 0</math> <input type="checkbox"/></p> <p>ب- کدام گزینه در مورد تابع <math>y = \log_2 x</math> درست است؟</p> <p>(۱) دامنه آن برابر <math>\mathbb{R}</math> است. <input type="checkbox"/></p> <p>(۲) برد آن برابر اعداد حقیقی مثبت است. <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>(۳) تابعی یک به یک است. <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>(۴) از نقطه <math>(2, 2)</math> می گذرد. <input type="checkbox"/></p> <p>پ- اگر <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 1</math> ، حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) - g(x))</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>-7</math> <input checked="" type="checkbox"/> (۲) <math>-5</math> (۳) <math>5</math> (۴) <math>7</math> <input type="checkbox"/></p>	۴



بارم	کلید سوالات	ردیف
۰/۱۷۵	<p>سوالان کوتاه پاسخ: به سوالات زیر، با راه حل کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف- شیب عمود منصف پاره خط <math>AB</math> که در آن <math>A(2, 4)</math>, <math>B(0, -6)</math> است را به دست آورید.</p> $m_{AB} = \frac{4+6}{2-0} = 5 \Rightarrow \text{شیب عمود منصف} = -\frac{1}{5}$	۵
۰/۱۵	<p>ب- حاصلضرب ریشه های معادله <math>3x^2 + 10x + m = 0</math> برابر ۲ است. مقدار <math>m</math> را به دست آورید.</p> $P = \frac{c}{a} = \frac{m}{3} = 2 \Rightarrow m = 6$	
۰/۱۷۵	<p>پ- اگر <math>f(x) = 2x + 5</math>، مقدار <math>f^{-1}(7)</math> را به دست آورید.</p> $f^{-1}(V) = k \Rightarrow f(k) = V \Rightarrow 2k + 5 = V \Rightarrow k = 1 \Rightarrow f^{-1}(V) = 1$	
۰/۱۵	<p>ت- نمودار تابعی مانند <math>f</math> را رسم کنید که در نقطه <math>x=3</math> حد نداشته باشد و <math>f(3) = 1</math>.</p>	
۰/۱۷۵	<p>ث- اگر واریانس داده های <math>x, y, z</math> برابر ۴ باشد، انحراف معیار داده های <math>3x+1, 3y+1, 3z+1</math> را به دست آورید.</p> $\sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = 2$ $\text{انحراف معیار} = 3\sigma = 3 \times 2 = 6$	
۱/۱۵	<p>سوالان تشریحی: به سوالات ۶ تا ۱۵، با راه حل کامل پاسخ دهید.</p> <p>در مثلث قائم الزویه <math>ABC</math> (<math>\hat{A} = 90^\circ</math>)، ارتفاع <math>AH</math> را رسم کرده ایم. اگر <math>AB = 3</math>, <math>AC = 4</math> باشد، مقدارهای <math>BH, CH, AH</math> را بیابید.</p> $AB^2 = x \cdot BC \Rightarrow 9 = 5x \Rightarrow x = \frac{9}{5} \Rightarrow BH = \frac{9}{5}$ $AC^2 = y \cdot BC \Rightarrow 16 = 5y \Rightarrow y = \frac{16}{5} \Rightarrow CH = \frac{16}{5}$ $AH^2 = xy \Rightarrow AH^2 = \frac{9}{5} \times \frac{16}{5} \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$	۶
۰/۱۵	<p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x-1}</math>, <math>g(x) = \frac{x-2}{x-1}</math> باشد، مطلوب است:</p> <p>الف- مقدار <math>(f \circ g)(5)</math></p> $(f \circ g)(5) = f(g(5)) = \sqrt{5-1} \times \frac{5-2}{5-1} = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$ <p>ب- دامنه <math>\frac{f}{g}</math> (بدون تشکیل ضابطه)</p> $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$ $= [1, +\infty) \cap (\mathbb{R} - \{1\}) - \left\{x \mid \frac{x-2}{x-1} = 0\right\} = (1, +\infty) - \{2\}$	۷

بارم	کلید سوالات	ردیف
۱	<p>نمودار تابع <math>y = \sin x + 1</math> را در بازه <math>[0, 2\pi]</math> رسم نمایید. سپس مقادیر ماکزیمم و مینیمم آن را تعیین کنید.</p>  <p><math>y_{\max} = 2</math> <math>y_{\min} = 0</math></p>	۸
۱/۲۵	<p>حاصل عبارت <math>\cos 225^\circ + \sin(-\frac{5\pi}{4})</math> را به دست آورید.</p> $\cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin(-\frac{5\pi}{4}) = -\sin \frac{5\pi}{4} = -\sin(\pi + \frac{\pi}{4}) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow \text{م حاصل عبارت} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$	۹
۱	<p>اگر <math>\log 3 = n</math>, <math>\log 2 = m</math> حاصل <math>\log 1/8</math> را بر حسب <math>n, m</math> به دست آورید.</p> $\log 1/8 = \log \frac{1}{10} = \log 10^{-1} = -\log 10 = -1$ $\log 1/8 = \log \frac{1}{2^3} = \log 2^{-3} = -3 \log 2 = -3m$	۱۰
۰/۲۵	<p>معادلات زیر را حل نمایید.</p> <p>۱) <math>(\frac{3}{5})^{x+1} = \frac{25}{9}</math>      <math>(\frac{3}{5})^{x+1} = (\frac{3}{5})^{-2} \Rightarrow x+1 = -2 \Rightarrow x = -3</math></p>	۱۱
۱/۲۵	<p>۲) <math>\log_5^{(x+6)} + \log_5^{(x+2)} = 1</math>      <math>\log_5(x+6)(x+2) = 1 \Rightarrow (x+6)(x+2) = 5^1 = 5</math></p> $\Rightarrow x^2 + 8x + 12 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 8x + 7 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+7) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \overline{00} \\ x = -7 & \overline{00E} \end{cases}$	۱۲
۰/۵	<p>۱) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]+1}{2} = \frac{[2^-]+1}{2} = \frac{1+1}{2} = 1</math></p>	
۱	<p>۲) <math>\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+1}{x^2-4} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)(x-2)} = \frac{4+4+4}{-4} = -3</math></p>	

ردیف	کلید سوالات	بارم
۱۳	<p>مقدار <math>a, b</math> را طوری بیابید که تابع زیر در نقطه <math>x=2</math> پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3 & x > 2 \\ 7 & x = 2 \\ \frac{b}{x-1} - 1 & x < 2 \end{cases}$ <p> <math>\therefore f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)</math>  <math>f(2) = 7</math>  <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{b}{x-1} - 1 = \frac{b}{2-1} - 1 = b - 1</math>  <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ax^2 + 3 = 4a + 3</math>  <math>7 = b - 1 = 4a + 3 \Rightarrow \begin{cases} b = 8 \\ a = 1 \end{cases}</math> </p>	۱/۲۵
۱۴	<p>در پرتاب دو تاس، اگر حداقل یکی از تاس‌ها ۲ بیاید، چقدر احتمال دارد هر دو تاس، عدد زوج بیابند؟</p> $P(\text{هر دو زوج}   \text{حداقل یکی عدد ۲}) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{5}{11}$ <p> <math>B = \{(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (1,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)\} \Rightarrow n(B) = 11</math>  <math>A \cap B = \{(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (6,2)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 5</math> </p>	۱
۱۵	<p>فرض کنید در یک سال، احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا برابر ۰/۵ و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا ۰/۸ باشد، با چه احتمالی حداقل یکی از این تیم‌ها قهرمان خواهند بود؟</p> $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{P(A) \cdot P(B) \text{ (مستقل)}} = 0.5 + 0.8 - 0.5 \times 0.8 = 0.9$	۱
	تلاش + توکل $\Leftarrow$ موفقیت	۲۰
	صفحه ۴ از ۴	
	طبیعی	



نام و نام خانوادگی:

به نام آنکه جان را فکرت آموخت

**مجتمع فرهنگی آموزشی دکتر هشترودی  
(متوسطه ۲)**

تاریخ:

درس: ریاضی پایه یازدهم تجربی

زمان: ۱۲۰ دقیقه

شماره:

کلاس:

تصحیح اول

با عدد با حروف

نام و امضاء دبیر:

تصحیح دوم

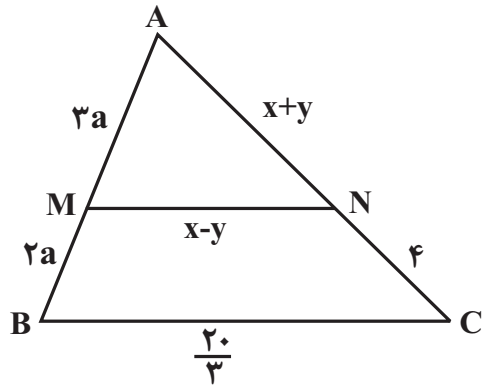
با عدد با حروف

نام و امضاء دبیر:

ردیف	شرح سؤال	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی موارد زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر زاویه بین دو ساق مثلث متساوی الساقینی ۱ رادیان باشد، آنگاه اندازه قاعده این مثلث کوچکتر از اندازه هر یک از ساقهای آن است.</p> <p>ب) انتهای کمان <math>-\frac{7\pi}{4}</math> در ربع اول دایره مثلثاتی قرار دارد.</p> <p>پ) زاویه ۲ رادیان تقریباً ۱۰۷ درجه است.</p> <p>ت) <math>\frac{\pi}{9}</math> رادیان برابر ۲۰ درجه است.</p>	۱
۲	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 + 4x + 3} = 0</math></p> <p>ب) <math>\frac{7}{x^2 - 9} + \frac{x - 2}{3 - x} = 1</math></p>	۲

در شکل مقابل  $MN \parallel BC$  است.  $x$  و  $y$  را بدست آورید.

۳

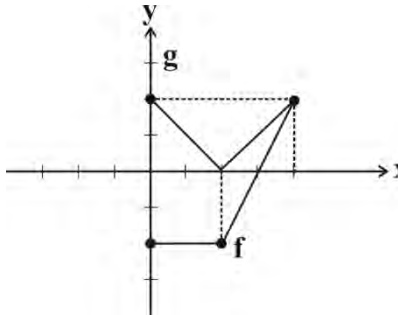


۱/۵

ضابطه تابع وارون  $f(x) = \frac{3x+2}{4}$  را بدست آورید.

۴

۱

۱/۵	<p>با توجه به نمودار دو تابع <math>f</math> و <math>g</math>، ضابطه تابع <math>y = (f + g)(x)</math> را بدست آورید.</p> 	۵
۲	<p>از معادلات <math>\log x = 2 \log y - \log 3</math> و <math>9^{y-x} \times 3^{x-3} = 1</math>، حاصل <math>x</math> و <math>y</math> را بدست آورید.</p>	۶
۱	<p>بیوستگی تابع <math>f(x) = \begin{cases} \frac{2 x }{x} &amp; , x &gt; 10 \\ 2 &amp; , x = 10 \\ -2( x  + [-x]) &amp; , x &lt; 10 \end{cases}</math> را در نقطه <math>x = 10</math> بررسی کنید.</p>	۷

۱	در داده‌های ۱۴، ۱۰، ۸، ۲۲، ۴، ۱۲، ۷، ۱۹ اختلاف میانگین و میانه را بدست آورید.	۸
۲	<p>حاصل حدهای زیر را بدست آورید.</p> <p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{ 1 + \cos x }{\sin^2 x}</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}(x^2 - 3x + 2)}{x^2 - 1}</math></p>	۹
۱/۵	اگر $\log_5^3 = a$ و $\log_5^2 = b$ باشد، حاصل $\log_5 \frac{2\sqrt[3]{12}}{5}$ بر حسب $a$ و $b$ بدست آورید.	۱۰
۱/۵	در پرتاب دو تاس، اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۷ است، احتمال آنکه حاصل ضرب آنها، مضرب ۳ باشد، کدام است؟	۱۱

۱	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math>، حاصل <math>A = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} f(x)</math> را بدست آورید.</p>	۱۲
۱/۵	<p>اگر <math>A = \cos \frac{5\pi}{3} + a \sin \frac{7\pi}{6}</math>، <math>B = \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{4\pi}{3} - \cot \frac{9\pi}{4}</math> و حاصل دو عبارت <math>A</math> و <math>B</math> قرینه یکدیگر باشند، <math>a</math> را بدست آورید.</p>	۱۳
۱/۵	<p>در آزمون مهارت‌سنجی یک شغل، نمرات دو شخص <math>A</math> و <math>B</math> به صورت زیر است. کدام یک برای این شغل مناسب‌تر است؟</p> $\begin{cases} A : 19, 20, 20, 10, 11 \\ B : 16, 15, 17, 12, 20 \end{cases}$	۱۴

## پاسخ تشریحی:

ردیف	شرح پاسخ
۱	<p>۱ رادیان تقریباً برابر ۵۷ درجه و ۲ رادیان تقریباً برابر ۱۱۴ درجه است. سایر عبارتها درست هستند.</p>
۲	<p>(الف) مجموع دو عبارت رادیکالی با فرجه زوج برابر صفر است، پس معادله زمانی جواب دارد که هر دو رادیکال همزمان صفر شوند:</p> $x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$ $x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$ <p>پس تنها <math>x = -3</math> جواب معادله است. (ب)</p> $\frac{7}{x^2-9} + \frac{x-2}{3-x} = 1 \Rightarrow \frac{7}{(x-3)(x+3)} + \frac{-x+2}{x-3} - 1 = 0$ $\Rightarrow \frac{7 + (-x+2)(x+3) - (x-3)(x+3)}{(x-3)(x+3)} = 0$ <p>اگر کسری برابر صفر باشد، آنگاه صورت کسر برابر صفر است:</p> $7 - x^2 - 3x + 2x + 6 - x^2 + 9 = 0$ $\Rightarrow -2x^2 - x + 22 = 0, \Delta = (-1)^2 - 4(-2)(22) = 1 + 176 = 177$ <p>دقت کنید چون <math>\sqrt{\Delta} = \sqrt{177}</math> گنگ است و بنابراین جوابها گنگ و مخالف <math>\pm 3</math> هستند، پس جوابها قابل قبول اند.</p>
۳	<p><math>MN \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق قضیه تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{3a}{2a} = \frac{x+y}{4}</math></p> $\Rightarrow x+y = 6$ <p><math>MN \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق تقسیم قضیه تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}</math></p> $\Rightarrow \frac{3a}{5a} = \frac{x-y}{20} \Rightarrow x-y = 4$ $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=4 \end{cases} \Rightarrow x=5, y=1$
۴	$y = \frac{3x+2}{4} \Rightarrow 4y = 3x+2$ $\Rightarrow 4y-2 = 3x \Rightarrow \frac{4y-2}{3} = x$ $\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{4y-2}{3}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x-2}{3}$
۵	<p>با توجه به شکل به ازای <math>0 \leq x \leq 4</math>، ضابطه تابع <math>g</math> به صورت <math>g(x) =  x-2 </math> و ضابطه تابع <math>f</math> به صورت <math>f(x) = \begin{cases} -2, &amp; 0 \leq x \leq 2 \\ 2x-6, &amp; 2 &lt; x \leq 4 \end{cases}</math> است.</p> $\Rightarrow (f+g)(x) = \begin{cases} -2+(-x+2), & 0 \leq x \leq 2 \\ 2x-6+x-2, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$ $\Rightarrow (f+g)(x) = \begin{cases} -x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 3x-8, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$

$$3^{2y-2x} \times 3^{x-3} = 3^{2y-x-3} = 3^0 \Rightarrow 2y-x=3$$

$$\Rightarrow y = \frac{x+3}{2} (*)$$

$$\log x = \log \frac{y^2}{3} \Rightarrow x = \frac{y^2}{3}$$

$$\Rightarrow y^2 = 3x \xrightarrow{(*)} \frac{x^2 + 6x + 9}{4} = 3x$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \xrightarrow{\text{جایگذاری در } (*)} y = 3 \Rightarrow x+y = 6$$

۶

$$\lim_{x \rightarrow 1.0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1.0^+} \frac{2|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 1.0^+} \frac{2x}{x} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1.0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1.0^-} -2(|x| + [-x]) = -2 \times (-1) = 2$$

$$f(1.0) = 2$$

با توجه به اینکه  $\lim_{x \rightarrow 1.0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1.0^-} f(x) = f(1.0) = 2$ ، بنابراین تابع  $f(x)$  در نقطه  $x = 1.0$  پیوسته است.

۷

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: ۲۲ و ۱۹ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۷ و ۴

$$\text{میانۀ داده‌ها برابر است با میانگین دو داده وسط: } \frac{10+12}{2} = 11$$

$$\text{میانگین داده} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{96}{8} = 12$$

پس اختلاف میانگین و میانۀ برابر  $12 - 11 = 1$  می‌باشد.

۸

الف) می‌دانیم عبارت  $(1 + \cos x)$  همواره نامنفی است. لذا داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - \cos \pi} = \frac{1}{1 - (-1)} = \frac{1}{2}$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}(x-2)}{x+1}$$

$$= \frac{2 \times (-1)}{2} = -1$$

۹

پس از ساده کردن عبارت داریم:

$$\log_{\delta} \frac{2\sqrt[3]{12}}{\delta} = \log_{\delta} \frac{2 \times 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{\delta} = \log_{\delta} \frac{2^{\frac{4}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{\delta}$$

$$\left(\frac{4}{3} \log_{\delta} 2 + \frac{1}{3} \log_{\delta} 3\right) - \log_{\delta} \delta = \left(\frac{4}{3} \times b + \frac{1}{3} \times a\right) - 1$$

$$= \frac{4b + a - 3}{3}$$

۱۰

حالات مجموع اعداد روشده دو تاس بزرگتر از ۷ را می‌نویسیم:

۱۱

$$A = \underbrace{\{(4,4), (2,6), (6,2), (3,5), (5,3)\}}_8 \text{ مجموع } \underbrace{\{(3,6), (6,3), (4,5), (5,4)\}}_9 \text{ مجموع},$$

$$\underbrace{\{(4,6), (6,4)\}}_{10} \text{ مجموع } \underbrace{\{(5,5)\}}_{11} \text{ مجموع } \underbrace{\{(6,6)\}}_{12} \text{ مجموع} \Rightarrow n(A) = 15$$

پیشامد A فضای نمونه‌ای جدید ما می‌باشد. پس از بین اعضای A، زوج‌هایی را انتخاب می‌کنیم که حاصل ضرب آن‌ها، مضرب ۳ باشد:

$$B = \{(2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (3,6), (6,3), (4,6), (6,4), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)\} \Rightarrow n(B) = 11$$

پس احتمال خواسته شده در سؤال برابر است با:

$$\frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات ممکن}} = \frac{11}{15}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$$

$$\Rightarrow A = 0 + 3 + 1 = 4$$

۱۲

ابتدا عبارت‌های A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \cos \frac{5\pi}{3} + a \sin \frac{7\pi}{6} = \cos(2\pi - \frac{\pi}{3}) + a \sin(\pi + \frac{\pi}{6})$$

$$= \cos \frac{\pi}{3} - a \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow A = \frac{1}{2} - \frac{a}{2}$$

$$B = \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{4\pi}{3} - \cot \frac{9\pi}{4}$$

$$= \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) \cos(\pi + \frac{\pi}{3}) - \cot(2\pi + \frac{\pi}{4})$$

$$= \sin \frac{\pi}{6} \times (-\cos \frac{\pi}{3}) - \cot \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2}) - 1 = -\frac{5}{4}$$

$$A = -B \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{a}{2} = \frac{5}{4} \Rightarrow -\frac{a}{2} = \frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow a = -1/5$$

۱۳

برای مقایسه، ابتدا میانگین نمره‌ها را حساب می‌کنیم. در صورتی که نمره‌ها برابر باشند شخصی مناسب‌تر است که نمراتش واریانس کمتری داشته باشد.

$$\bar{x}_A = \frac{19 + 20 + 20 + 10 + 11}{5} = 16,$$

$$\Rightarrow \sigma_A^2 = \frac{3^2 + 4^2 + 4^2 + (-6)^2 + (-5)^2}{5} = \frac{102}{5}$$

$$\bar{x}_B = \frac{16 + 15 + 17 + 12 + 20}{5} = 16$$

$$\Rightarrow \sigma_B^2 = \frac{0^2 + (-1)^2 + 1^2 + (-4)^2 + 4^2}{5} = \frac{34}{5}$$

۱۴

بارم	سؤالات	ردیف
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، آنگاه <math>P(A \cap B) = \dots\dots\dots</math> است.</p> <p>ب) میانه داده‌های روبرو برابر <math>\dots\dots\dots</math> است.</p> <p>ج) هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد روی <math>\dots\dots\dots</math> قرار دارد.</p> <p>د) یک درجه <math>\dots\dots\dots</math> رادیان است.</p>	۱
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}</math> باشد، آنگاه <math>\tan \alpha = \cot \beta</math></p> <p>ب) دو تابع <math>f(x) = \frac{x^p - 4}{x^p - 4}</math> و <math>g(x) = 1</math> با هم برابرند.</p> <p>ج) نمودار تابع <math>y = (\sqrt{3})^x</math> محور طولها را در نقطه <math>(0, 1)</math> قطع می‌کند.</p> <p>د) دامنه تابع کسینوس R و برد آن <math>[-1, 1]</math> است.</p>	۲
۱	خط $3x - 4y = -8$ بر دایره به مرکز $(1, -1)$ مماس است. شعاع دایره را به دست آورید.	۳
۱	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{5 + \sqrt{3}}{2}$ و $\frac{5 - \sqrt{3}}{2}$ باشند.	۴
۱	<p>در شکل مقابل <math>MN \parallel BC</math> است. مقادیر a و b را به دست آورید.</p> 	۵
۰/۵	وارون تابع $f(x) = -2x + 4$ را به دست آورید.	۶
۰/۵	نمودار تابع $y = -2 \sin x + 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۷
۳	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>\log_5 \frac{2x-1}{5} - \log_5 \frac{x+3}{5} = 2</math></p> <p>ب) <math>9\sqrt{3} = 3^{3x-1}</math></p>	۸

حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^p - 16}{x - 4}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x] + 3}{x^p - 4}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{p}} (\sin x + 4 \cos x)$

د)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{p}} \frac{1 - \sin x}{\cos^p x}$

۴

۹

مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع  $f(x)$  در نقطه  $x=1$  پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} [x] - a & x > 1 \\ b & x = 1 \\ \frac{|x-1|}{x-1} & x < 1 \end{cases}$$

۲

۱۰

در ترکیبی احتمال واکنش دادن ماده A،  $\frac{1}{10}$  و احتمال واکنش نشان دادن ماده B  $\frac{1}{5}$  است. اگر B واکنش دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده A به  $\frac{1}{4}$  افزایش می‌یابد. با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد.

۲

۱۱

محمد به احتمال  $\frac{1}{6}$  در درس ریاضی و به احتمال  $\frac{1}{8}$  در درس عربی قبول می‌شود با چه احتمالی فقط در درس عربی قبول می‌شود؟

۱/۵

۱۲

ضریب تغییرات داده‌های زیر را به دست آورید.

۱/۵

۱۳

۶, ۳, ۹

رسمی مهر

موفقیت نیازمند داشتن هدفی یکتاست

بسمه تعالی

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان چرداول

تاریخ: ۱۴۰۱/۰۳/۱۶

امتحانات نوبت دوم ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

جواب تشریحی درس ریاضی (۲)

ردیف	سؤالات
۱	الف) صفر ب) ۸/۵ ج) نیمساز د) $\frac{\pi}{۱۸۰}$
۲	الف) درست ب) نادرست. ج) نادرست د) درست
۳	$d = \frac{ ax + by + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ \mu + ۴ + ۸ }{\sqrt{\mu^2 + ۴^2}} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$
۴	$\begin{cases} S = \frac{۵ + \sqrt{\mu}}{\mu} + \frac{۵ - \sqrt{\mu}}{\mu} = ۵ \\ P = \frac{۵ + \sqrt{\mu}}{\mu} \times \frac{۵ - \sqrt{\mu}}{\mu} = \frac{۲۵ - ۹}{۴} = \frac{۱۶}{۴} = ۴ \end{cases} \rightarrow x^2 - ۵x + ۴ = ۰$
۵	$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow \frac{۸}{\mu} = \frac{\mu a + ۴}{۵} \rightarrow a = ۸$ $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{۸}{۱۰} = \frac{۴}{b+1} \rightarrow b = ۴$
۶	$y = -\mu x + ۴ \rightarrow y - ۴ = -\mu x \rightarrow x = \frac{-y + ۴}{\mu} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x + ۴}{\mu}$
۷	

<p>الف) <math>\log_{\frac{5}{\mu}} ((\mu x - 1)(x + \mu)) = \nu \rightarrow (\mu x - 1)(x + \mu) = \mu^{\nu} \rightarrow x = -\frac{\nu \mu}{\mu \mu}</math> غ ق ق</p> <p>ب) <math>\mu^{\frac{5}{\mu}} = \mu^{\mu x} \rightarrow x = \frac{5}{\mu}</math></p>	۸
<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+4)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} x+4 = 14</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4}{-3} = \frac{-4}{3}</math></p> <p>ج) <math>\sin \frac{\pi}{\mu} + 4 \cos \frac{\pi}{\mu} = 1</math></p> <p>د) <math>\frac{1 - \sin x}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \frac{1}{1 + \sin x} = \frac{1}{\mu}</math></p>	۹
<p><math>f(1) = b</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 - a</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\Rightarrow 1 - a = -1 \rightarrow a = 2</math> <math>b = -1</math></p>	۱۰
<p><math>P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}</math></p> <p><math>P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} - \frac{1}{20} = \frac{1}{4}</math></p>	۱۱
<p><math>P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{5} - (\frac{1}{10} \times \frac{1}{4}) = \frac{1}{20}</math></p>	۱۲
<p><math>\bar{X} = \frac{4 + 3 + 9}{3} = 4</math></p> <p><math>\delta = \frac{\sqrt{(4-4)^2 + (9-4)^2 + (3-4)^2}}{3} = \sqrt{4}</math></p> <p><math>CV = \frac{\delta}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{4}}{4}</math></p>	۱۳
<p>موفقیت نیازمند داشتن هدفی یکتاست</p> <p>رستمی مهر</p>	