

گزینه ۴

۱

کمیت‌های اصلی: طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، شدت نور، مقدار ماده

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۲

۲

گزینه "۲" صحیح است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۳

۳

فاصله دو خط متوالی در وسایل مدرج برحسب واحد آن وسیله برابر دقت اندازه‌گیری وسیله است. بنابراین دقت خط کش ۱ mm است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گزینه ۳

۴

با استفاده از رابطه محاسبه چگالی مخلوط می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{مخلوط}} &= \rho_{\text{اکل}} + \frac{m_2}{V_{\text{اکل}}} = \frac{1}{V} \rho_{\text{اکل}} = \frac{0.88 \text{ g/cm}^3}{1} \\ \rho_{\text{مخلوط}} &= \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 0.88 = \frac{1000 + 0.88V_{\text{اکل}}}{1000 + V_{\text{اکل}}} \\ \Rightarrow 880 + 0.88V_{\text{اکل}} &= 1000 + 0.88V_{\text{اکل}} \Rightarrow 0.88V_{\text{اکل}} = 120 \\ \Rightarrow V_{\text{اکل}} &= 1500 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

توجه: جرم یک لیتر آب برابر ۱۰۰۰g و m_1 و با توجه به تعریف چگالی، جرم اکل برابر است با: $m_2 = \rho_{\text{اکل}} V_{\text{اکل}} = 0.88V_{\text{اکل}}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

گزینه ۱

۵

$$2600000000 \text{ L} = 2/6 \times 10^{10} \text{ L}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$$q = 160 \times 10^{-10} \times 10^{-6} = 160 \times 10^{-16} = 1/6 \times 10^{-14} \text{ C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$200 \text{ قیراط} = 200 \text{ قیراط} \times \frac{200 \text{ mg}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} = 40 \text{ g}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

از آنجا که جسم به طور کامل در آب قرار گرفته است بنابراین حجم جسم برابر حجم آب جابه جا شده در استوانه مدرج است. بنابراین:

$$V = V_2 - V_1 = 23/1 - 18/5 = 4/6 \text{ mL}$$

$$m = 11/5 \text{ g}$$

حال به کمک رابطه زیر چگالی جسم را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{11/5 \text{ g}}{4/6 \times 10^{-3} \text{ L}} = 2500 \text{ g/L} = 2500 \text{ kg/m}^3$$

نکته: چگالی ماده برحسب g/L و kg/m^3 یکسان است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

در بسیاری از کارگاه‌های صنعتی، مانند تراشکاری‌ها، اندازه‌گیری طول با ابزارهای دقیق‌تر از خط کش میلی‌متری انجام می‌شود. این ابزارها، کولیس و ریزسنج نام دارند که به دو صورت مدرج و رقمی (دیجیتال) ساخته می‌شوند. در درس آزمایشگاه علوم، با نحوه کار کولیس و ریزسنج مدرج و ثبت نتیجه اندازه‌گیری (شامل دقت ابزار و خطای آن) توسط آن‌ها آشنا خواهید شد. شکل‌های (الف) و (ب)، به ترتیب یک ریزسنج و یک کولیس رقمی را نشان می‌دهد.

در ضمن دقت اندازه‌گیری ابزارهای رقمی، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند بنابراین دقت این ریزسنج برابر $0/001 \text{ mm}$ است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

یکای فشار را می‌توانیم از یکاهای کمیت‌های مرتبط در رابطه $P = \frac{F}{A}$ به دست آوریم. یکای نیرو kg.m/s^2 است.

$$[P] = \frac{[F]}{[A]} \Rightarrow [P] = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$۱۸۲ \text{ قیراط} = ۱۸۲ \text{ قیراط} \times \frac{۲۰۰ \times ۱۰^{-۶} \text{ kg}}{۱ \text{ قیراط}} = ۳/۶۴ \times ۱۰^{-۲} \text{ kg}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$۲۱۶ \text{ km/h} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{\text{km}} \times \frac{۱ \text{ mile}}{۱۸۰۰ \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ h}}{۶۰ \text{ min}} = ۲ \text{ mile/min}$$

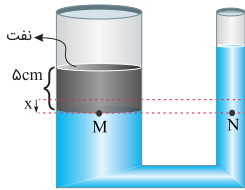
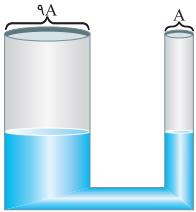
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

کیلوگرم، آمپر و مول به ترتیب یکای کمیت‌های جرم، جریان الکتریکی و مقدار ماده هستند که همگی کمیت‌های اصلی به حساب می‌آیند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گزینه ۲

۱



وقتی در لوله سمت چپ نفت می‌ریزیم، سطح آب به اندازه x پایین می‌آید. وقتی این آب وارد لوله سمت راست می‌شود، ارتفاع آب در آن به اندازه $9x$ بالا می‌رود. زیرا سطح مقطع لوله سمت چپ ۹ برابر لوله سمت راست است. نقاط M و N هم که در یک تراز افقی قرار دارند فشار یکسانی دارند. بنابراین:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{نفت}} g h_{\text{نفت}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \Rightarrow 0.8 \times 5 = 1 \times (9x + x) \Rightarrow x = 0.4$$

سؤال $9x$ (یعنی افزایش ارتفاع نسبت به قبل) را خواسته است:

$$9x = 9 \times 0.4 = 3.6 \text{ cm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۱

۲

آهنگ شارش سیال تراکم ناپذیر ثابت است در نتیجه بنا به معادله پیوستگی می‌توان نوشت:

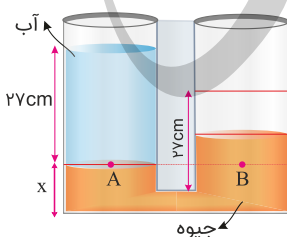
$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۳

۳

جیوه در لوله سمت راست به اندازه x پایین می‌آید و در لوله سمت چپ هم به اندازه x بالا می‌رود. نقاط A و B فشار یکسانی دارند بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow \underbrace{\rho g h}_{\text{آب}} = \underbrace{\rho' g h'}_{\text{جیوه}}$$

$$27 - x \Rightarrow 1 \times 27 = 13.6(27 - 2x) \Rightarrow x = 12.5 \text{ cm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

طبق معادله پیوستگی تندی با سطح مقطع لوله نسبت وارون دارد: $v_A < v_B$
 هر چه قدر تندی شاره بیشتر شود، فشار آن کمتر خواهد شد: $P_A > P_B$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

علت نادرستی گزینه ۴: در گزینه ۴ شکل آب، درون لوله‌ها درست رسم شده اما شکل مایع در بیرون لوله نادرست رسم شده است.
 علت نادرستی گزینه‌های ۱ و ۳: در لوله‌های باریک‌تر خاصیت موئینگی بارزتر است درحالی‌که در این گزینه‌ها عکس این اتفاق رسم شده است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

هر چقدر حجم بیشتری از جسم درون آب قرار گیرد، چگالی آن جسم از بقیه بیشتر است.

$$\rho_1 > \rho_3 > \rho_2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: فشار P_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$P_1 = \rho_1 g h + P_0 = 1250 \times 10 \times \frac{1}{10} + 13500 \times 10 \times \frac{75}{100} = 102500 \text{ Pa}$$

گام دوم: با اضافه شدن مایع دوم فشار P_2 به کف ظرف وارد می‌شود:

$$P_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0$$

گام سوم: از معادله $P_2 = 1/02 P_1$ داریم:

$$P_2 = P_1 + \frac{2}{100} P_1$$

$$\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0 = \rho_1 g h_1 + P_0 + \frac{2}{100} P_1$$

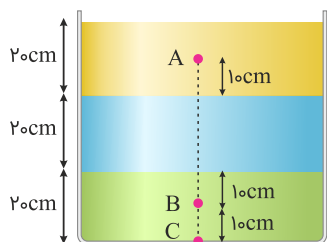
$$800 \times 10 \times h_2 = \frac{2}{100} \times 102500 \Rightarrow h_2 = 25/625 \text{ cm}$$

گام چهارم: حالا حجم مایع را به دست می‌آوریم:

$$V = hA = 25/625 \times 20 = 512/5 \text{ cm}^3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

کافی است از A به سمت B جابه‌جا شده و فشار مایع‌ها را باهم جمع کنیم:



$$P_B - P_A = \rho_3 g h_3 + \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1$$

$$\Delta P = 0/8 \times 1000 \times 10 \times 0/1 + 1 \times 1000 \times 10 \times 0/2 + 2 \times 1000 \times 10 \times 0/1$$

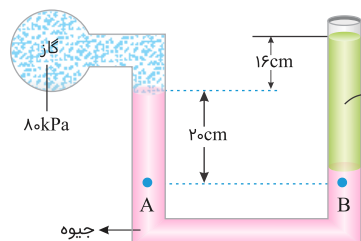
$$\Delta P = 800 + 2000 + 2000 = 4800 \text{ Pa}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

سطح جیوه درون لوله پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف قرار می‌گیرد.
سطح جیوه برآمدگی دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

فشار دو نقطه هم‌تراز A و B یکسان است:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = P_{\text{مایع}} + P_{\text{هوا}}$$

$$\Rightarrow (\rho g h)_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = (\rho g h)_{\text{مایع}} + P_{\text{هوا}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{10} \times 10 \times 13600 + 10 \times 10^3 = \rho \times 10 \times \frac{36}{100} + 10^5$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{7200}{3/6} = 2000 \text{ kg/m}^3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

از رابطه $P = \rho g h + P_0$ داریم:

$$P_1 = \rho \times 10 \times \frac{10}{100} + 1/026 \times 10^5$$

$$P_2 = \rho \times 10 \times \frac{53}{100} + 1/026 \times 10^5$$

فشار در عمق ۵۳ cm، ۱/۵ برابر فشار در عمق ۱۰ cm است:

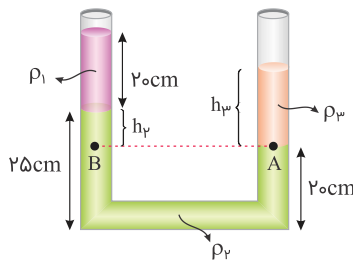
$$P_2 = \frac{3}{2} P_1 \Rightarrow 5/3 \rho + 1/026 \times 10^5 = \frac{3}{2} (\rho + 1/026 \times 10^5)$$

$$\Rightarrow 2 \times 5/3 \rho - 3 \rho = 1/026 \times 10^5$$

$$\Rightarrow \rho = 13500 \text{ kg/m}^3 = 13/5 \text{ g/cm}^3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

نقاط A و B در یک مایع و در یک تراز قرار دارند، پس فشار این دو نقطه باهم برابر است. پس:



$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{m_2 g}{A} = \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1$$

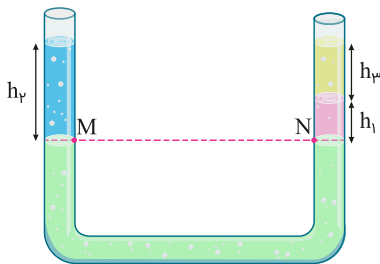
$$\Rightarrow \frac{m_2 \times 10}{2 \times 10^{-4}} = 2400 \times 10 \times \frac{5}{100} + 800 \times 10 \times \frac{20}{100}$$

$$\Rightarrow 5 \times 10^4 \times m = 1200 + 1600 \Rightarrow m = \frac{2800}{5 \times 10^4} = 5/6 \times 10^{-2} \text{ kg} = 56 \text{ g}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

ابتدا ارتفاع h_2 را حساب می‌کنیم:

$$h_2 = \frac{V_2}{A} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$



$$\rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 + \rho_3 h_3$$

$$\Rightarrow 0/8 \times 10 = 1 \times h_1 + 0/75 h_3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 = h_1 + 0/75 h_3 \\ 10 = h_1 + h_3 \end{cases} \xrightarrow{-} 2 = 0/25 h_3$$

$$\Rightarrow h_3 = 8 \text{ cm}$$

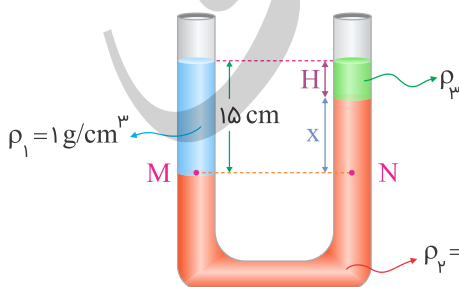
فشار در نقاط M و N یکسان است. در این صورت داریم:

در این صورت حجم مایع ρ_3 برابر است با:

$$V_3 = A h_3 = 2 \times 8 = 16 \text{ cm}^3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

اگر ارتفاع مایع اضافه شده H باشد، وضعیت مایع‌ها به شکل زیر می‌شود:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g x + \rho_3 g H$$

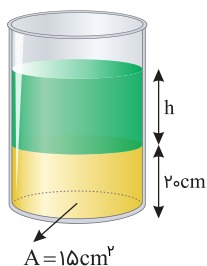
$$\Rightarrow 15 \times 1 = 1/3 \times x + 0/8 \times H$$

$$\xrightarrow{x=15-H} 15 = 1/3(15 - H) + 0/8 H \Rightarrow H = 9 \text{ cm}$$

$$V = A H = 1 \times 9 = 9 \text{ cm}^3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

ابتدا فشار مایع (۱) را بر حسب سانتی متر جیوه محاسبه می‌کنیم:



$$\rho_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} g h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 2 \times 20 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2/94 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{مایع}} = 2/94 \text{ cm Hg} \Rightarrow \rho_{\text{ته ظرف}} = 2/94 + 75 = 77/94$$

طبق صورت سوال فشار ۱۰٪ افزایش می‌یابد، یعنی:

$$\Delta P = \frac{10}{100} \times P_1 = \frac{10}{100} \times 77/94 = 7/94 \simeq 7/8 \text{ cm Hg}$$

اختلاف فشار ناشی از اضافه شدن مایع دوم است پس برای حالت دوم که مایع دوم به ظرف اضافه شده داریم:

$$(\rho g h)_{\text{جیوه}} = (\rho g h)_{\text{مایع دوم}}$$

$$\Rightarrow 7/8 \times 13/6 = 1/06 \times h \Rightarrow h = 100 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow V = Ah = 15 \times 100 \Rightarrow 1501 \text{ cm}^3 \simeq 1/5 \text{ L}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

ابتدا از رابطهٔ چگالی، ارتفاع آب و جیوه را به دست می‌آوریم:

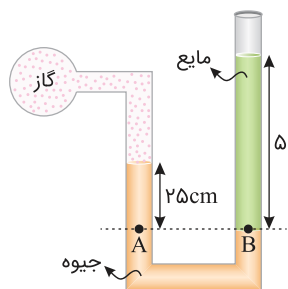
$$\text{فشار بر حسب جیوه} \begin{cases} h_{\text{Hg}} = \frac{272}{13/6 \times 20} = 1 \text{ cm} \\ h_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{544}{1 \times 20} = 27/2 \end{cases} \Rightarrow \rho_{\text{H}_2\text{O}} h_{\text{H}_2\text{O}} = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 2 \text{ cm}$$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{Hg}} + P_{\text{H}_2\text{O}} + P_0 = 1 + 2 + 75 = 78 \text{ cm Hg} = 78 \times 1360 = 106080 \text{ Pa}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

باتوجه به سطح تراز مشخص شده و یکسان بودن فشار در نقاط A و B می‌توان نوشت:



$$\begin{aligned}
 P_A = P_B &\Rightarrow P_{\text{گاز}} + (\rho g h)_{\text{جیوه}} = P_0 + (\rho g h)_{\text{مایع}} \\
 &\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = -13600 \times 10 \times \frac{25}{100} + \rho_{\text{مایع}} \times 10 \times \frac{50}{100} \\
 &\Rightarrow -25000 = -34000 + \rho_{\text{مایع}} \times 5 \\
 &\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 1800 \text{ kg/m}^3
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

اختلاف فشار بین دو نقطه درون مایع به واسطهٔ اختلاف ارتفاع ایجاد می‌شود. در این صورت می‌توان نوشت:

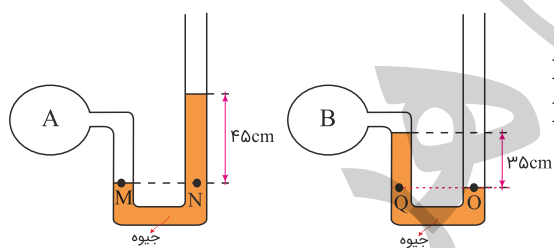
$$\begin{aligned}
 \Delta P = \rho g \Delta h &\Rightarrow (105 - 101) \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0.4 \\
 &\Rightarrow \rho = 2000 \text{ kg/m}^3
 \end{aligned}$$

ازطرفی می‌دانیم یکای kg/m^3 و g/L یکسان هستند. پس:

$$\rho = 2000 \text{ g/L}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

نقاطی که در یک تراز افقی از جیوه هستند فشار یکسانی دارند. بنابراین:



$$\begin{aligned}
 P_M = P_N &\Rightarrow P_A = P_0 + P_{\text{ستون جیوه}} \\
 P_Q = P_O &\Rightarrow P_0 = P_B + P_{\text{ستون جیوه}} \\
 &\Rightarrow P_A = 75 + 45 = 120 \text{ cmHg} \\
 &\Rightarrow P_B = 75 - 35 = 40 \text{ cmHg}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} P_M = P_N \\ P_Q = P_O \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{120}{40} = 3$$

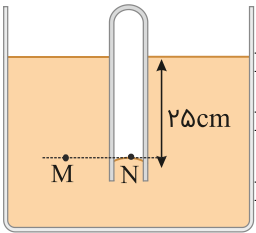
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

بیشترین فشار مکعب وقتی به سطح وارد می‌شود که روی کوچکترین وجه آن قرار بگیرد. در این شرایط ارتفاع قرارگیری مکعب بیشتر می‌شود. بنابراین براساس تعریف فشار می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \xrightarrow{m=\rho V} P = \frac{\rho g V}{A} = \frac{\rho g (Ah)}{A} = \rho g h \\
 P_{\text{max}} &= \rho g h_{\text{max}} \Rightarrow P_{\text{max}} = 8 \times 10^3 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} = 4 \times 10^3 \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

فشار نقطه M و N که در عمق یکسان ($h = 25\text{cm}$) از مایع قرار دارند با هم برابر است. همچنین فشار گاز درون لوله (P_G) برابر با فشار مایع در نقطه N است. بنابراین:



$$P_G = P_N = P_M \Rightarrow P_G = P_{\text{مایع}} + P_0$$

$$P_G = \rho gh + P_0$$

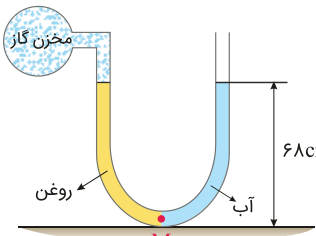
$$P_G = (2 \times 10^3) \times 10 \times \frac{25}{100} + 10^5$$

$$P_G = 5 \times 10^3 + 10^5 = 10^3 (5 + 10^2)$$

$$P_G = 105 \times 10^3 \text{ Pa} = 105 \text{ kPa}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: فشار در مرز مشترک آب و روغن با هم برابر است. باتوجه به برابری فشار در دو طرف لوله، رابطه تساوی فشار را می‌نویسیم.



$$P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{روغن}} gh = P_0 + \rho_{\text{آب}} gh$$

$$P_{\text{گاز}} + 800 \times 10 \times \frac{68}{100} = P_0 + 1000 \times 10 \times \frac{68}{100}$$

$$P_{\text{گاز}} = P_{\text{گاز}} - P_0 = 200 \times 10 \times \frac{68}{100} = 1360 \text{ Pa}$$

گام دوم: فشار پیمانه‌ای به دست آمده را به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

$$P_g = 1360 \text{ Pa} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1360 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$h_{\text{جیوه}} = 0.01 \text{ mHg} = 10 \text{ mmHg}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

با دمیدن در بالای نی قائم، تندی هوا در بالای نی، افزایش می‌یابد. طبق اصل برنولی فشار هوای بالای نی کاهش می‌یابد؛ بنابراین آب درون نی شروع به بالا رفتن می‌کند و سطح آب داخل نی بالا می‌آید.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول: ابتدا فشار هوا را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم.

$$P_0 = \rho gh = 13600 \times 10 \times \frac{76}{100} = 103360 \text{ Pa}$$

گام دوم: فشار جیوه و آب را با استفاده از رابطه $P = \frac{mg}{A}$ به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{آب}} = \frac{mg}{A} = \frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 2720 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{جیوه}} = \frac{mg}{A} = \frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 2720 \text{ Pa}$$

گام سوم: فشار در ته ظرف برابر با مجموع فشارهای هوا، آب و جیوه است و برابر است با:

$$P_{\text{ظرف}} = P_0 + P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} = 103360 + 2720 + 2720$$

$$\Rightarrow P_{\text{ظرف}} = 108800 \text{ Pa}$$

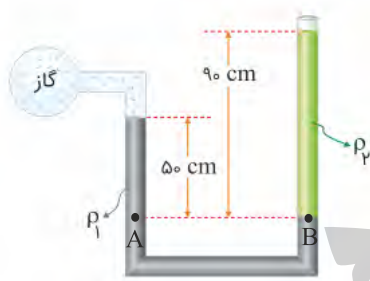
توجه کنید: بدون محاسبات نیز می‌توانستیم پاسخ صحیح را در گزینه‌ها پیدا کنیم. می‌دانیم که فشار هوا تقریباً 100000 Pa است، بنابراین فشار ته ظرف باید از این عدد بیشتر باشد، زیرا به فشار هوا، فشار آب و فشار جیوه نیز اضافه می‌شود. تنها گزینه‌ای که از 100000 Pa بیشتر است، گزینه ۴ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

نقاط A و B که در یک تراز افقی هستند. فشار یکسانی دارند. بنابراین:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_G + \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$\Rightarrow P_G - P_0 = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1 = 1000 \times 10 \times 0/9 - 1200 \times 10 \times 0/5 = 3000 \text{ Pa}$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

ابتدا رابطه فشار مایع در عمق h را برای هر دو حالت می‌نویسیم:

$$\begin{cases} h_1 = 50 \text{ cm} \Rightarrow P_1 = \rho g h_1 + P_0 \Rightarrow 100 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0/50 + P_0 \\ h_2 = 20 \text{ cm} \Rightarrow P_2 = \rho g h_2 + P_0 \Rightarrow 106 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0/20 + P_0 \end{cases}$$

با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌توان P و P_0 را بدست آورد:

$$\Rightarrow \times (-1) \begin{cases} 100 \times 10^3 = 0/50 \rho + P_0 \\ 106 \times 10^3 = 20 \rho + P_0 \end{cases} \xrightarrow{+} 6 \times 10^3 = 1/50 \rho$$

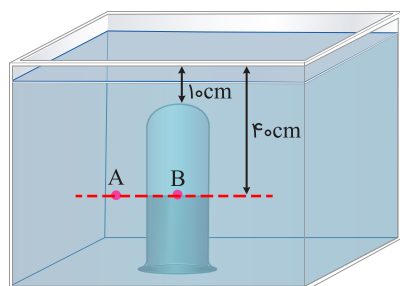
$$\Rightarrow \rho = 4000 \Rightarrow P_0 = 98000 \text{ Pa} = 98 \text{ kPa}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

آهنگ شارش سیال تراکم ناپذیر ثابت است و با تغییر قطر لوله تغییر نمی‌کند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

فشار در نقاط A و B باهم برابر است. در این صورت می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho g h + P_0 = P_{\text{گاز}}$$

با استفاده از مفهوم فشار پیمانه‌ای داریم:

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho g h$$

$$\Rightarrow P_g = 1700 \times 10 \times 0.4 = 6800 \text{ Pa}$$

برای تبدیل فشار پیمانه‌ای برحسب $P(\text{cmHg}) \times 1360 = P(\text{Pa})$ داریم:

$$P_g = \frac{6800}{1360} = 5 \text{ cmHg}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

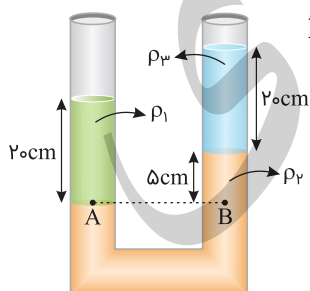
فشار ناشی از ستون جیوه (جیوه‌h) باید برابر با 68 kPa باشد:

$$P = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 68 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{68 \times 10^3}{136 \times 10^3} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

برای فشار نقاط هم تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow P_0 + \rho_1 g (20) = P_0 + \rho_2 g (20) + \rho_3 g (20)$$

$$\Rightarrow \rho_1 (20) = \rho_2 (20) + \rho_3 (20) \xrightarrow{\rho_3 = \frac{\rho_1}{2}} 20\rho_1 = 20\rho_2 + 20\left(\frac{\rho_1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 10\rho_1 = 20\rho_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

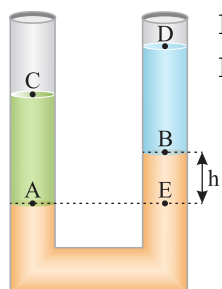
از روابط فشار کمک می‌گیریم:

$$\begin{cases} P = \frac{F}{A} \\ P = \rho gh + P_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{A} = \rho gh + P_0 \Rightarrow \frac{73200}{1200 \times 10^{-4}} = 1020 \times 10 \times h + 10^5$$

$$\Rightarrow h = \frac{10^4 (61 - 10)}{10200} = 5/5 \times 10^2 = 50 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

نقاط D و C سطح آزاد مایع‌ها هستند و فشار در آن نقاط برابر فشار هوا است، پس:



$$\begin{aligned} P_C &= P_D = P_0 \\ P_A &= P_E \Rightarrow P_A = P_B + \rho gh \\ \Rightarrow P_A &> P_B > P_C = P_D \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

فشار پیمانه‌ای، اختلاف فشار داخل زودپز و فشار هوا را نشان می‌دهد که برابر با فشار ناشی از وزنه است پس:

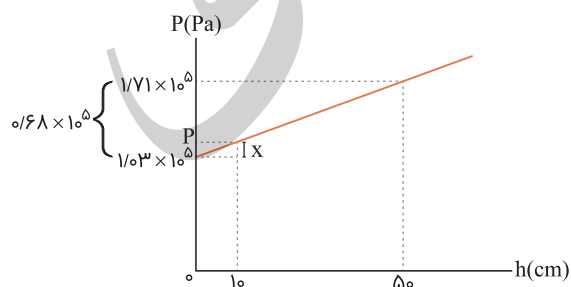
$$P_g = \frac{F}{A} \Rightarrow P_g A = F = mg \Rightarrow 10^5 \times 5 \times 10^{-6} = m \times 10 \Rightarrow m = 50 \text{ g}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

فشار در ارتفاع صفر برابر با $P_0 = 1/03 \times 10^5$ است. اگر فشار در عمق ۱۰cm را با P نشان دهیم، آنگاه:

$$x = P - P_0$$

با تناسب ساده می‌توان x که همان فشار پیمانه‌ای است را به دست آورد:



$$\frac{x}{0/68 \times 10^5} = \frac{10}{50} \Rightarrow P_g = 1/36 \times 10^5 \text{ Pa}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

نیروی ظرف به سطح افقی برابر F_N است که برابر با وزن ظرف و آب درون آن است. پس با اضافه شدن W_1 به وزن مایع، مقدار W_1 نیز به نیرویی که ظرف به سطح زیرین خود وارد می‌کند اضافه می‌شود.
نیروی آب به کف ظرف برابر است با:

$$\Delta F = \Delta P \times A_{\text{کف}} \xrightarrow{\Delta P = \frac{W}{A_{\text{پای}}}} \Delta F = \frac{W_1}{1 \text{ cm}^2} \times (10 \times 10) \Rightarrow \Delta F = 50 W_1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

صادق طاهری

گزینه ۳

۱

از قضیه کار-انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{1}{2}m((3v)^2 - (v)^2)}{\frac{1}{2}m(v^2 - 0)} = \frac{8v^2}{v^2} = 8$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۱

۲

روش اول:

بنا بر تعریف کار نیرو یعنی $W_F = F \cos \theta d$ می‌دانیم که نیرویی که در راستای جابه جایی باشد کار انجام می‌دهد و کار نیرویی که عمود بر جابه جایی جسم است صفر است.

در این سوال جسم در جهت محور x جابه جا شده است ($\vec{d} = 6m\vec{i}$)، بنابراین فقط مولفه ای از نیروی F که در راستای محور x باشد یعنی $30N\vec{i}$ ، کار انجام می‌دهد. دقت کنید چون جهت این مولفه هم جهت با محور x است با جابه جایی زاویه صفر می‌سازد پس کار این نیرو مقداری مثبت است.

$$W_F = F_x d = 30 \times 6 = 180 J$$

روش دوم:

به طور کلی اگر نیروی $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ بر جسمی اثر کند و جابه جایی جسم $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}$ باشد، کار نیرو را می‌توان از راه زیر حساب کرد:

$$W = F_x d_x + F_y d_y = 30 \times 6 + 40 \times 0 = 180 J$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

با توجه به رابطه بازده داریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \Rightarrow P_{\text{کل}} \times Ra = P_{\text{مفید}} \times 100$$

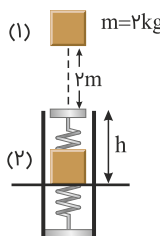
توان مفید در پمپ آب برابر با کار انجام شده برای بالا آوردن آب ($mg\Delta h$) تقسیم بر زمان انجام این کار است بنابراین داریم:

$$P_{\text{کل}} \times Ra = \frac{mg\Delta h}{t} \times 100 \Rightarrow P_{\text{کل}} \times 80 = \frac{252 \times 10^3 \times 10 \times 12}{3600} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{کل}} = 10/5 \times 10^3 \text{ W} = 10/5 \text{ kW}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

سطح مبدا انرژی پتانسیل گرانشی را پایین‌ترین نقطه‌ای که جسم قرار می‌گیرد در نظر می‌گیریم:



$$E_1 = K_1 + U_{1g} + \cancel{U_{1e}}$$

$$E_2 = \cancel{K_2} + \cancel{U_{2g}} + U_{2e}$$

باتوجه به نداشتن اتلاف انرژی $E_1 = E_2$ است.

$$K_1 + U_{1g} = U_{2e} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + 2 \times 10(2 + h) = 46$$

$$\Rightarrow 20(2 + h) = 42 \Rightarrow 2 + h = 2/1 \Rightarrow h = 0/1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

طبق قضیه کار- انرژی جنبشی و باتوجه به اینکه دو نیروی وزن و مقاومت هوا روی چتر باز کار انجام می‌دهند می‌توان نوشت:

$$W_f + W_g = \Delta K$$

$$W_f + mgh = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$W_f + 100 \times 10 \times 500 = \frac{1}{2} \times 100(4/5^2 - 1/5^2)$$

$$W_f = -4991 \times 10^2 \text{ J} = -499/1 \text{ kJ}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

انرژی وزنه را در لحظه برخورد به زمین محاسبه می‌کنیم:

$$E_v = \frac{1}{2}mv^2 + \cancel{J} = \frac{1}{2} \times 50 \times 64 = 1600 \text{ J}$$

بازده ماشین را از رابطه $100 \times \frac{E_{out}}{E_{in}}$ به دست می‌آوریم:

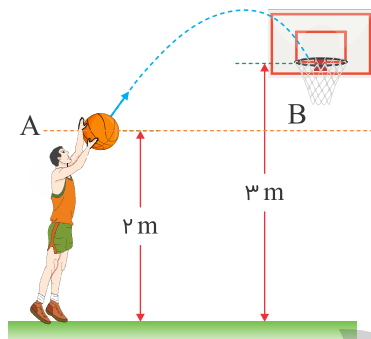
$$R_a = \frac{1600}{2000} \times 100 = 80\%$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی برابر کار کل انجام شده روی جسم است. پس اگر تندی ثابت باشد، کار کل انجام شده روی جسم صفر است ((الف درست است). یعنی $F_{net} d \cos \theta = 0$ است. طبق این رابطه ممکن است F_{net} یا d یا $\cos \theta$ برابر صفر باشد. پس برای مورد (پ) الزامی در کار نیست و ممکن است F_{net} مخالف صفر باشد. ((پ نادرست است) انرژی جنبشی ثابت است اما در مورد تغییر انرژی پتانسیل نمی‌توان اظهار نظر کرد. پس مورد (ب) می‌تواند درست یا نادرست باشد. ((ب نادرست است)

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی را نقطه پرتاب در نظر می‌گیریم، کار نیروی مقاومت هوا هم باعث تغییر انرژی مکانیکی می‌شود. بنابراین:

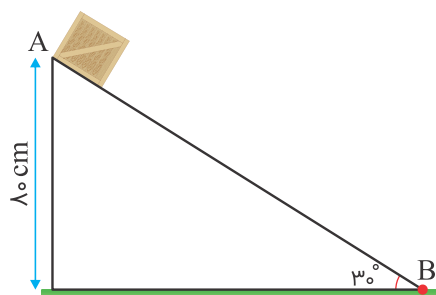


$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow K_B + U_B - (K_A + \cancel{J}) = -\frac{1}{\lambda} K_A$$

$$\Rightarrow K_B + U_B = \frac{\lambda}{\lambda} K_A \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{\lambda}{\lambda} mv_A^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 + 10 \times 1 = \frac{\lambda}{\lambda} \times 18 \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = 18 \Rightarrow v_B^2 = 36 \Rightarrow v_B = 6 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱



چون جسم از سراسیمی پایین آمده بنابراین کار نیروی وزن مثبت است. کار نیروی اصطکاک هم برابر با تغییر انرژی مکانیکی جسم است. مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی، سطح زمین است. پس داریم:

$$W_{mg} = +mg\Delta h = 0.5 \times 10 \times 0.8 = 4 \text{ J}$$

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (K_B + U_B) - (K_A + U_A) = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh_A = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.5 \times 3^2 - (0.5 \times 10 \times 0.8) = W_f \Rightarrow \frac{9}{4} - 4 = -1.75 \text{ J}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

سطح بدون اصطکاک است. در این صورت انرژی مکانیکی در تمامی نقاط ثابت می‌باشد. همچنین جسم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند بنابراین K_A صفر است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Rightarrow 32 = \frac{1}{2}v_B^2 + 16 \Rightarrow v_B^2 = 32 \Rightarrow v_B = \sqrt{32} \text{ m/s}$$

$$E_A = E_C \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 64 \Rightarrow v_C = \sqrt{64} \text{ m/s}$$

پس نسبت تندیه‌ها در دو نقطه C و B برابر است با:

$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{64}{32}} = \sqrt{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا جرم آب بالا برده شده را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ Lit}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \times 1200 \text{ Lit} = 1200 \text{ kg}$$

حال کار مفید انجام‌شده و کار کل انجام‌شده توسط تلمبهٔ برقی را حساب می‌کنیم:

$$W_{\text{مفید}} = mgh = 1200 \times 10 \times 15 = 18 \times 10^5 \text{ J}$$

$$W_t = Pt = 5000 \times 60 = 3 \times 10^5 \text{ J}$$

در این صورت بازده برابر است با:

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{18 \times 10^5}{3 \times 10^5} \times 100 = 60\%$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

اتلاف انرژی برابر $0/25 K_1$ است پس:

$$E_2 - E_1 = 0/25 K_1$$

$$\Rightarrow K_2 + U_2 - K_1 - U_1 = 0/25 K_1 \Rightarrow K_2 + U_2 = 0/75 K_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2} (2)^2 + 10 \times 2/2 = \frac{3}{4} v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1 = 8 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

از رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ تغییرات انرژی جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (25^2 - 18^2) = 500(25 + 18)(25 - 18) = 150500 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta K = 1/505 \times 10^5 \text{ J} = 1/505 \times 10^{-1} \text{ MJ}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} (200)(2500)^2 = 625 \times 10^6 \text{ J} = 625 \text{ mJ} = 6/25 \times 10^2 \text{ MJ}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

طبق قضیه پایستگی انرژی داریم:

$$W_f = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) + mg(h_f - h_i)$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10}(18^2 - 10^2) + \frac{2}{10} \times 10(0 - 15) = -7/6 \text{ J}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

به دلیل وجود نیروهای تلف کننده انرژی می توان نوشت:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K = E_f$$

$$\Rightarrow mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = E_f$$

$$\Rightarrow \Delta E = m \times 10 \times 236 + \frac{1}{2}m(20^2 - 80^2) = m(2360 - 3000)$$

$$\Rightarrow \Delta E = E_f = -640 \text{ m}$$

در این صورت درصد انرژی تلف شده برابر است با:

$$\frac{|\Delta E|}{K_1} \times 100 = \frac{640 \text{ m}}{\frac{1}{2}m \times (80)^2} \times 100 = \frac{640}{3200} \times 100 = 20\%$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

با استفاده از رابطه محاسبه کار نیروی وزن می توان نوشت:

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -2 \times 10 \times (1/5 - 1) = -10 \text{ J}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

کار نیروی وزن برای یک جسم تنها به تغییر ارتفاع آن بستگی دارد و مسیر حرکت مهم نیست. چون در این سؤال تغییر ارتفاع هر سه توپ یکسان است، کار نیروی وزن این سه توپ مشابه، یکسان است.

$$W_{\text{وزن}} = mgh = -\Delta U_{\text{گرانشی}}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = m_2 = m_3 \\ \Delta h_1 = \Delta h_2 = \Delta h_3 = h \end{array} \right\} \xrightarrow{W=mgh} W_1 = W_2 = W_3$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

طبق قضیه کار- انرژی جنبشی می‌توانیم کار انجام‌شده روی گلوله از طرف دیوار را محاسبه کنیم:

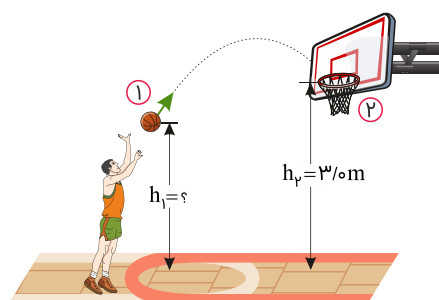
$$W_t = \Delta K = K_v - K_1 = \frac{1}{2}m(v_v^2 - v_1^2)$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} (0 - 300^2)$$

$$W_t = 2 \times 10^{-2} (0 - 9 \times 10^4) \Rightarrow W_f = -1800 \text{ J}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

چون مقاومت هوا ناچیز است و اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی توپ پایسته است. بین لحظه‌ها شدن توپ از دست ورزشکار و لحظه ورود توپ به سبد، پایستگی انرژی را می‌نویسیم. (سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را زمین در نظر می‌گیریم)



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 10h_1 + \frac{1}{2}(6)^2 = 10(3) + \frac{1}{2}(5)^2 \Rightarrow h_1 = 2/45 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

چون تلفات نداریم پس انرژی مکانیکی پایسته است همچنین مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی را تپه دوم در نظر می‌گیریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_1^2 + 2gh = v_2^2$$

$$\Rightarrow 400 + 2 \times 10 \times 25 = v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 900 \Rightarrow v_2 = 30 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی، کار پمپ را به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{\text{mg}} = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_2=K_1} W_{\text{پمپ}} = -W_{\text{mg}}$$

$$W_{\text{پمپ}} = -(-mg\Delta h) = +(\rho V g \Delta h)$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = +(10^3 \times 3 \times 10 \times 24) = 7/2 \times 10^5 \text{ J}$$

گام دوم: توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{7/2 \times 10^5}{60} = 1/2 \times 10^4 \text{ W} = 12 \text{ kW}$$

گام سوم: بازده پمپ برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{12}{20} \times 100 = 60\%$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

ابتدا انرژی جنبشی شهاب‌سنگ را برحسب ژول به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2/1 \times 10^6 \times (8 \times 10^3)^2 \Rightarrow K = 2/1 \times 32 \times 10^{10} \text{ J}$$

حالا با یک تناسب ساده جرم TNT که می‌تواند این مقدار انرژی را ایجاد کند به دست می‌آوریم:

$$\frac{4/2 \times 10^9 \text{ J}}{2/1 \times 32 \times 10^{10} \text{ J}} = \frac{1 \text{ ton}}{m=?} \Rightarrow m = \frac{2/1 \times 32 \times 10^{10}}{4/2 \times 10^9} = 160 \text{ ton}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

چون جابه‌جایی هواپیما خلاف جهت نیروی وزن است بنابراین کار نیروی وزن منفی است و داریم:

$$W_{\text{mg}} = -mgh = -60000 \times 10 \times 600 = -3/6 \times 10^8 \text{ J}$$

با محاسبه انرژی مکانیکی هواپیما در باند فرودگاه (۱) و در ارتفاع (۲) می‌توان تغییر انرژی مکانیکی آن را حساب نمود:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= U_1 + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ E_2 &= U_2 + K_2 = mgh + \frac{1}{2}m(v_2)^2 = mgh + 2mv_1^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \Delta E = E_2 - E_1 = mgh + 2mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + \frac{3}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \Delta E = 60000 \times 10 \times 600 + \frac{3}{2} \times 60000 \times 80^2 = 3/6 \times 10^8 + 5/76 \times 10^8 \text{ J}$$

$$= 9/36 \times 10^8 \text{ J}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

نیروی وارد بر هر دو قایق برابر است و هر دوی آن‌ها به یک میزان جابه جا شده است بنابراین کار نیروی باد بر روی آن‌ها برابر است. حال قضیه کار-انرژی جنبشی را برای هر دو قایق می‌نویسیم:

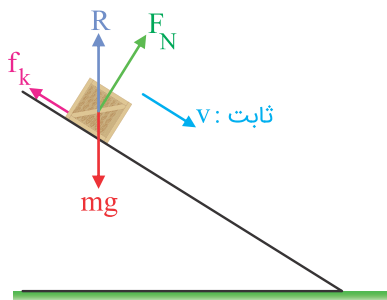
$$W_t = \Delta K \Rightarrow \begin{cases} \text{قایق سبک: } F \cos \theta d = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} m v_2^2 \\ \text{قایق سنگین: } F \cos \theta d = \frac{1}{2} 4m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} 4m v_2^2 \end{cases}$$

با مساوی قرار دادن دو رابطه بالا داریم:

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} 4m v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 4v_2^2 \Rightarrow v_2 = 2v_2' \Rightarrow \frac{v_2}{v_2'} = 2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

حرکت جسم بر روی سطح شیب‌دار با تندی ثابت است. در این صورت تغییر انرژی جنبشی آن صفر است بنابراین می‌توان نوشت:



$$\left. \begin{matrix} W_t = \Delta K \\ \Delta K = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow W_t = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N} = 0 \xrightarrow{W_{F_N}=0} W_{f_k} = -W_{mg}$$

کار نیروی عمودی صفر است اما کار نیروی واکنش سطح (R) غیر صفر می‌باشد. چون نیروی اصطکاک کار انجام داده است، انرژی مکانیکی جسم کاهش پیدا می‌کند زیرا $E_2 - E_1 = W_f$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

- تنها نیرویی که روی سه توپ کار انجام داده نیروی وزن است پس طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{mg} = \Delta K$$

چون ارتفاع دو گلوله (۱) و (۲) همواره کاهش می‌یابد $\Leftarrow W_{mg} > 0 \Leftarrow \Delta K > 0 \Leftarrow v_2 > v_1$ مورد الف درست و مورد ب نادرست است.
- توپ‌ها با سرعت اولیه یکسان و از ارتفاع برابر پرتاب شده اند پس:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= K_2 = K_3 \\ W_{gh1} &= W_{gh2} = W_{gh3} = mgh = \Delta K_1 = \Delta K_2 = \Delta K_3 \\ \Rightarrow K'_1 &= K'_2 = K'_3 \Rightarrow v'_1 = v'_2 = v'_3 \end{aligned} \right\}$$

مورد پ درست است.

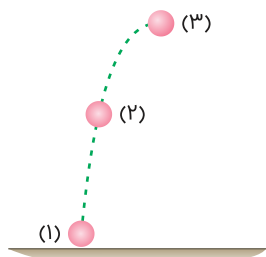
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$\begin{aligned} W_t &= \Delta K \Rightarrow 120 = \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (1) \\ W'_t &= \Delta K' = \frac{1}{2}m((4v_0)^2 - (v_1)^2) = \frac{1}{2}m(16v_1^2 - v_1^2) = \frac{15}{2}mv_1^2 \\ &\xrightarrow{(1)} W'_t = 15 \times 120 = 1800 \text{ J} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

طبق اصل پایستگی در نقاط (۱) و (۲) داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\xrightarrow[U_1=0]{K_2=0/7K_1} K_1 = 0/7K_1 + U_2 \Rightarrow K_1 = 0/7K_1 + mgh_2$$

$$\Rightarrow 0/3\left(\frac{1}{2} \times m \times v_1^2\right) = m \times 420 \Rightarrow v_1^2 = 2800$$

فرض می‌کنیم جسم حداکثر تا نقطه (۳) بالا می‌رود:

$$E_1 = E_3 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_3 + U_3 \Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times v_1^2 = mgh_3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2800 = 10 \times h_3 \Rightarrow h_3 = 140 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

ابتدا نیروی کل را حساب کرده و در رابطه کار کل جایگذاری می‌کنیم:

$$F_T = F \cos 37^\circ - f_k = 6000 \times \frac{4}{5} - 4000 = 800 \text{ N}$$

$$W_T = F d = 800 \times 5 = 4000 \text{ J}$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی $W_T = \Delta K$ است پس: $\Delta K = 4000 \text{ J}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

$$W_t = K_2 - K_1 = W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$40 \times 5 \times \cos 60^\circ - f_k \times 5 = \frac{1}{2} \times 8 (2/5^2 - 0^2)$$

$$\Rightarrow 100 - f_k \times 5 = 20 \Rightarrow f_k = 16 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}m(6^2 - 2^2) \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}m \times 32 \Rightarrow m = \frac{1}{4} \text{ kg} = 250 \text{ g}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

صادق طاهری

گزینه ۲

۱

ابتدا تغییرات دمای آب را برحسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم (تغییرات دما برحسب سلسیوس و کلوین برابرند):

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 9 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 5^{\circ} \text{C}$$

$$Q = mc\Delta\theta = 1 \times 4/2 \text{ (kJ/kg.K)} \times 5^{\circ} \text{C} = 21 \text{ kJ}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۱

۲

رابطه گرمای داده شده به A را بر رابطه گرمای داده شده به B تقسیم می‌کنیم. به این ترتیب داریم:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = \frac{\rho_A V_A}{\rho_B V_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2 \times 1}{1 \times 1} \times 2 \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{1}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۳

۳

گرمایی که آب می‌دهد ($|Q|$) توسط $\frac{2}{3}$ یخ جذب می‌شود و آن را ذوب می‌کند:

$$|Q_{\text{آب}}| = \frac{2}{3} Q_{\text{یخ}} \Rightarrow \frac{2}{3} m_{\text{یخ}} L_F = |m_{\text{آب}} c \Delta\theta|$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \times m_{\text{یخ}} \times (80 \times 4200) = |0/8 \times 4200 \times (0 - 20)|$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} m_{\text{یخ}} \times 80 = 16 \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 0/3 \text{ kg} = 300 \text{ g}$$

دقت: برای ساده شدن محاسبات داریم:

$$L_F = 336000 \text{ J/kg} = 80 \times 4200 \text{ J/kg}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۹۰ درصد گرمایی که آب می‌دهد (یعنی $|Q|$ $\frac{90}{100}$) توسط یخ جذب می‌شود (Q') و آن را ذوب می‌کند:

$$\frac{90}{100} |Q| = Q' \Rightarrow \frac{90}{100} |mc\Delta\theta| = m' L_F \Rightarrow \frac{9}{10} |(0/8 \times 4/2 \times 50)| = m' \times 336$$

$$\Rightarrow m' = \frac{4 \times 4/2 \times 9}{336} = 0/45 \text{ kg} = 450 \text{ g}$$

دقت: برای ساده شدن محاسبات

$$c = 4200 \text{ J/kg.K} = 4/2 \text{ kJ/kg.K}$$

$$L_F = 336000 \text{ J/kg} = 336 \text{ kJ/kg}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$A_r = A_l(1 + \gamma\alpha\Delta\theta)$$

$$A_r = 50(1 + 2 \times 2/3 \times 10^{-5} \times 80) = 50 + 0/184 = 50/184 \text{ cm}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

برای اینکه این دو میله به هم برسند کافی است مجموع افزایش طول آن‌ها برابر $0/4 \text{ cm}$ باشد:

$$\Delta L_{Cu} + \Delta L_{Al} = 100/4 - (50 + 50) = 0/4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta + L_{Al}\alpha_{Al}\Delta\theta = 0/4$$

$$\Rightarrow 50\Delta\theta(1/7 \times 10^{-5} + 2/3 \times 10^{-5}) = 0/4 \Rightarrow \Delta\theta = 200^\circ\text{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گرمای فقط بین فلز و آب مبادله می‌شود بنابراین از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\theta_e = \frac{mc\theta + m'c'\theta'}{mc + m'c'}$$

$$\theta_e = \frac{420 \times 400 \times 84 - 0}{420 \times 400 + 800 \times 4200} = 4^\circ\text{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: مقدار گرمایی که در مدت ۲۰ دقیقه به یخ داده می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = 10 / \text{kJ} / \text{min} \times 20 \text{ min} = 210 \text{ kJ}$$

گام دوم: مقدار گرمایی که لازم است یخ مراحل زیر را بپیماید تا کاملاً ذوب شود را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{آب} \xrightarrow{0^\circ\text{C}} \text{یخ} \xrightarrow{0^\circ\text{C}} \text{یخ} \xrightarrow{-20^\circ\text{C}}$$

$$Q' = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q' = mc'\Delta\theta + mL_F = 0/5 \times 2/1 \times 20 + 336 \times 0/5$$

$$Q' = 21 + 168 = 189 \text{ kJ}$$

گام سوم: مقدار گرمای باقی‌مانده (به اندازه تفاضل Q و Q') باعث افزایش دمای آب می‌شود؛ پس داریم:

$$Q_2 = Q - Q' = 210 - 189 = 21 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = mc\Delta\theta \Rightarrow 21 = 0/5 \times 4/2 \times (\theta - 0) \Rightarrow \theta = 10^\circ\text{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

گرمای Q_1 باعث ذوب یخ و گرمای Q_2 باعث افزایش دمای آن تا 20°C می‌شود. بنابراین:

$$\text{آب} \xrightarrow{20^\circ\text{C}} \text{یخ} \xrightarrow{0^\circ\text{C}} \text{آب} \xrightarrow{0^\circ\text{C}} \text{یخ}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mL_f + mc\Delta\theta = 336000\text{m} + 4200 \times 20 \times \text{m} = 420000\text{m}$$

$$\frac{Q_1}{Q_{\text{کل}}} = \frac{mL_f}{mL_f + mc\Delta\theta} = \frac{336000\text{m}}{420000\text{m}} = 0/8$$

$$\text{درصد گرمایی که صرف ذوب شدن یخ شده} = \frac{Q_1}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = 80\%$$

راه حل دیگر:

برای محاسبه گرمای داده شده از یکای کالری استفاده می‌کنیم. برای سهولت در محاسبه فرض می‌کنیم جرم یخ ۱ گ است:

$$c_{\text{آب}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}, \quad L_F = 80 \text{ cal/g}$$

$$Q_1 = mL_F = 1 \times 80 = 80 \text{ cal}$$

$$Q_2 = mc\Delta\theta = 1 \times 1 \times 20 = 20 \text{ cal}$$

کل گرمایی که برای این کار لازم است را به دست می‌آوریم:

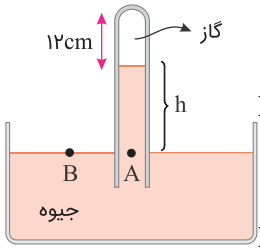
$$Q = Q_1 + Q_2 = 80 + 20 = 100 \text{ cal}$$

حال درصد گرمایی که صرف ذوب شدن یخ شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد گرما} = \frac{Q_1}{Q} \times 100 = \frac{80}{100} \times 100 = 80\%$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

ابتدا ارتفاع جیوه درون لوله قبل از تغییر آن را به دست می‌آوریم:

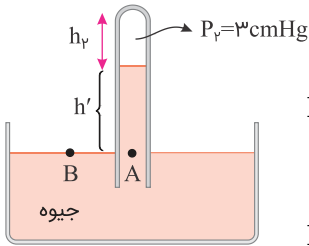


$$P_A = P_B \Rightarrow h + P_{\text{گاز}} = P_o \Rightarrow h + 2 = 76 \Rightarrow h = 74 \text{ cmHg}$$

مشخصات گاز قبل از فروبردن لوله در جیوه برابر است با:

$$P_1 = 2 \text{ cmHg}, V_1 = 12A, T_1$$

با فروبردن لوله در ظرف، فشار گاز درون لوله به ۳ cmHg رسیده است. در این حالت ارتفاع جیوه درون لوله برابر است با:



$$P_A = P_B \Rightarrow h' + 3 = P_o \Rightarrow h' + 3 = 76 \Rightarrow h' = 73 \text{ cmHg}$$

مشخصات گاز در این حالت را می‌نویسیم:

$$P_2 = 3 \text{ cmHg}, V_2 = h_v \times A, T_2 = T_1$$

حالا از تساوی $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2 \times 12A}{T_1} = \frac{3 \times h_v A}{T_2} \Rightarrow h_v = 8 \text{ cm}$$

در حالت اول طول لوله بیرون از جیوه برابر $L_1 = 12 + 74 = 86 \text{ cm}$ و در حالت دوم برابر $L_2 = 8 + 73 = 81 \text{ cm}$ است. پس لوله ۵ cm درون جیوه فرو برده شده است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

چون α آلومینیم بیشتر از α فولاد است و طول اولیه آن‌ها یکسان است با افزایش دمای یکسان دو میله، طول میله آلومینیمی بیشتر از میله فولادی افزایش می‌یابد. اختلاف تغییر طول دو میله را برابر ۲/۳ mm قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \Delta L_{Al} - \Delta L_{Fe} &= L_{Al} \alpha_{Al} \Delta \theta_{Al} - L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta \theta_{Fe} \\ &= L_1 (\alpha_{Al} - \alpha_{Fe}) \Delta \theta = 4 \times 10^3 (\text{mm}) (11/5 \times 10^{-6}) \times \Delta \theta \\ &\Rightarrow 2/3 = 4 \times 10^3 (11/5 \times 10^{-6}) \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ \text{C} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

چون گرما فقط بین آلومینیوم و آب مبادله می‌شود بنابراین گرمای داده شده توسط آلومینیوم با گرمای گرفته شده توسط آب از نظر مقدار برابر است. در این صورت داریم:

$$(mc\Delta\theta)_{\text{آب}} = (mc|\Delta\theta|)_{\text{آلومینیوم}} \Rightarrow 4/5 \times 4200 \times 2 = m \times 900 \times 42 \\ \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

از آنجا که دمای تعادل 5°C است هم آب 20°C و هم یخ 10°C باید به دمای تعادل 5°C برسند. بنابراین:

$$\text{آب } 20^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} 5^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} \text{آب } 5^\circ\text{C} \xleftarrow{Q_4} \text{آب } 20^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c \Delta\theta_1 + m_1 L_F + m_1 c \Delta\theta_3 + mc \Delta\theta = 0$$

برای راحتی محاسبات گرما را بر حسب kJ می‌نویسیم:

$$(1 \times 2/1 \times 10) + (1 \times 336) + (1 \times 4/2 \times 5) + (m \times 4/2 \times -15) = 0$$

$$\xrightarrow{\div 21} 1 + 16 + 1 - 3m = 0 \Rightarrow m = \frac{18}{3} = 6 \text{ kg}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

طول اولیه میله‌ها یکسان است بنابراین برای اینکه اختلاف طول میله‌ها به 0.3 mm برسد باید اختلاف تغییر طول آن‌ها برابر 0.3 mm شود:

$$\Delta L_{\text{Cu}} - \Delta L_{\text{Fe}} = 0.3 \Rightarrow \alpha_1 L_1 \Delta\theta - \alpha_2 L_2 \Delta\theta = 0.3$$

$$\Rightarrow L_1 \Delta\theta (\alpha_1 - \alpha_2) = 0.3 \Rightarrow 500 \Delta\theta (1/8 \times 10^{-5} - 1/2 \times 10^{-5}) = 0.3$$

$$\Rightarrow 500 \Delta\theta \times 0.6 \times 10^{-5} = 0.3 \Rightarrow 3 \times 10^{-3} \Delta\theta = 0.3 \Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ\text{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

با استفاده از رابطه محاسبه تغییر حجم ایجاد شده می‌توان نوشت:

$$\Delta V = V_1 (3\alpha) \Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta V}{3V_1 \Delta T} = \frac{\lambda/1}{3 \times 120 \times 10^3} = \frac{27}{12} \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2/25 \times 10^{-5} \text{ } 1/\text{K}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

دمای تعادل را θ_e فرض می‌کنیم: (آب گرما از دست داده و آلومینیوم گرما گرفته است.)

$$m_W c_W (\Delta\theta)_W = m_{Al} c_{Al} (\Delta\theta)_{Al} \Rightarrow m_W c_W (\theta_e - \theta_i) = m_{Al} c_{Al} (\theta_e - \theta'_i)$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{0/3 \times 4200 \times 70 + 0/12 \times 900 \times 20}{0/3 \times 4200 + 0/12 \times 900} = 66^\circ C$$

$$\Rightarrow \theta_e = 273 + 66 = 339 K$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$$\theta_1 = -10^\circ C, \theta_2 = 40^\circ C \Rightarrow \Delta\theta = 40 - (-10) = 50^\circ C$$

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta = \frac{9}{5} \times 50 = 90^\circ F$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (mc\Delta\theta)_{\text{مس}} + (C\Delta\theta)_{\text{فلز}} = 0$$

$$\Rightarrow (0/52 \times 4200 \times 5) + (0/1 \times 400 \times (-30)) + (C_{\text{فلز}} \times (-40)) = 0$$

$$\Rightarrow 10920 - 1200 = 40^\circ C \Rightarrow C_{\text{فلز}} = 243 J/^\circ C$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

ابتدا دما را بر حسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

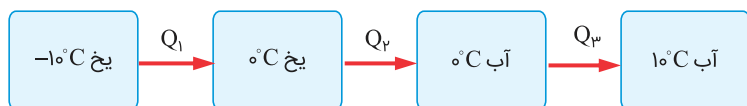
$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 5\theta = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = 10^\circ C$$

سپس از رابطه $T = 273 + \theta$ ، دما را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T = \theta + 273 = 10 + 273 = 283 K$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

باتوجه به تبدیل حالت و تغییر دمای ایجاد شده می‌توان نوشت:



$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (mc\Delta\theta)_{\text{یخ}} + mL_f + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow Q_t = 0/5 \times 2100 \times 10 + 0/5 \times 336000 + 0/5 \times 4200 \times 10$$

$$\Rightarrow Q_t = 199500 \text{ J} = 199/5 \text{ kJ}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

ابتدا تغییرات دما برحسب درجهٔ سلسیوس را حساب می‌کنیم:

$$\Delta F = 122 - (-58) = 180^\circ \text{F}$$

$$\Delta\theta = \Delta T = \frac{5}{9} \Delta F = \frac{5}{9} \times 180 = 100^\circ \text{C}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ تغییرات طول داریم:

$$\Delta\ell = \ell_1 \alpha \Delta T = 1158 \times 1/3 \times 10^{-5} \times 100 = 1/5 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

با استفاده از رابطه مقیاس دمای سلسیوس و فارنهایت و فرض سوال می‌توان نوشت:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 122 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 90 = \frac{9}{5}\theta \Rightarrow \theta = 50^\circ \text{C}$$

این دما بر حسب کلوین برابر است با:

$$T = \theta + 273 = 50 + 273 = 323 \text{ K}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

مخلوط دو گاز هیدروژن و هلیوم در مخزن وجود دارد بنابراین:

$$n_{H_2} + n_{He} = n_{\text{کل}}$$

$$n_{H_2} + n_{He} = \frac{PV}{RT} = \frac{2 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-2}}{8 \times (273 + 127)}$$

$$\Rightarrow n_{H_2} + n_{He} = 2/5 \text{ mol} \Rightarrow \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} + \frac{m_{He}}{M_{He}} = 2/5$$

$$\Rightarrow \frac{m_{H_2}}{2} + \frac{m_{He}}{4} = 2/5 \Rightarrow 2m_{H_2} + m_{He} = 10 \text{ g}$$

$$\text{طبق صورت سؤال: } \left. \begin{array}{l} m_{H_2} + m_{He} = 8 \text{ g} \\ 2m_{H_2} + m_{He} = 10 \text{ g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m_{H_2} = 2 \text{ g} \\ m_{He} = 6 \text{ g} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{m_{H_2}}{m_{He}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

چون پیستون جابه‌جا نمی‌شود، حجم گاز ثابت است.
اگر حجم مقدار معینی از گاز کامل ثابت باشد، فشار آن با دما رابطه مستقیم دارد.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_0 + \frac{m_1 g}{A}}{T_1} = \frac{P_0 + \frac{(m_1 + m_2) g}{A}}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{84 \times 10^3 + \frac{36}{10^{-3}}}{273 + 7} = \frac{84 \times 10^3 + \frac{60}{10^{-3}}}{T_2} \Rightarrow \frac{120 \times 10^3}{280} = \frac{144 \times 10^3}{T_2} \Rightarrow T_2 = 336 \text{ K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 336 - 280 = 56 \text{ K}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

با اضافه کردن جیوه در شاخه A، سطح جیوه در شاخه چپ ثابت می‌ماند. بنابراین حجم گاز ثابت است.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{75}{273 + 27} = \frac{P_2}{273 + 27 + 30} \Rightarrow P_2 = 1/1 \times 75$$

چون سطح جیوه در شاخه سمت چپ ثابت باقی مانده است بنابراین افزایش فشار گاز همان ارتفاع اضافه‌شده به شاخه سمت راست است.

$$\Delta h = P_2 - P_1 = 1/1 \times 75 - 75 = 0/1 \times 75 = 7/5 \text{ cmHg}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1/8 \times 10^5 \times 1/4}{273 + 7} = \frac{10^5 \times V_2}{273 + 27}$$

$$\Rightarrow V_2 = 2/7 \text{ cm}^3 \Rightarrow \Delta V = 2/7 - 1/4 = 1/3 \text{ cm}^3$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

مدت زمانی که لازم است تا یخ -10°C به یخ 0°C تبدیل شود را t_1 می‌نامیم و گرمای لازم برای اینکار برابر است با:

یخ 0°C → یخ -10°C

$$Q = mc\Delta\theta = 0.2 \times 2100 \times 10 = 4200 \text{ J}$$

$$\frac{1 \text{ s}}{t_1} \frac{210 \text{ J}}{4200 \text{ J}} \Rightarrow t_1 = \frac{4200}{210} = 20 \text{ s} \Rightarrow 2 \text{ و } 1 \text{ گزینه‌های}$$

مدت زمانی که لازم است تا یخ 0°C به آب 0°C تبدیل شود را t_2 می‌نامیم و اندازه آن را به این ترتیب بدست می‌آوریم:

آب صفر → یخ صفر

$$Q = mL_F = 0.2 \times 336000 = 67200 \text{ J}$$

$$\frac{1 \text{ s}}{t_2} \frac{210 \text{ J}}{67200 \text{ J}} \Rightarrow t_2 = \frac{67200}{210} = 320 \text{ s}$$

$$\Rightarrow t = t_1 + t_2 = 20 + 320 = 340 \text{ s} \Rightarrow 3 \text{ گزینه}$$

بنابراین گزینه ۴ درست است. اما بیایید قسمت سوم نمودار را هم بررسی کنیم.

مدت زمانی که لازم است تا آب 0°C به آب 10°C تبدیل شود را t_3 می‌نامیم و اندازه آن را به این ترتیب بدست می‌آوریم:

آب 0°C → آب 10°C

$$Q = mc\Delta\theta = 0.2 \times 4200 \times 10 = 8400 \text{ J}$$

$$\frac{1 \text{ s}}{t_3} \frac{210 \text{ J}}{8400 \text{ J}} \Rightarrow t_1 = \frac{8400}{210} = 40 \text{ s}$$

از بین گزینه‌ها تنها گزینه ۴ این ویژگی را دارد و سه گزینه دیگر این زمان را به اشتباه ۲۰ ثانیه نشان می‌دهند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

رابطه تقریبی چگالی با دما بصورت $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta T)$ است بنابراین:

$$\Delta T = \Delta\theta \Rightarrow \Delta T = 100 \text{ K}$$

$$\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta T) \Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = -\rho_1\beta\Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta\rho = -\frac{m}{V}\beta\Delta T = -\frac{44 \times 10^{-3}}{\frac{4}{3} \times 3 \times (10^{-2})^3} \times 3 \times 3 \times 10^{-5} \times 100$$

$$\Delta\rho = -99 \text{ kg/m}^3$$

بنابراین چگالی به ۹۹ کیلوگرم بر مترمکعب کاهش می‌یابد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

درصد تغییر حجم بر اثر انبساط گرمایی برابر $100 \times \beta \Delta\theta$ است بنابراین:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \beta \Delta\theta \times 100$$

$$\beta = 3\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

درصد تغییر سطح بر اثر انبساط گرمایی را می‌توان از رابطه $100 \times 2\alpha \Delta\theta$ بدست آورد. بنابراین:

$$\text{درصد تغییرات سطح} = 100 \times 2\alpha \Delta\theta$$

$$= 2 \times \frac{1}{3} \times 10^{-5} \times 60 \times 100 = 4 \times 10^{-2} = 0.04$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: ابتدا حجم ثانویه گاز را در تغییر اول به دست می‌آوریم.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2}{273 + 47} = \frac{V_2}{273 + 47 + 40} \Rightarrow V_2 = 2/25 \text{ L}$$

گام دوم: برای تغییر دوم نیز رابطه بالا را می‌نویسیم اما این بار دما ثابت است:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \Rightarrow 2 \times 10^5 \times V_2 = P_3 \times 0.8 V_2 \Rightarrow P_3 = 2/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

توجه کنید: می‌توانستیم بدون محاسبه V_2 نیز بین حالت دوم و سوم رابطه را بنویسیم:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \xrightarrow{T_2=T_3, P_2=P_1} 2 \times 10^5 V_2 = P_3 \times 0.8 V_2 \Rightarrow P_3 = 2/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

اگر فشار گاز ثابت باشد بنا به قانون گازهای کامل ($PV = nRT$) می‌توان نوشت:

$$P \Delta V = nR \Delta T$$

$$1/5 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3} = 3 \times 8 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 25 \text{ K} \Rightarrow \Delta\theta = 25^\circ \text{C}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

جرم آب را m در نظر می‌گیریم. چون درنهایت ۵۲°C گرم آب داریم، جرم یخ ذوب شده $m - ۵۲۰$ خواهد بود. گرمایی که آب از دست می‌دهد، توسط $(۵۲۰ - m)$ گرم یخ جذب شده است تا آن را ذوب کند؛ بنابراین:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ذوب شده}} = ۰$$

$$\Rightarrow mc_{\text{آب}}(\theta_e - \theta_i) + (۵۲۰ - m)L_F = ۰$$

$$\Rightarrow m \times \frac{1}{4200} \times (۰ - ۵۰) + (۵۲۰ - m) \times \frac{۸۰}{336000} = ۰$$

$$-۵۰m + ۸۰(۵۲۰ - m) = ۰ \Rightarrow -۵m + ۴۱۶۰ - ۸m = ۰$$

$$\Rightarrow ۱۳m = ۴۱۶۰ \Rightarrow m = ۳۲۰\text{g}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

ابتدا با یک تناسب ساده متوجه می‌شویم که در هر دقیقه افزایش دمای مایع چقدر می‌شود:

$$\frac{۵۶ \text{ دقیقه}}{۱ \text{ دقیقه}} \frac{۸۰^{\circ}\text{C}}{\Delta\theta} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{۸۰}{۵۶} = \frac{۱۰}{۷}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۱۰۰ = ۰/۵ \times c \times \frac{۱۰}{۷} \Rightarrow c = ۱۴۰ \text{ J/kg.K}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow c_A \Delta\theta_A = c_B \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} c_B \Delta\theta_A = c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{1}{\rho} \Delta\theta_A = \Delta\theta_B$$

$$\begin{cases} \Delta V = V(\alpha) \Delta\theta \\ V_B = ۴V_A \\ \alpha_A = \frac{1}{\rho} \alpha_B \\ \frac{1}{\rho} \Delta\theta_A = \Delta\theta_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A(\alpha_A) \Delta\theta_A}{V_B(\alpha_B) \Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A(\frac{1}{\rho} \alpha_B) \Delta\theta_A}{(۴V_A) \alpha_B (\frac{1}{\rho} \Delta\theta_A)} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{1}{4}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

دمای نهایی آب برحسب سلسیوس برابر است با:

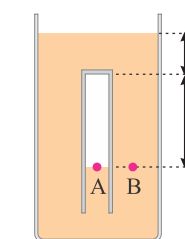
$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 50 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = 10^\circ\text{C}$$

گرمای موردنظر، ابتدا یخ را کاملاً ذوب کرده و سپس دمای آب حاصل را از صفر به 10° می‌رساند.

$$Q = mL_f + mc\Delta\theta = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{J/g}}}{20} \times 336 + 20 \times 4/2 \times 10 = 7560 \text{ J}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

گام اول: فشار دو نقطه هم‌تراز A و B یکسان است. پس می‌توانیم با نوشتن معادله فشار این دو نقطه، فشار گاز را در حالت اول محاسبه کنیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{هوا}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = 17/5 + 75 = 92/5 \text{ cmHg}$$

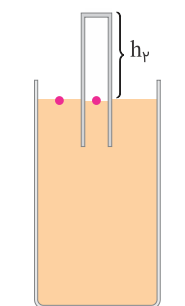
در این حالت حجم گاز $V_1 = A \times 12$ است.

گام دوم: در حالتی که سطح جیوه داخل لوله و ظرف هم‌تراز است فشار گاز درون لوله برابر فشار هوا است:

$$P_{\text{گاز}} = 75 \text{ cmHg}$$

و در این حالت حجم گاز $V_2 = Ah_2$ است.

گام سوم: با توجه به ثابت بودن دما از رابطه $P_1V_1 = P_2V_2$ ارتفاعی از لوله که از جیوه بیرون آمده را به دست می‌آوریم:



$$P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow 92/5 \times A \times 12 = 75 \times A \times h_2 \Rightarrow h_2 = 14/8 \text{ cm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

درصد تغییر حجم بر اثر انبساط را می‌توانیم از رابطه $3\alpha\Delta\theta \times 100 =$ درصد تغییرات حجم به دست آوریم:

$$\text{درصد تغییرات حجم} = 3\alpha\Delta\theta \times 100 = 3 \times 2 \times 10^{-5} \times 250 \times 100 = 1/5 \%$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

با استفاده از تعریف ظرفیت گرمایی می‌توان نوشت:

$$C = mc \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{0/8C_1}{C_1} = \frac{m_1 - 1}{m_1} \Rightarrow m_1 - 1 = 0/8m_1$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{1}{0/8} = 8 \text{ kg}$$

در این صورت گرمای ویژه برابر است با:

$$m_1 c = 2100 \Rightarrow c = \frac{2100}{8} = 262.5 \text{ J/kgK}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

برای محاسبه درصد تغییرات حجم می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_1(3\alpha)\Delta T}{V_1} \times 100 = 3 \times 3 \times 10^{-5} \times 200 = 0.18\%$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} + Q'_{\text{آب}} = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta_1 + C \Delta\theta + m_2 c_{\text{آب}} \Delta\theta_2 = 0$$

$$\Rightarrow 0/6 \times 4200 \times (36 - 20) + C(36 - 20) + 0/4 \times 4200 \times (36 - 80) = 0$$

$$\Rightarrow 6 \times 4200 \times 16 + 16C + 4 \times 4200 \times (-44) = 0$$

$$\Rightarrow 16C = 33600 \Rightarrow C = 2100 \text{ J/K}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow 3 \times 10^{-3} = L_1 \times 1/2 \times 10^{-5} \times 50 \Rightarrow L_1 = \frac{3 \times 10^{-3}}{1/2 \times 10^{-5} \times 50} = 8 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

فشار در کف پیستون را در نظر می‌گیریم:

$$P_1 = P_0 + \frac{F}{A} = P_0 + \frac{mg}{A}$$

$$P_2 = P_0 + \frac{F + F'}{A} = P_0 + \frac{mg + 9mg}{A} = P_0 + \frac{10mg}{A}$$

حجم V_1 و V_2 را محاسبه کرده و سپس قانون گازهای کامل را می‌نویسیم:

$$V_1 = 40 \times 50 = 2000 \text{ cm}^3, \quad V_2 = 30 \times 50 = 1500 \text{ cm}^3$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{\text{ثابت } T} P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow (P_0 + \frac{mg}{A}) 2000 = (P_0 + \frac{10mg}{A}) 1500$$

$$\Rightarrow 4P_0 + \frac{4mg}{A} = 3P_0 + \frac{30mg}{A} \Rightarrow P_0 = \frac{26mg}{A} = \frac{26 \times 1/75 \times 10}{50 \times 10^{-4}} = 9/1 \times 10^4 \text{ Pa}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

$$\begin{array}{ccc} Q_1 & + & Q_2 & + & Q_3 & = & 0 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 20^\circ \text{ C آب} & & 80^\circ \text{ C آب} & & \text{ظرف} & & \end{array}$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 + m_2 c_2 \Delta\theta_2 + m_3 c_3 \Delta\theta_3 = 0$$

$$\Rightarrow 0/08 \times 4200(\theta_e - 20) + 0/02 \times 4200(\theta_e - 80) + 0/3 \times 400(\theta_e - 32) = 0$$

$$\Rightarrow 3/36\theta_e - 67/2 + 0/84\theta_e - 67/2 + 1/2\theta_e - 38/4 = 0$$

$$\Rightarrow 5/4\theta_e = 172/8 \Rightarrow \theta_e = 32^\circ \text{ C}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow 0/9 = 900 \times 1/25 \times 10^{-5} \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{9 \times 10^{-1}}{9 \times 1/25 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta\theta = 80^\circ \text{ C}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

از رابطه $PV = nRT$ به صورت نسبی استفاده می‌کنیم:

* دما ثابت است

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{nRT_1}{nRT_2} \Rightarrow \frac{10^5 \times (34 \times A)}{P_2 \times (40 \times A)} = 1 \Rightarrow P_2 = 8/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_2 = \rho gh \text{ جیوه} \Rightarrow 8/5 \times 10^5 = 13600 \times 10 \times h \text{ جیوه}$$

$$\Rightarrow h \text{ جیوه} = 0/625 \text{ m} = 62/5 \text{ cm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گزینه ۳

۱

ابتدا ظرفیت خازن را در حالت اول محاسبه می‌کنیم:

$$C_1 = k\epsilon_0 \frac{A}{d} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{F_0 \times 10^{-4}}{\Delta \times 10^{-3}} = 9/2 \times 10^{-12} F = 9/2 \text{ pF}$$

اگر فاصله بین صفحات ۴ mm کاهش یابد فاصله ۱ mm می‌شود. بنابراین:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{9/2} = \frac{\Delta}{1} \Rightarrow C_2 = 36 \text{ pF}$$

$$\Delta C = C_2 - C_1 = 36 - 9/2 = 28.5 \text{ pF}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۱

۲

راه حل اول:

$$U_2 - U_1 = 90 \xrightarrow{U = \frac{q^2}{2C}} \frac{(1/2 \Delta q)^2}{2 \times \Delta} - \frac{q^2}{2 \times \Delta} = 90 \Rightarrow (1/2 \Delta)^2 q^2 - q^2 = 900 \Rightarrow \frac{\Delta^2}{16} q^2 - q^2 = 900 \Rightarrow q = 40 \mu C$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow \Delta = \frac{F_0}{V} \Rightarrow V = 8 V$$

راه حل دوم:

باتوجه به اینکه مشخصات خازن تغییر نکرده است طبق تعریف $C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}$ ظرفیت خازن ثابت است:

$$C = \frac{q}{V} \xrightarrow{C \text{ ثابت می‌ماند}} \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \xrightarrow{q_2 = 1/2 \Delta q_1} V_2 = 1/2 \Delta V_1$$

$$U_2 - U_1 = 90 \xrightarrow{U = \frac{1}{2} C V^2} 90 = \frac{1}{2} \times \Delta \left((1/2 \Delta)^2 - 1 \right) V_1^2$$

$$\Rightarrow V_1 = 8 V$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۳

۳

$$\begin{aligned} q_1 = +80 \mu C & \quad q_2 = -50 \mu C \\ F &= k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{k = \text{ثابت}} F \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول: } F \propto 80 \times 50 \\ \text{حالت دوم: } F' \propto 60 \times 30 \end{cases} \\ q_1 = 60 \mu C & \quad q_2 = 30 \mu C \\ \frac{F'}{F} &= \frac{60 \times 30}{80 \times 50} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{\Delta F}{F} \times 100 = \frac{9}{20} - 1 = \frac{-11}{20} \times 100 = -55\% \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۳

۴

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{2/25 \times 10^5} = \left(\frac{0.8}{0.9} \right)^2 \Rightarrow E' = \frac{16}{9} \times 10^5 N/C$$

$$F = E' q' = \frac{16}{9} \times 10^5 \times 9 \times 10^{-6} = 1/6 N$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$U = \frac{1}{\gamma} C V^2 = \frac{1}{\gamma} \times 5 \times 10^2 = 250 \mu J$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$|\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{13}|$$

$$\begin{cases} \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = +\vec{F}_{13} \Rightarrow \vec{F}_{23} = 0 \Rightarrow q_2 = 0 \Rightarrow \text{در گزینه‌ها نداریم} \\ \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{13} \Rightarrow -2\vec{F}_{13} = \vec{F}_{23} \Rightarrow |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \times k \frac{|q_1 \mu C| |q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{L^2} \Rightarrow |q_2| = 2 \mu C$$

با توجه به اینکه نیروی $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ خلاف جهت یکدیگرند، q_2 علامتش قرینه q_1 و منفی است:

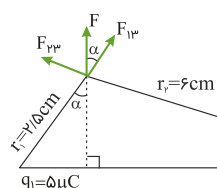
$$q_2 = -2 \mu C$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{10/8 N \vec{i} - 14/4 N \vec{j}}{2 \times 10^{-6}} = 5/4 \times 10^6 N/C \vec{i} - 7/2 \times 10^6 N/C \vec{j}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{(5/4 \times 10^6)^2 + (7/2 \times 10^6)^2} = \sqrt{11 \times 10^{12}} = 9 \times 10^6 N/C$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸



از آنجا که نیروی برآیند در راستای قائم قرار دارد. بنابراین $\tan \alpha$ را در مثلث بزرگ و مثلث نیروها بدست می‌آوریم و آن‌ها را برابر قرار می‌دهیم. به این ترتیب داریم:

$$\tan \alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{2/5}{6} \Rightarrow \frac{\frac{k q_2 q_3}{r_{23}^2}}{\frac{k q_1 q_3}{r_{13}^2}} = \frac{2/5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} \left(\frac{r_{13}}{r_{23}} \right)^2 = \frac{2/5}{6}$$

$$\frac{q_2}{5} \left(\frac{2/5}{6} \right)^2 = \frac{2/5}{6} \Rightarrow q_2 = 12 \mu C$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: چون برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 صفر است، نیرویی که از طرف بارهای q_2 و q_3 به آن وارد می‌شود، باید خلاف جهت یکدیگر و باهم هم‌اندازه باشد؛ بنابراین q_2 و q_3 ناهمنام‌اند. (رد گزینه‌های ۱ و ۳)
گام دوم: برآیند نیروهای وارد بر q_3 صفر است؛ یعنی نیرویی که دو بار q_1 و q_2 به بار q_3 وارد می‌کنند، هم‌اندازه هستند؛ پس:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{(r+x)^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{x^2}$$

$$\frac{|q_1| = \frac{2}{3}|q_2|}{(r+x)^2} \rightarrow \frac{\frac{2}{3}|q_2|}{(r+x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{\frac{2}{3}}{r+x} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow r+x = \frac{2}{3}x \Rightarrow r = \frac{1}{3}x \Rightarrow \frac{x}{r} = 3$$

پس مشخص است که گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اما نسبت $\frac{q_3}{q_2}$ را هم قابل محاسبه است. باتوجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر است داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k \frac{|q_3||q_2|}{x^2}$$

$$\frac{|q_1| = \frac{2}{3}|q_2|}{(\frac{1}{3}x)^2} \rightarrow \frac{\frac{2}{3}|q_2|}{(\frac{1}{3}x)^2} = \frac{|q_3|}{x^2} \Rightarrow 9|q_2| = |q_3| \xrightarrow{\text{ناهمنام‌اند}} q_3 = -9q_2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

به کمک رابطه $E_1 = k \frac{|q|}{r_1^2}$ ، نسبت میدان الکتریکی را در نقاط ۱ و ۲ می‌نویسیم:

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\frac{1/125 \times 10^9}{18 \times 10^9} = \left(\frac{5}{r_1}\right)^2 \Rightarrow r_1^2 = \frac{18 \times 25}{1/125} \Rightarrow r_1 = 20 \text{ cm}$$

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$18 \times 10^9 = 9 \times 10^9 \frac{q_1}{(5 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_1 = 50 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_1 = 50 \mu\text{C}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

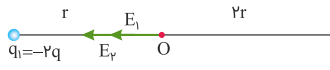
گام اول: جهت میدان هریک از بارها را در محل دیگری به دست می‌آوریم:



چون $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ هم‌جهت هستند، پس نسبت آن‌ها (+) است؛ بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ نمی‌توانند درست باشند.
گام دوم: $|q_2| > |q_1|$ است؛ پس میدان آن نیز بزرگ‌تر است؛ پس گزینه ۲ درست است.

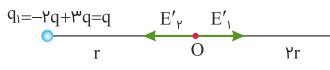
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

ابتدا میدان الکتریکی بار q_1 و q_2 را در نقطه O حساب می‌کنیم و سپس برآیند آن‌ها را بدست می‌آوریم:



$$E = E_1 + E_2 = k \frac{q_1}{r^2} + k \frac{q_2}{(3r)^2} = \frac{1}{9} k \frac{q}{r^2}$$

پس از انتقال بار نیز میدان الکتریکی کل را در نقطه O حساب می‌کنیم و به این نکته توجه داریم که هر دو بار ذره مثبت می‌شود.



$$E' = |E'_1 - E'_2| = k \frac{q}{r^2} - k \frac{q}{(3r)^2} = \frac{1}{9} k \frac{q}{r^2}$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{1}{9} k \frac{q}{r^2}}{\frac{1}{9} k \frac{q}{r^2}} = \frac{1}{18}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

اگر ساختمان خازنی که به باتری متصل است را دست‌کاری کنیم، اختلاف پتانسیل آن ثابت می‌ماند؛ پس (ب) نمی‌تواند درست باشد؛ بنابراین گزینه ۱ و ۳ نادرست هستند.

از رابطه $E = \frac{V}{d}$ داریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}$$

پس جمله (الف) درست است. باتوجه به رد گزینه‌های ۱ و ۳ می‌فهمیم که گزینه درست گزینه ۲ است.

جمله‌های (پ) و (ت) را هم بررسی می‌کنیم:

(پ) از رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(ت) از رابطه $Q = CV$ داریم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

با توجه به داده‌های سوال می‌توان نوشت:

$$C = 2 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$V_2 = V_1 + 1$$

$$U_2 - U_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ J}$$

حال انرژی خازن را به کمک رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} CV_2^2 - \frac{1}{2} CV_1^2 = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2} C ((V_1 + 1)^2 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} (V_1^2 + 1 + 2V_1 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$V_1 = 2 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

با تغییر ولتاژ خازن، ظرفیت آن ثابت می ماند بنابراین:

$$C = \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_1 + 20}{\frac{3}{2}V_1} \Rightarrow q_1 = 40 \mu C$$

$$q_2 = q_1 + 20 = 60 \mu C$$

$$U_2 - U_1 = 200$$

$$\frac{1}{2}q_2V_2 - \frac{1}{2}q_1V_1 = 200$$

$$60 \times \frac{3}{2}V_1 - 40 \times V_1 = 400 \Rightarrow V_1 = 8 \text{ ولت}$$

$$C = \frac{q_1}{V_1} = \frac{40}{8} = 5 \mu F$$

توجه: در رابطه $U = \frac{1}{2}qV$ ، اگر q را به ترتیب بر حسب μC قرار دهیم، U بر حسب J بدست می آید.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: با استفاده از رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ ، بزرگی میدان الکتریکی در فاصله های 30 cm و 10 cm از بار را به دست می آوریم و اختلاف آن ها را برابر با $1/6 \times 10^6 \text{ N/C}$ قرار می دهیم؛ بنابراین:

$$E_2 - E_1 = 1/6 \times 10^6$$

$$\Rightarrow \frac{k|q|}{(0/1)^2} - \frac{k|q|}{(0/3)^2} = 1/6 \times 10^6 \Rightarrow k|q| = 180$$

گام دوم: حالا می توانیم میدان الکتریکی بار را در فاصله ۱ متری آن به دست بیاوریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{180}{1^2} = 180 \text{ N/C}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول: بار اولیه خازن را بر حسب میکروکولن Q_1 در نظر می گیریم. با انتقال بار $6 \mu C$ از صفحه منفی به صفحه مثبت بار خازن به $Q_2 = Q_1 - 6$ می رسد. گام دوم: انرژی خازن در هر دو حالت را بر حسب Q و C به دست می آوریم و اختلاف این دو انرژی را برابر با $28/5 \mu J$ قرار می دهیم؛ بنابراین:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{Q_1^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2 \times 12} = \frac{Q_1^2}{24} (\mu J) \\ U_2 = \frac{Q_2^2}{2C} = \frac{(Q_1 - 6)^2}{24} = \frac{(Q_1 - 6)^2}{24} (\mu J) \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_1 - U_2 = 28/5 \Rightarrow \frac{Q_1^2}{24} - \frac{(Q_1 - 6)^2}{24} = 28/5$$

$$\frac{Q_1^2 - (Q_1^2 - 12Q_1 + 36)}{24} = 28/5 \mu J$$

$$\Rightarrow \frac{12Q_1 - 36}{24} = 28/5 \Rightarrow \frac{12(Q_1 - 3)}{24} = 28/5$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1 - 3}{2} = 28/5 \Rightarrow Q_1 = 60 \mu C$$

گام سوم: حالا از رابطه $C = \frac{Q}{V}$ ، مقدار V_1 را به دست می آوریم:

$$C = \frac{Q_1}{V_1} \Rightarrow 12 = \frac{60}{V_1} \Rightarrow V_1 = 5V$$

توجه کنید: در رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، اگر Q و C را به ترتیب بر حسب μC و μF قرار دهیم، U بر حسب میکروژول به دست می آید.

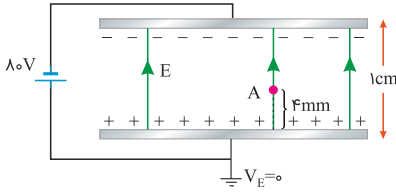
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول: از آنجایی که میدان بین صفحه‌ها یکنواخت است، از رابطه $E = \frac{V}{d}$ اختلاف پتانسیل نقطه A و صفحه (+) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V_{\text{صفحه}}}{d} = \frac{\Delta V_A}{d} \Rightarrow \frac{\lambda_0}{1} = \frac{\Delta V_A}{0.4} \Rightarrow \Delta V_A = 32V$$

گام دوم: هرچه در جهت میدان حرکت کنیم پتانسیل نقاط کاهش می‌یابد.

از طرفی صفحه مثبت به زمین وصل شده و پتانسیل آن صفر است؛ پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که پتانسیل نقطه A، $-32V$ است.

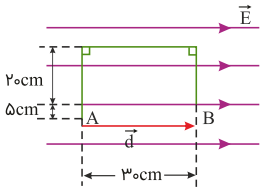


کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

گام اول: اندازه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی E از رابطه $|\Delta U| = E|q|d$ به دست می‌آید که در این رابطه، d اندازه جابه‌جایی ذره در راستای میدان است؛ بنابراین اندازه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار برابر است با:

$$|\vec{d}| = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$|\Delta U| = E|q|d = 10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 0.3 = 0.15 \text{ J}$$



گام دوم: با جابه‌جایی بار منفی در جهت میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد؛ بنابراین $\Delta U = +0.15 \text{ J}$ است. توجه کنید: سایر فاصله‌های داده شده روی شکل اضافه است و نیازی به هیچ‌کدام از آن‌ها نیست.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

اگر بارهای الکتریکی برحسب μC و فاصله برحسب cm باشد، می‌توانیم $K = 90$ بگیریم:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} 0.9 = 90 \frac{q_1 q_2}{3600} \rightarrow q_1 q_2 = 36 \\ 1.6 = 90 \frac{q'_1 q'_2}{3600} \rightarrow q'_1 q'_2 = 64 \end{cases}$$

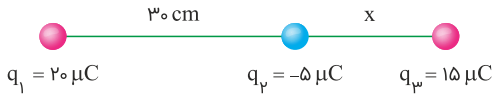
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 - q_2}{2}$$

$$\frac{(q_1 - q_2)^2}{4} = 64 \rightarrow q_1 - q_2 = 16$$

$$\left. \begin{aligned} q_1 q_2 &= 36 \\ q_1 - q_2 &= 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_1 = 2 \mu C$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

چون دو بار q_1 و q_2 ناهم‌نام‌اند پس بار سوم متعادل خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار خواهد گرفت.

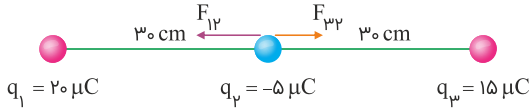


ابتدا فاصله x را به دست می‌آوریم:

$$q_3 \text{ شرط تعادل} : F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{(30 + x)^2} = k \frac{q_2 q_3}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{(30 + x)^2} = \frac{5}{x^2} \Rightarrow \frac{2}{30 + x} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 30 \text{ cm}$$

محاسبه برآیند نیروهای وارد بر q_2 :

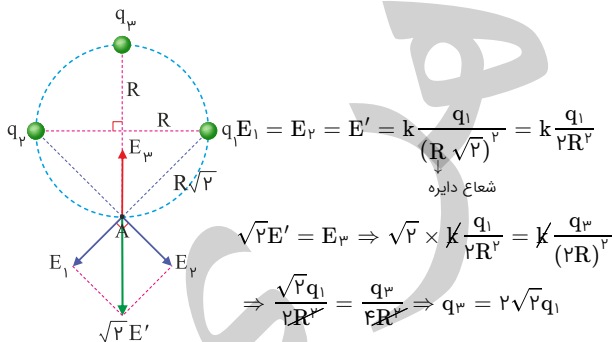


$$\left. \begin{aligned} F_{12} &= k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 90 \times \frac{2 \times 5}{30^2} = 10 \text{ N} \\ F_{23} &= k \frac{q_2 q_3}{r^2} = 90 \times \frac{15 \times 5}{30^2} = 7.5 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{\text{net}} = 10 - 7.5 = 2.5 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

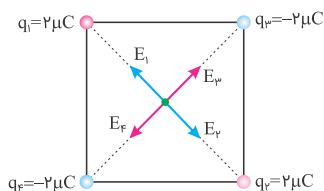
دقت کنید که بارها بر روی دو قطر عمود برهم واقع شده‌اند.

طبعاً باید بارهای q_1 و q_2 هم‌اندازه باشند تا برآیند میدان‌های الکتریکی آن‌ها در راستای میدان ناشی از بار q_3 واقع شود.

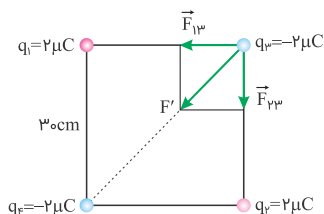


کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

گام اول: نحوه آرایش بارها در ۴ رأس مربع را مشخص می‌کنیم:



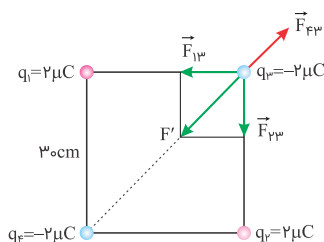
گام دوم: نیروهایی که q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند را به دست می‌آوریم. چون بارها برحسب میکروکولن و فاصله برحسب سانتی‌متر است از رابطه $F = 90 \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ استفاده می‌کنیم:



$$|\vec{F}_{32}| = |\vec{F}_{34}| \Rightarrow F' = \sqrt{2} F_{32} = \sqrt{2} \times 90 \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow F' = \sqrt{2} \times 90 \frac{2 \times 2}{3^2} = \frac{2}{10} \sqrt{2} = 0.28 \text{ N}$$

گام سوم: اندازه نیروی $\vec{F}_{32}$ را محاسبه می‌کنیم:

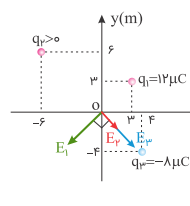


$$F_{32} = 90 \frac{|q_3||q_2|}{r^2} = 90 \frac{2 \times 2}{3^2} = 0.2 \text{ N}$$

گام چهارم: حالا اندازه نیروی برآیند وارد بر q_3 را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = F' - F_{32} = 0.28 - 0.2 = 0.08 \text{ N}$$

گام اول: اندازه میدان E_1 و E_3 را در مبدأ مختصات به دست می‌آوریم:



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2})^2} = 6 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2})^2} = \frac{9}{6} \times 10^3 \text{ N/C}$$

گام دوم: E_2 و E_3 هم‌جهت هستند، برآیند آن‌ها را $E_{2,3}$ می‌نامیم. E_1 بر $E_{2,3}$ عمود است و برآیند این دو میدان $7/\sqrt{5} \times 10^3 \text{ N/C}$ است پس می‌توانیم اندازه $E_{2,3}$ را محاسبه کنیم:

$$E_{2,3}^2 + E_1^2 = E_t^2 \Rightarrow E_{2,3} = 10^3 \times \sqrt{(7/\sqrt{5})^2 - (6)^2}$$

$$\Rightarrow E_{2,3} = 4/\sqrt{5} \times 10^3 \text{ N/C}$$

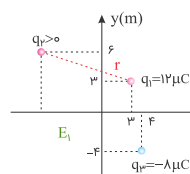
گام سوم: اندازه E_2 را به دست می‌آوریم:

$$E_{2,3} = E_2 + E_3 \Rightarrow 4/\sqrt{5} \times 10^3 = 2/2\sqrt{5} \times 10^3 + E_2 \Rightarrow E_2 = 2/2\sqrt{5} \times 10^3 \text{ N/C}$$

گام چهارم: بار q_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{2\sqrt{5}} \times 10^3 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_2}{(4\sqrt{2})^2} \Rightarrow q_2 = 18 \times 10^{-6} \text{ C} = 18 \mu\text{C}$$

گام پنجم: حال نیرویی که q_1 به q_2 وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:



$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

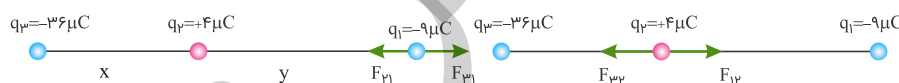
$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 18 \times 10^{-12}}{25} \Rightarrow F = 2/16 \times 10^{-2} \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: باتوجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر هر یک از بارها ازجمله بار q_2 صفر است داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{x^2} = k \frac{q_3 q_2}{y^2} \xrightarrow{q_1 = -9 \mu\text{C}, q_3 = -36 \mu\text{C}} y = 2x$$

اگر جای q_1 و q_3 را عوض کنیم، در این حالت برآیند نیروهای وارد بر بارهای q_1 و q_2 را داریم:



$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|F_{12} - F_{32}|}{|F_{21} - F_{31}|} = \frac{\left| \frac{9 \times 4}{y^2} - \frac{36 \times 4}{x^2} \right|}{\left| \frac{4 \times 9}{y^2} - \frac{36 \times 9}{(y+x)^2} \right|} = \frac{\left| \frac{36}{4x^2} - \frac{36 \times 9}{9x^2} \right|}{\left| \frac{36}{4x^2} - \frac{36 \times 9}{9x^2} \right|}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\left| \frac{1}{4} - 4 \right|}{\left| \frac{1}{4} - 1 \right|} = \frac{15}{3} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

در حالت اول نیروی وارد بر بار q_2 را می‌توانیم از رابطه $F = k \frac{(q_1 + \Delta q_1)q_2}{r^2}$ به دست آوریم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

در حالت دوم نیروی وارد بر بار q_2 را به‌صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$F' = k \frac{q_1 q_2}{r^2} + k \frac{q_2 (\Delta q_1)}{\left(\frac{r}{\Delta}\right)^2} = 126k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

حالا نسبت $\frac{F'}{F}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{126k \frac{q_1 q_2}{r^2}}{6k \frac{q_1 q_2}{r^2}} = 21$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: ظرفیت خازن را در حالت اول محاسبه می‌کنیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 4 \times 1/180 \times 10^{-12} \times \frac{2 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-3}} = 1/416 \times 10^{-12} \text{ F}$$

گام دوم: فاصله بین صفحه‌ها از 5 mm به 2 mm می‌رسد و بقیه عوامل مؤثر ثابت است پس داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow C_2 = 1/416 \times 10^{-12} \times \frac{5}{2} \Rightarrow C_2 = 3/544 \times 10^{-12}$$

گام سوم: حال افزایش ظرفیت خازن را به دست می‌آوریم:

$$C_2 - C_1 = 3/544 \times 10^{-12} - 1/416 \times 10^{-12} = 2/124 \times 10^{-12} \text{ F} = 2/124 \text{ pF}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

وقتی $+3 \text{ mC}$ بار را از صفحه منفی خازن به صفحه مثبت آن انتقال می‌دهیم بار آن به اندازه $+3 \text{ mC}$ افزایش می‌یابد:

$$\begin{cases} Q' = Q + 3 \text{ mC} \\ U = 4/5 \text{ J} = 400 \text{ mJ} \\ C = 5 \mu\text{F} = 5 \times 10^{-6} \text{ mF} \end{cases} \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} \frac{Q'^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{Q'^2 - Q^2}{2C}$$

$$400 \text{ mJ} = \frac{(Q + 3)^2 - Q^2}{2 \times 5 \times 10^{-6}} \Rightarrow 40 = (Q + 3)^2 - Q^2$$

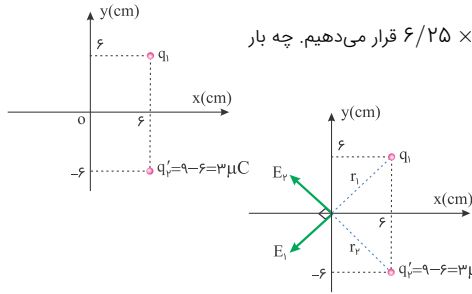
$$\Rightarrow 40 = Q^2 + 9 + 6Q - Q^2 \Rightarrow Q = 6 \text{ mC}$$

توجه: در رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، اگر Q و C را به ترتیب بر حسب mC و mF قرار دهیم، U بر حسب mJ بدست می‌آید.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

چون دو بار q_2 و q_3 نسبت به نقطه O متقارن دارند، می‌توانیم یک بار معادل به جای آن‌ها قرار دهیم. بار q_2 را می‌توان دو بار فرضی $6 \mu C$ و $3 \mu C$ در نظر گرفت. بار فرضی $6 \mu C$ با بار $q_3 = 6 \mu C$ میدانی هم‌اندازه و در خلاف جهت هم تولید می‌کنند پس این دو بار را حذف می‌کنیم.

میدان بارهای q_1 و q'_2 در مبدأ مختصات بر هم عمودند. برآیند دو میدان بارهای q_1 و q'_2 در مبدأ مختصات را برابر $6/25 \times 10^6 \text{ N/C}$ قرار می‌دهیم. چه بار q_1 مثبت باشد و چه منفی، باز هم دو بردار E_1 و E_2 بر هم عمودند.



$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2})^2 \times 10^{-4}} = \frac{3}{8} \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$E_{\text{net}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow 6/25 \times 10^6 = \sqrt{\left(\frac{3}{8} \times 10^6\right)^2 + E_1^2}$$

$$\Rightarrow E_1^2 = \left(\frac{25}{8} \times 10^6\right)^2 - \left(\frac{15}{8} \times 10^6\right)^2 = \left(\frac{10^6}{8}\right)^2 (25^2 - 15^2)$$

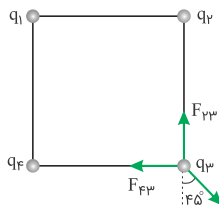
$$E_1 = \frac{10^6}{8} \times \sqrt{(25-15)(25+15)} = \frac{10^6}{8} \times 20 = 5 \times 10^6 \text{ N/C}$$

حالا اندازه بار q_1 را به دست می‌آوریم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow 5 \times 10^6 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1|}{(6\sqrt{2})^2} \Rightarrow |q_1| = 4 \times 10^{-6} \text{ C} = 4 \mu C$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

بار q_1 بار q_3 را دفع یا جذب می‌کند. فرض می‌کنیم که بار q_1 بار q_3 را دفع می‌کند. برای این‌که برآیند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود هر یک از دو بار q_2 و q_4 باید بار q_3 را جذب کنند. پس علامت بارهای q_2 و q_4 قرینه علامت بار q_1 است. پس گزینه‌های ۳ و ۴ نادرست‌اند.



چون برآیند نیروها صفر است، پس برآیند دو نیروی F_{23} و F_{43} باید هم‌اندازه با F_{13} و در خلاف جهت آن باشد. پس برآیند دو نیروی F_{23} و F_{43} باید روی نیمساز زاویه آن‌ها قرار بگیرد. در نتیجه دو نیروی F_{23} و F_{43} باید هم‌اندازه با هم باشند. اندازه برآیند دو نیروی F_{23} و F_{43} را با F_{13} برابر قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{F_{23}^2 + F_{43}^2} = F_{13} \xrightarrow{F_{23}=F_{43}} \sqrt{F_{23}^2 + F_{23}^2} = F_{13} \Rightarrow \sqrt{2} F_{23} = F_{13}$$

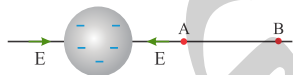
$$\Rightarrow \sqrt{2} k \frac{|q_2||q_3|}{a^2} = k \frac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2} \Rightarrow \sqrt{2} |q_2| = \frac{|q_1|}{2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{\sqrt{2}}{4} |q_1|$$

پس $q_2 = q_4 = -\frac{\sqrt{2}}{4} q_1$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

با توجه به بار منفی کره، جهت میدان الکتریکی به سمت کره است. برای آنکه از نقطه B به نقطه A برسیم باید در جهت میدان حرکت کنیم بنابراین: $V_B > V_A$ است. اگر بار منفی را در خلاف جهت میدان حرکت دهیم (از A به B حرکت دهیم) انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

در حالت اول بزرگی نیرویی که دو ذره به هم وارد می‌کنند برابر $F = k \frac{q^2}{r^2}$ است. با انتقال الکترون از A به B بار B از q به $2q$ - رسیده است یعنی $3q$ بار آن کم شده است. پس بار A به اندازه $3q$ افزایش یافته است. پس در حالت جدید بار الکتریکی دو ذره برابر $4q$ - و $2q$ - است. در این حالت بزرگی نیروی الکتریکی که دو ذره به هم وارد می‌کنند برابر است با:

$$F' = k \frac{|4q||-2q|}{r^2} = 8k \frac{q^2}{r^2}$$

پس $\frac{F'}{F} = 8$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن، ظرفیت آن ثابت می‌ماند. زیرا ظرفیت به ساختمان فیزیکی خازن بستگی دارد. طبق رابطه $Q = CV$ به صورت نسبتی، داریم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{C_2=C_1, V_2=0.9V_1} \frac{Q_2}{Q_1} = 1 \times 0.9 = 0.9 = \frac{90}{100}$$

بنابراین بار خازن ۱۰ درصد کاهش یافته است.

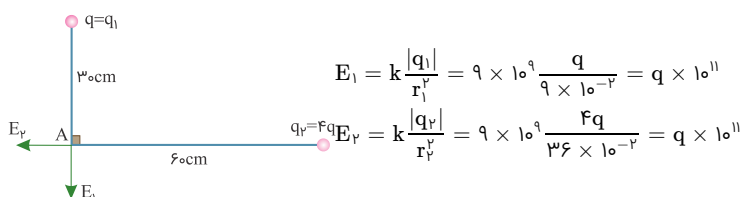
گام دوم: از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ به صورت نسبتی استفاده می‌کنیم تا نسبت انرژی ذخیره‌شده در خازن در حالت دوم به اول به دست بیاید.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{C_2}{C_1}=1, \frac{V_2}{V_1}=0.9} \frac{U_2}{U_1} = (0.9)^2 = \frac{81}{100}$$

پس انرژی ذخیره‌شده در خازن ۱۹ درصد کاهش یافته است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: میدان الکتریکی هرکدام از بارها را برحسب q در نقطه A به دست می‌آوریم:



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{q}{9 \times 10^{-2}} = q \times 10^{11}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{q}{36 \times 10^{-2}} = q \times 10^{11}$$

گام دوم: E_1 و E_2 بر هم عمود و هم‌اندازه هستند بنابراین داریم:

$$E_t = \sqrt{2} E_1 \Rightarrow 1000 \sqrt{2} = \sqrt{2} \times q \times 10^{11} \Rightarrow q = 10^{-6} C = 10 nC$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: خازن پرشده را از باتری جدا کرده‌ایم بنابراین Q ثابت است.

گام دوم: دی‌الکتریک با ثابت ϵ را از بین صفحه‌ها خارج کرده‌ایم با توجه به رابطه $C = \epsilon \epsilon_0 \frac{A}{d}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که ظرفیت خازن نصف شده است.

$$C_2 = \frac{1}{2} C_1$$

بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ نمی‌توانند درست باشند.

گام سوم: از رابطه $Q = CV$ تغییر ولتاژ صفحه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{Q_2=Q_1, C_2=\frac{1}{2}C_1} 1 = \frac{1}{2} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2$$

با توجه به رد گزینه‌های ۳ و ۴ در گام دوم فقط گزینه (۱) می‌تواند درست باشد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

ذره پس از رها شدن از پتانسیل کمتر به پتانسیل بیشتر رفته بنابراین بار ذره منفی است و گزینه‌های (۱) و (۲) نمی‌توانند درست باشند.

حالا از رابطه‌های $\Delta U = q\Delta V$ و $\Delta K + \Delta U = 0$ بار ذره را به دست می‌آوریم:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta K + q\Delta V = 0$$

$$\Rightarrow (2 \times 10^{-3} - 0) + q(10 - 30) = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{-2 \times 10^{-3}}{20} = -10^{-6} = -10 \mu C$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

چون نیرو کاهش یافته پس حتماً بار گلوله‌ها ناهمنام بوده است.

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ قبل از تماس} \\ F_2 &= k \frac{q'_1 \times q'_2}{r^2} = k \frac{(q_2 - q_1)^2}{4r^2} \text{ بعد از تماس} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_2 = \frac{\lambda_0}{100} F_1$$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_2 - q_1}{2}$$

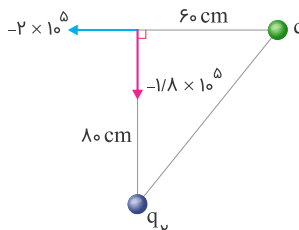
برای حل چنین تستی بهتر است مهندسی معکوس کنیم یعنی جواب‌ها را یکی‌یکی در گزینه‌ها امتحان کنیم:

$$3 \Rightarrow q_2 = -\Delta q_1 \Rightarrow q' = \frac{q_1 + q_2}{2} = -\frac{1}{2} q_1$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'| \times |q'|}{|q_1| \times |q_2|} = \frac{2q_1 \times 2q_1}{q_1 \times \Delta q_1} = \frac{4}{\Delta} = 10\%$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

مولفه x میدان E حاصل از بار q_1 و مولفه y میدان E حاصل از بار q_2 است. بنابراین:



$$\vec{E} = -2 \times 10^5 \vec{i} - 1/8 \times 10^5 \vec{j}$$

$$|E_x| = 2 \times 10^5 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow 2 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{(0.6)^2}$$

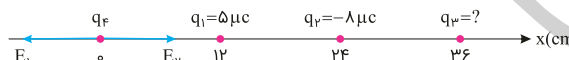
$$\Rightarrow |q_1| = 8 \mu C \Rightarrow q_1 = +8 \mu C$$

$$|E_y| = 1/8 \times 10^5 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 1/8 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{(0.8)^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 12/8 \mu C \Rightarrow q_2 = -12/8 \mu C$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

نیروی الکتریکی وارد بر بار q_4 صفر است. پس میدان خالص حاصل از بارها در محل بار q_4 صفر است. در این صورت می‌توان نوشت:



$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k \times \Delta}{144} \\ E_2 &= \frac{k|q_2|}{r_2^2} = \frac{k \times \Lambda}{576} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_1 - E_2 = \frac{20k - 8k}{576} = \frac{12k}{576} = \frac{k}{48}$$

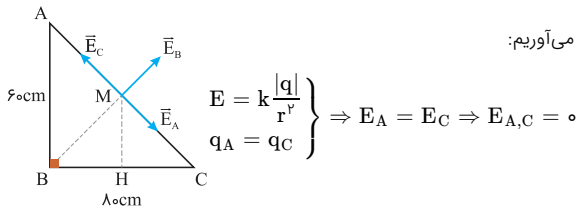
بنابراین میدان حاصل از بار q_3 باید در جهت مثبت محور بوده و مقدار میدان خالص حاصل از دو بار q_1 و q_2 را خنثی کند. پس می‌توان نوشت:

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{d^2} = \frac{k}{48} \Rightarrow \frac{|q_3|}{36 \times 36} = \frac{1}{48} \Rightarrow |q_3| = 27 \mu C$$

میدان بار q_3 در جهت مثبت محور است بنابراین:

$$\Rightarrow q_3 = -27 \mu C$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱



در مثلث قائم‌الزاویه می‌دانیم میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر است. ($BM = 5 \text{ cm}$)

میدان خالص در نقطهٔ M با میدان حاصل از بار قرار گرفته در رأس B برابر است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$E = k \frac{|q_B|}{r^2} \Rightarrow 9 \times 10^9 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_B|}{(0.5)^2} \Rightarrow |q_B| = \frac{1}{9} \times 10^9 = 0.11 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$\Rightarrow q_B = 1.1 \mu\text{C}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از قانون کولن رابطهٔ بین نیروی الکتریکی در دو حالت را می‌یابیم:

$$F = k \frac{|q||q|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{r}{1/4r}\right)^2 = \frac{1}{1/16} = \frac{100}{144} \Rightarrow F_2 = \frac{100}{144} F_1$$

برای محاسبهٔ درصد تغییرات نیرو می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{F_2 - F_1}{F_1} \times 100 = \left(\frac{\frac{100}{144} F_1 - F_1}{F_1} \times 100\right) = -\frac{44}{144} \times 100 \approx -30\%$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا نیروی خالص وارد بر بار q_3 را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} F_{12} &= \frac{k(3q)(q)}{9d^2} = \frac{kq^2}{3d^2} \\ F_{23} &= \frac{k(2q)(3q)}{4d^2} = \frac{3}{2} \frac{kq^2}{d^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{\text{net},2} = F_{12} - F_{23} = \frac{9kq^2 - 3kq^2}{6d^2} = \frac{3}{2} \frac{kq^2}{d^2}$$

حال نیروی خالص وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} F_{12} &= \frac{kq(2q)}{d^2} = 2 \frac{kq^2}{d^2} \\ F_{23} &= F_{32} = \frac{3}{2} \frac{kq^2}{d^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{\text{net},2} = F_{12} - F_{23} = 2 \frac{kq^2}{d^2} - \frac{3}{2} \frac{kq^2}{d^2} = \frac{1}{2} \frac{kq^2}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{\text{net},2}}{F_{\text{net},3}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{kq^2}{d^2}}{\frac{3}{2} \frac{kq^2}{d^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow F_2 = \frac{1}{3} F_3 \Rightarrow \vec{F}_2 = +\frac{1}{3} \vec{F}_3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

روش اول: با توجه به یکنواخت بودن میدان و رابطه $\Delta V = Ed$ می‌توانیم بنویسیم:

$$V_P - V_A = E \times d \Rightarrow V_P - V_A = \frac{20}{5} \times 2 = 8V$$

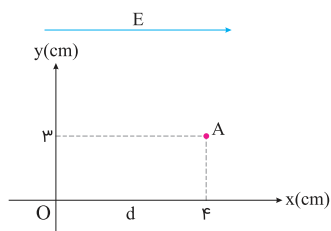
$$V'_P - V_A = E' \times d' \Rightarrow V'_P - V_A = \frac{20}{10} \times 2 = 4V \Rightarrow V'_P - V_P = -4V$$

روش دوم: اختلاف پتانسیل دو صفحه، ثابت و برابر $20V$ است. فاصله نقطه P تا صفحه A ثابت و برابر $2mm$ است.

$$\Delta V = Ed \Rightarrow \begin{cases} V_P - V_A = \frac{20}{5} \times 2 = 8V \\ V'_P - V_A = \frac{20}{10} \times 2 = 4V \end{cases} \Rightarrow V'_P - V_P = -4V$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

برای محاسبه بزرگی میدان الکتریکی باتوجه به مشخص بودن اختلاف پتانسیل الکتریکی می‌توان نوشت:



$$|\Delta V| = Ed$$

(d: جابه‌جایی در راستای خطوط میدان الکتریکی است)

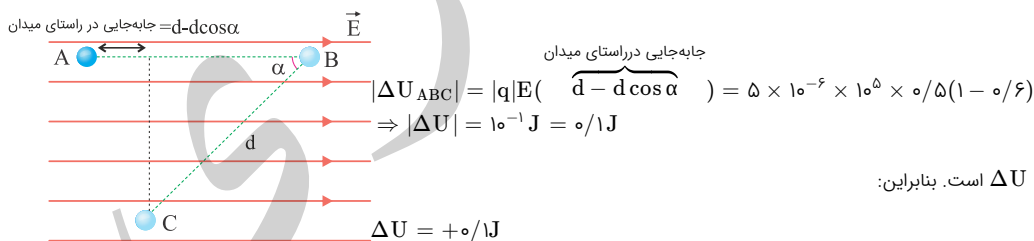
در این صورت داریم:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{15 - (-5)}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow E = 500 N/C$$

خطوط میدان از پتانسیل الکتریکی بیشتر به پتانسیل الکتریکی کمتر است ($V_O > V_A$) بنابراین میدان الکتریکی در جهت محور x است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

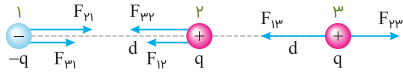
برای محاسبه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی می‌توان نوشت:



بار منفی در جهت میدان حرکت کرده است، پس $\Delta U > 0$ است. بنابراین:

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا نیروی خالص وارد بر هر یک از بارها را مشخص می‌کنیم:



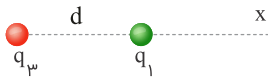
$$\left. \begin{aligned} F_{13} &= k \frac{q_1 q_3}{d^2} = \frac{1}{f} F \\ F_{23} &= k \frac{q_2 q_3}{d^2} = F \\ F_{12} &= k \frac{q_1 q_2}{d^2} = F \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} F_{\text{net}_{q_1}} &= \frac{5}{f} F \\ F_{\text{net}_{q_2}} &= F_{\text{max}} = 2F \\ F_{\text{net}_{q_3}} &= F_{\text{min}} = \frac{3}{f} F \end{aligned}$$

در این صورت نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{F_{\text{max}}}{F_{\text{min}}} = \frac{2F}{\frac{3}{f} F} = \frac{2}{3}$$

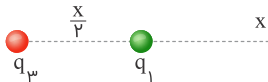
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

بارهای q_1 و q_2 ناهمنام هستند بنابراین محل بار سوم خارج فاصله دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر (سمت چپ بار q_1) می‌باشد.



$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{d} = \frac{3}{x+d} \Rightarrow d = \frac{x}{2}$$

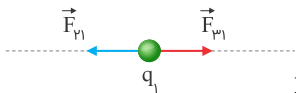
q_1 بین بارهای q_2 و q_3 است و برای اینکه q_1 در تعادل باشد، باید q_2 و q_3 همنام باشند یعنی فقط گزینه ۴ درست است.



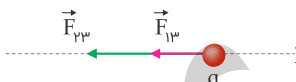
$$F_{31} = F_{12} \Rightarrow \frac{|q_3|}{(\frac{x}{2})^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{q_2 \times \frac{x^2}{f}}{x^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{q}{f} q_2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

با توجه به علامت بارها، نیروی خالص وارد بر q_1 و q_3 را به دست می‌آوریم:



$$\begin{aligned} F_{T_1} &= F_{12} - F_{21} \\ &= k \frac{q \times 2q}{x^2} - k \frac{q \times f q}{9x^2} = \frac{kq^2}{x^2} \left(2 - \frac{f}{9} \right) = \frac{14}{9} k \frac{q^2}{x^2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} F_{T_3} &= F_{13} + F_{31} \\ &= k \frac{q \times f q}{9x^2} + k \frac{2q \times f q}{f x^2} = \frac{kq^2}{x^2} \left(\frac{f}{9} + 2 \right) = \frac{19}{9} k \frac{q^2}{x^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{T_1}}{F_{T_3}} = \frac{\frac{14}{9} k \frac{q^2}{x^2}}{\frac{19}{9} k \frac{q^2}{x^2}} = \frac{14}{19} = \frac{7}{11}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

ابتدا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U = -\Delta K = -\frac{1}{\gamma} m (V_B^{\gamma} - V_A^{\gamma}) \Rightarrow \Delta U \\ = -\frac{1}{\gamma} (F \times 10^{-9}) (F_{00} - 100) \Rightarrow \Delta U = -6 \times 10^{-7} \text{ J}$$

اکنون برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-6 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-9}} = -120 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا تغییر بار صفحه‌ها را حساب می‌کنیم:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} \Rightarrow \lambda \times 10^{-6} = \frac{\Delta q}{1} \Rightarrow \Delta q = \lambda \times 10^{-6} \text{ C}$$

برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌های تغییر کرده می‌توان نوشت:

$$\Delta q = ne \Rightarrow \lambda \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 6 \times 10^{13}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ انرژی ذخیره‌شده در خازن ابتدا ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم.

$$U = \frac{1}{\gamma} C V^{\gamma} \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{\gamma} \times C \times 20^{\gamma} \Rightarrow C = 10 \mu\text{F}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ ظرفیت خازن برحسب مشخصات ساختمانی داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = \kappa C_0 \Rightarrow 10 = \kappa \times 5 \Rightarrow \kappa = 2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

در آرایش‌های (۱) و (۳) با توجه به یکنواخت بودن میدان رابطهٔ $\Delta V = Ed$ ، می‌توانیم بنویسیم:

$$E_3 > E_1 \\ d_3 = d_1 \Rightarrow \Delta V_3 > \Delta V_1 : \text{فقط گزینه ۱}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

تنها نیرویی که روی پروتون کار انجام می‌دهد، نیروی الکتریکی است پس طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_E = \Delta K \Rightarrow qEd \cos \theta = \frac{1}{\gamma} m (v_{\gamma}^{\gamma} - v_1^{\gamma}) \\ \Rightarrow e \times 10^3 \times d \times (-1) = \frac{1}{\gamma} m (0^{\gamma} - (2 \times 10^4)^{\gamma}) \Rightarrow ed = 2 \times 10^5 \text{ m} \quad (1)$$

برای حالت دوم هم قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_E' = \Delta K' \Rightarrow qEd \times \cos \theta' = \frac{1}{\gamma} m (v_{\gamma}^{\gamma} - v_1^{\gamma}) \Rightarrow e \times 10^3 \times d \times (+1) = \frac{1}{\gamma} m (v_{\gamma}^{\gamma} - (2 \times 10^4)^{\gamma}) \\ \Rightarrow ed \times 10^3 = \frac{1}{\gamma} m (v_{\gamma}^{\gamma} - (4 \times 10^4)^{\gamma}) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 2 \times 10^5 \times 10^3 \times 10^3 = \frac{1}{\gamma} m (v_{\gamma}^{\gamma} - 4 \times 10^4) \\ \Rightarrow v_{\gamma}^{\gamma} = 8 \times 10^4 \Rightarrow v_{\gamma}^{\gamma} = 2\sqrt{2} \times 10^4 \text{ m/s}$$

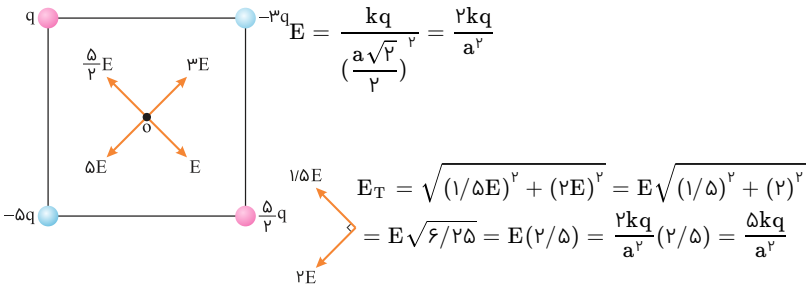
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

از آن جایی که بار q منفی است، وقتی بار خلاف جهت میدان حرکت می‌کند، کار میدان مثبت می‌شود.



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

ابتدا بر حسب رابطه $E = \frac{kq}{r^2}$ چون فاصله o تا بارها با هم برابر است بر حسب بارها، میدان را بر حسب E می‌نویسیم:



مطابق شکل بالا برآیند میدان به صورت زیر در می‌آید. پس:

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

از رابطه انرژی خازن کمک می‌گیریم:

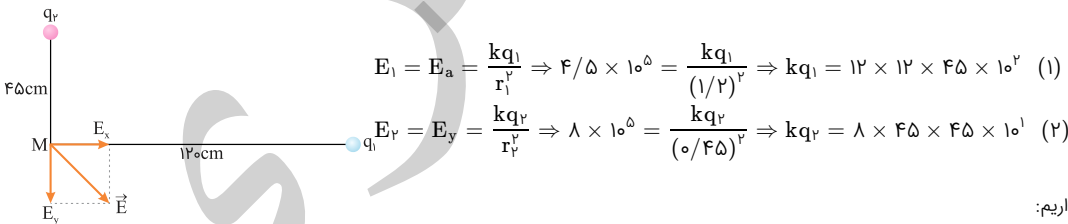
$$U_2 - U_1 = \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} \Rightarrow 4/5 \times 10^{-6} = \frac{(\frac{\delta}{4}q_1)^2 - q_1^2}{2 \times 25 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow 9 \times 25 \times 10^{-12} = (\frac{25}{16} - 1)q_1^2 = (\frac{25}{16} - \frac{16}{16})q_1^2 = \frac{9}{16}q_1^2 \Rightarrow q_1 = 20 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$\Delta q = C \Delta V \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta q}{C} = \frac{25 - 20}{25} = \frac{5}{25} = 0.2 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

با رسم بردار میدان داده شده در نقطه M ، با بررسی جهت بردارها در راستای بارهای q_1 و q_2 مشخص می‌شود که $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ است. میدان حاصل از هر کدام از بارها را داریم، پس:



خواسته سوال $\frac{q_1}{q_2}$ است پس از رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\left| \frac{kq_1}{kq_2} \right| = \frac{12 \times 12 \times 45 \times 10^2}{8 \times 45 \times 45 \times 10^1} = 4 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

از داده‌های سوال و رابطه ظرفیت خازن کمک می‌گیریم:

$$C_1 = \frac{q_1}{V_1} \Rightarrow 2\Delta V_1 = q_1 \quad (1)$$

$$C = C_v = C_1 = \frac{q_v}{V_v} \Rightarrow 2\Delta = \frac{q_1 + \Delta_0}{V_1 + 0/2V_1} = \frac{q_1 + \Delta_0}{1/2V_1}$$

$$\Rightarrow 2\Delta(1/2V_1) = q_1 + \Delta_0 \xrightarrow{(1)} 2\Delta \times 1/2V_1 = 2\Delta V_1 + \Delta_0$$

$$\Rightarrow 2\Delta V_1(1/2 - 1) = \Delta_0 \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 10V \\ V_v = 12V \end{cases}$$

حال انرژی خازن در حالت دوم را حساب می‌کنیم:

$$U_v = \frac{1}{2} C V_v^2 = \frac{1}{2} \times 2\Delta \times (12)^2 = 1800 \text{ J} = 1/8 \text{ mJ}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ را به کار می‌بریم:

$$U_v - U_1 = \frac{Q_v^2}{2C} - \frac{Q_1^2}{2C} = \frac{Q_v^2 - Q_1^2}{2C}$$

$$\xrightarrow{Q_v = F Q_1} U_v - U_1 = \frac{F^2 Q_1^2}{2C} \Rightarrow 2\Delta = \frac{F^2}{2 \times F_0} Q_1^2$$

$$\Rightarrow Q_1 = \sqrt{\frac{2\Delta \times 2 \times F_0 \times F}{\Delta}} = F_0 \mu C$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$F_{12} F_{21} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{\Delta \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0/1)^2} = 9 \text{ N}$$

$$F_{23} = \frac{k q_2 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{\Delta \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0/1)^2} = 9 \text{ N}$$

$$F_T = -18 \text{ N} \Rightarrow 18^2 - (9\sqrt{2})^2 = F_{F2}^2 \Rightarrow F_{F2}^2 = 162 \Rightarrow F_{F2} = 9\sqrt{2} \text{ N}$$

$$F_{F2} = \frac{k q_F q_2}{r_{F2}^2} = 9\sqrt{2} = \frac{9 \times 10^9 \times q_F \times 2 \times 10^{-6}}{(10\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_F = -10\sqrt{2} \mu C$$

برآیند دو نیروی F_{12} و F_{23} برابر $9\sqrt{2} \text{ N}$ است، پس F_{F2} باید از نوع جاذبه باشد:

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-W_t}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-20}{-\Delta} \Rightarrow \Delta V = 4 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_B - 6 = 4 \Rightarrow V_B = 10 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{2 \times 10^{-3}}{-20 \times 10^{-9}} = -10^5 \text{ V}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

از تعریف پتانسیل الکتریکی داریم:

چون انرژی پتانسیل بار منفی، افزایش پیدا کرده پس در جهت میدان حرکت کرده است

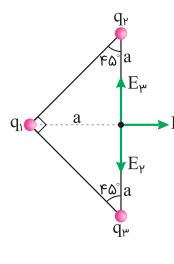
طبق رابطه $U = \frac{1}{2} c V^2$ داریم: $(V_2 = \frac{3}{4} V_1)$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow U_2 = \frac{9}{16} U_1$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{9}{16} U_1 - U_1 = -\frac{7}{16} U_1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

دقت کنید چون زوایای مثلث ۴۵ است پس فاصله هر سه بار تا نقطه M برابر a فرض می‌شود:



$$E_1 = E_{\text{net},x} = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{k \times 10^{-6}}{a^2}$$

$$\begin{cases} E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{k(2 \times 10^{-6})}{a^2} = 2\left(\frac{k \times 10^{-6}}{a^2}\right) = 2E_1 \\ E_3 = \frac{kq_3}{r_3^2} = \frac{k(3 \times 10^{-6})}{a^2} = 3\left(\frac{k \times 10^{-6}}{a^2}\right) = 3E_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_{\text{net},y} = E_3 - E_2 = 3E_1 - 2E_1 = E_1$$

$$E_T = E_1 \sqrt{2}$$

در حالت دوم که q_2 حذف شده فقط E_1 و E_3 را داریم که بر هم عمود هستند:

$$E'_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 \Rightarrow E'_T = \sqrt{E_1^2 + 3^2 E_1^2} = E_1 \sqrt{1 + 3^2} = E_1 \sqrt{10}$$

$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{\sqrt{2} E_1}{\sqrt{10} E_1} = \sqrt{\frac{2}{10}}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

روش اول: (کلاسیک)

فاصله بین بارهای q_1 تا q_2 را حساب می‌کنیم.

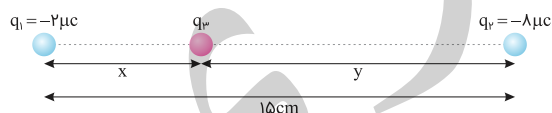
$$r_{1,2} = \sqrt{(12 - 0)^2 + (0 - 9)^2} = 15 \text{ cm}$$

چون دو بار هم نام‌اند:

بار q_3 باید در نقطه‌ای بین خط واصل دو بار قرار بگیرد. اگر فاصله آن تا بار q_1 را x بگیریم، فاصله آن تا بار q_2 برابر $(15 - x) \text{ cm}$ است. چون نیروی خالص وارد بر آن صفر است. پس میدان دو بار در محل آن صفر است یعنی میدان دو بار q_1 و q_2 در محل آن باهم هم‌اندازه است. پس:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{x^2} = k \frac{|q_2|}{(15 - x)^2} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \frac{1}{x} = \frac{2}{15 - x} \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

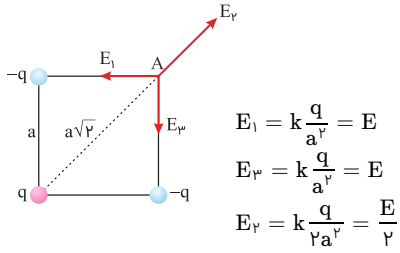
روش دوم:



$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \sqrt{\left| \frac{q_2}{q_1} \right|} = 2 \\ x + y = 15 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \underline{x = 5 \text{ cm}}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

روش اول: قبل از حذف بار q ، میدان خالص در نقطه A برابر است با:



$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} - E_3 = \sqrt{E^2 + E^2} - \frac{E}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}E - \frac{E}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow E_A = E(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}})$$

پس از حذف بار q ، میدان خالص در نقطه A برابر است با:

$$E'_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}E$$

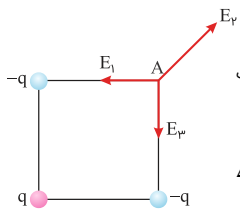
در این صورت تغییرات میدان الکتریکی در نقطه A برابر است با:

$$\Delta E = E'_A - E_A = \sqrt{2}E - E(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}) = +\frac{1}{\sqrt{2}}E$$

$$E = k \frac{q}{a^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-9}}{900 \times 10^{-6}} = 2000 \text{ N/C}$$

$$\Rightarrow \Delta E = +1000 \text{ N/C}$$

روش دوم:

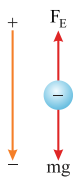


با حذف بار q و باتوجه به شکل میدان‌ها در نقطه A می‌توان نتیجه گرفت، میدان خالص به اندازه میدان بار q در نقطه A افزایش پیدا می‌کند. در این صورت تغییرات میدان الکتریکی این نقطه برابر است با:

$$\Delta E = E_{\text{حذف شده}} = k \frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-9}}{2 \times 900 \times 10^{-6}} = 1000 \text{ N/C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

باتوجه به جهت خطوط میدان و نیروهای وارد بر ذره باردار هنگامی که ذره در حالت تعادل است، می‌توان نوشت:

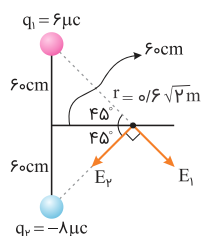


$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg$$

$$\Rightarrow 10^4 |q| = 5 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow |q| = 5 \mu\text{C}$$

$$\Rightarrow q = -5 \mu\text{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲



$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{(0.6\sqrt{2})^2} = \frac{3}{2} \times 10^6 \text{ N/C} \\ E_2 = \frac{1}{3} E_1 = 10^6 \text{ N/C} \end{cases}$$

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 10^6 \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2} = 1.25 \times 10^6 \text{ N/C}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

باتوجه به قانون کولن و یکسان بودن بارها و فاصله‌ها برای تعیین نیروهای $F_{۱۴}$ و $F_{۳۴}$ می‌توان نوشت:

$$F_{1۴} = F_{۳۴} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} = 90 \times \frac{10 \times 2}{(30\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow F_{1۴} = F_{۳۴} = 1 \text{ N}$$

$$F_x = \sqrt{F_{1۴}^2 + F_{۳۴}^2} = \sqrt{2} \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_x = +\sqrt{2} \vec{i}$$

نیروی خالص حاصل از این دو نیرو منطبق بر محور X و در جهت مثبت آن است. پس می‌توان نوشت:

باتوجه به مشخص بودن نیروی خالص وارد بر بار $q_۴$ می‌توان نتیجه گرفت، نیروی وارد از طرف بار $q_۲$ بر آن 2 N است. پس داریم:

$$F_{۲۴} = k \frac{q_۲ q_۴}{r^2} = 2 \Rightarrow 90 \frac{|q_۲| \times 2}{30^2} = 2 \Rightarrow |q_۲| = 10 \mu\text{C}$$

$$\Rightarrow q_۲ = -10 \mu\text{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

گزینه ۲

۱

با افزایش مقدار یک مقاومت جریان کلی مدار (جریان عبوری از باتری) کاهش می‌یابد.

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{I \downarrow} V \uparrow \Rightarrow \text{عدد ولت سنج} \uparrow$$

همچنین ولتاژ دو سر آن مقاومتی که افزایش یافته نیز افزایش می‌یابد.

$$I \downarrow \Rightarrow R \uparrow \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج} \downarrow$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۳

۲

مطابق شکل، جریان I' را به دو روش می‌توان در نظر گرفت:

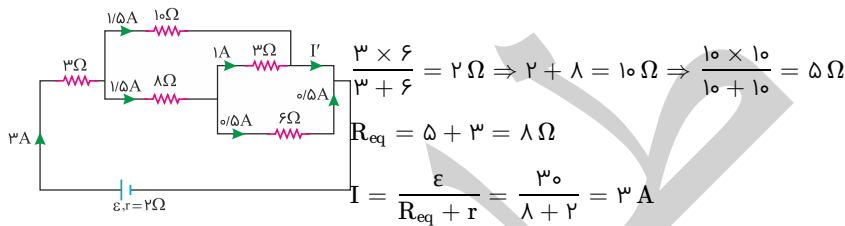
الف: مجموع جریان I' و جریان گذرنده از مقاومت 6 اهمی برابر با جریان کل است که به باتری می‌رود.

ب: جریان I' مجموع جریان گذرنده از مقاومت 10 اهمی و مقاومت 3 اهمی (داخل شاخه) است.

بنابراین کافی است جریان کل مدار و جریان گذرنده از مقاومت‌ها را محاسبه کنیم.

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

مقاومت معادل و جریان مدار را محاسبه می‌کنیم:



جریان 3 A بعد از عبور از مقاومت 3 اهمی سمت چپ، بین دو شاخه به تساوی تقسیم می‌شود: $\frac{3 \text{ A}}{2} = 1.5 \text{ A}$

جریان 1.5 A بین مقاومت‌های 3 اهمی و 6 اهمی موازی، تقسیم می‌شود، طوری‌که 1 A از 3 اهمی و 0.5 A از 6 اهمی می‌گذرد. حال از روش (الف) داریم:

$$I' = I_{10\Omega} + I_{3\Omega} = 1/5 + 1 = 2/5 \text{ A}$$

و یا از روش (ب) نیز داریم:

$$I' + I_6 = I \Rightarrow I' + 0.5 = 3 \Rightarrow I' = 2.5 \text{ A}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ نتیجه می‌گیریم که توان مصرفی با مقاومت مدار نسبت وارون دارد.

هنگامی که هر دو کلید بسته شوند، مقاومت‌ها موازی شده و مقاومت مدار کمترین مقدار و توان مصرفی مدار بیشترین مقدار را خواهند داشت:

$$R_{\min} = \frac{288}{3} \Omega$$

اگر فقط کلید شاخه بالا بسته شود، مقاومت مدار بیشترین مقدار و توان مصرفی مدار کمترین مقدار را خواهند داشت:

$$R_{\max} = 288 \Omega$$

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\frac{V^2}{R_{\min}}}{\frac{V^2}{R_{\max}}} = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{288}{\frac{288}{3}} = 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

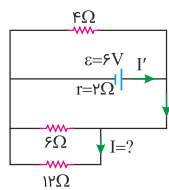
وقتی باتری به مدار وصل نیست، ولت‌سنج نیروی محرکه آن را نشان می‌دهد.

$$V = \varepsilon = 12 V$$

$$V = IR = \frac{\varepsilon}{R+r} R \Rightarrow 9/6 = \frac{12}{\lambda+r} \times \lambda \Rightarrow \lambda+r=10 \Rightarrow r=2 \Omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

مقاومت 12Ω سمت راست مدار اتصال کوتاه شده است.



$$R_{\text{eq}} = ((12 \parallel 6) \parallel 4) = 2 \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} = \frac{6}{2+2} = 1/2 \Omega$$

$$V_{12\Omega} = \varepsilon - rI' = 6 - 2 \times 1/2 = 3 V$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{3}{12} = 0.25 A$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

جریان مقاومت $36\ \Omega$ را I در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$I_{36\ \Omega} = \frac{36}{12} \times I = 3I$$

$$I_{3\ \Omega} = I + 3I = 4I$$

$$I_{\varepsilon\ \Omega} = \frac{((36\ \Omega \parallel 12\ \Omega) + 3\ \Omega)}{6} \times 4I = 8I$$

$$I_{\varepsilon\ \Omega} = I_{\varepsilon\ \Omega} + I_{3\ \Omega} = 8I + 4I = 12I$$

با توجه به جریان‌ها، توان هر مقاومت را محاسبه می‌کنیم.

$$P_{36\ \Omega} = 36I^2$$

$$P_{12\ \Omega} = 12 \times (3I)^2 = 108I^2$$

$$P_{3\ \Omega} = 3 \times (4I)^2 = 48I^2$$

$$P_{\varepsilon\ \Omega} = 6 \times (8I)^2 = 6 \times 64I^2 = 384I^2$$

$$P_{\varepsilon\ \Omega} = 2 \times (12I)^2 = 288I^2$$

بنابراین مقاومت $6\ \Omega$ بیشترین توان مصرفی را دارد و اختلاف پتانسیل دو سر آن $12\ V$ است.

$$12 = 6 \times I \Rightarrow I = \frac{12}{6} = 2$$

$$V_A - 2(12I) + \varepsilon - 12 - 2(12I) = V_A$$

$$\Rightarrow -48I + \varepsilon = 12 \Rightarrow -48 \times 2 + \varepsilon = 12 \Rightarrow \varepsilon = 108\ V$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گام اول: مدار را یک مرحله ساده می‌کنیم:

$$R' = \frac{4 \times 4}{4 + 4} = 2\ \Omega$$

$$I_1 \times 4 = I_2(R + 4) \Rightarrow 4I_1 = I_2R + 4I_2$$

$$I_1 + I_2 = 3\ A$$

$$4I_1 = 12 + 4I_2 \Rightarrow \begin{cases} 4I_1 - I_2 = 3 \\ I_1 + I_2 = 3 \end{cases}$$

$$3I_1 = 6 \Rightarrow I_1 = 2\ A \Rightarrow I_2 = 1\ A$$

$$1 \times R = 12 \Rightarrow R = 12\ \Omega$$

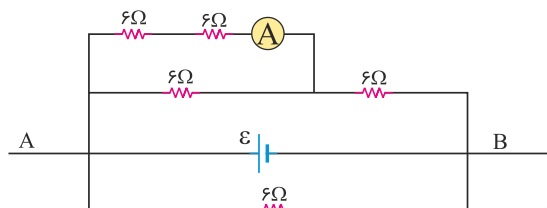
گام دوم: از آنجایی که اختلاف پتانسیل شاخه‌های موازی برابرند داریم:

گام سوم: طبق فرض مسئله $I_2R = 12\ V$ و از طرفی $I_1 + I_2 = 3\ A$ است؛ پس داریم:

گام چهارم: از رابطه $I_2R = 12\ V$ را به دست می‌آوریم:

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

وقتی مولد بین A و B بسته می‌شود:



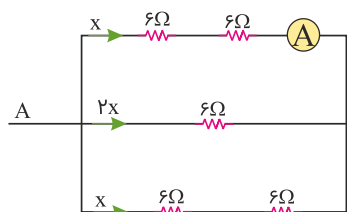
$$6 + 6 = 12\Omega \rightarrow 6, 12 \text{ موازی} \rightarrow 4\Omega \rightarrow 6, 4 \text{ سری} \rightarrow 10\Omega$$

$$10, 6 \text{ موازی} \Rightarrow R_T = \frac{60}{16} = \frac{15}{4}\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_t} = \frac{f}{15}\varepsilon \Rightarrow \begin{cases} \text{بالا } I = \frac{6}{10+6} \times \frac{f}{15}\varepsilon = \frac{\varepsilon}{10} A \\ \text{پایین } I \end{cases}$$

$$I_{\text{بالا}} \begin{cases} \text{آمپرسنج} = \frac{6}{6+12} \times \frac{\varepsilon}{10} = \frac{\varepsilon}{30} \\ \text{جریان اهمی} \end{cases}$$

وقتی مولد بین A و C بسته می‌شود:



$$R_T = 3\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{\varepsilon}{3}$$

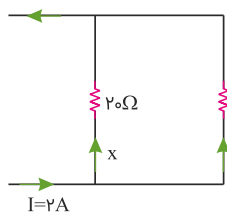
$$\text{آمپرسنج} \rightarrow x = \frac{\varepsilon}{12} \Rightarrow 4x = \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow \text{تقسیم جریان بین شاخه‌ها}$$

$$\frac{I_{AC}}{I_{AB}} = \frac{\frac{\varepsilon}{12}}{\frac{\varepsilon}{30}} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

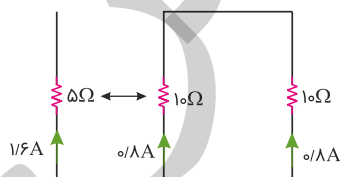
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow r = \frac{12}{R_{eq} + r} \Rightarrow R_{eq} = 4\Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{4} - \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \Rightarrow R = 10\Omega$$



$$x + 4x = 2 \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = 0.4A$$

$$4x = 4 \times 0.4 = 1.6A$$

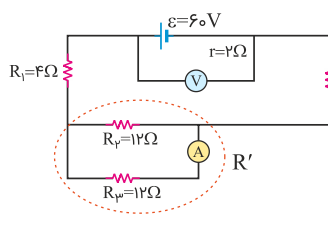


$$U = RI^2t = 10 \times (0.8)^2 \times 60 = 384J$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

در نگاه اول متوجه می‌شویم که مقاومت R_4 دچار اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

ابتدا مقاومت کل مدار و جریان کل را محاسبه می‌کنیم:



$$R_{\Delta} = 8\Omega, R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{12 \times 12}{12 + 12} = 6\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R' + R_{\Delta} = 4 + 6 + 8 = 18\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{60}{18 + 2} = 3\text{ A}$$

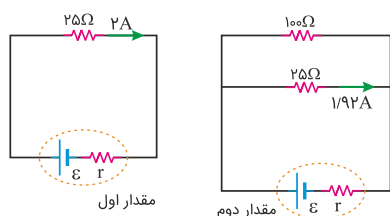
چون ولت‌سنج به دو سر باتری متصل است عددی که نشان می‌دهد را از رابطه $V = \varepsilon - Ir$ به دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - Ir = 60 - 3 \times 2 = 54\text{ V}$$

مقاومت‌های R_2 و R_3 هم‌اندازه و موازی‌اند؛ پس جریان به نسبت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود، پس آمپرسنج عدد $\frac{3}{2}\text{ A}$ را نشان می‌دهد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

برای هر دو حالت مدار رسم می‌کنیم:



در مدار اول: توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی مقاومت 25Ω است:

$$P_1 = RI^2 = 25 \times 4 = 100\text{ W}$$

در مدار دوم: ابتدا جریان گذرنده از مقاومت 100Ω را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow I_2 = 1/92 \times \frac{25}{100} = 0/48$$

سپس مقاومت معادل مقاومت‌های 25Ω و 100Ω و جریان گذرنده از مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \times 25}{125} = 20\Omega$$

$$I_{eq} = I_1 + I_2 = 1/92 + 0/48 = 2/48\text{ A}$$

حالا توان مصرفی مقاومت معادل که برابر با توان خروجی باتری است را به دست می‌آوریم:

$$P_2 = R_{eq} I_{eq}^2 \Rightarrow P_2 = 20 \times 2/48^2 = 115/2\text{ W}$$

توان خروجی در مدار دوم $15/2\text{ W}$ بیشتر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

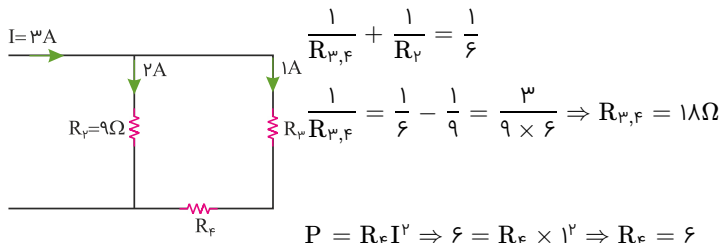
باتوجه به اینکه ولت سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، می‌توان نوشت:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 2V = 30 - I \times 1 \Rightarrow I = 3A$$

از طرفی به کمک جریان کل مدار می‌توانیم مقاومت معادل مدار را به دست آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 3 = \frac{30}{R_{eq} + 1} \Rightarrow R_{eq} = 9\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{2,3,F} \Rightarrow 9 = 3 + R_{2,3,F} \Rightarrow R_{2,3,F} = 6\Omega$$

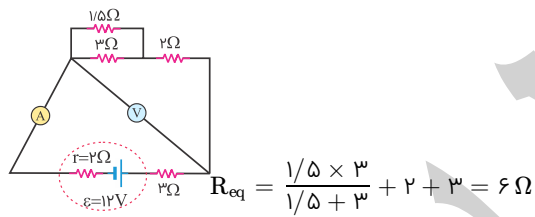


چون توان مصرفی R_F داده شده، می‌توان مقدار این مقاومت را محاسبه نمود:

$$R_3 + R_F = 18 \Rightarrow R_3 = 12\Omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

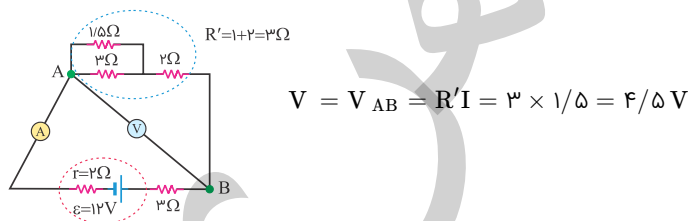
گام اول: مقاومت‌های 4Ω و 12Ω با آمپرسنج آرمانی موازی‌اند پس اتصال کوتاه می‌شوند. شکل ساده‌شده مدار به صورت زیر خواهد شد. بنابراین با یک مدار تک‌حلقه روبه‌رو هستیم.



$$I_{\text{باتری}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{6 + 2} = \frac{12}{8} = 1/5 A$$

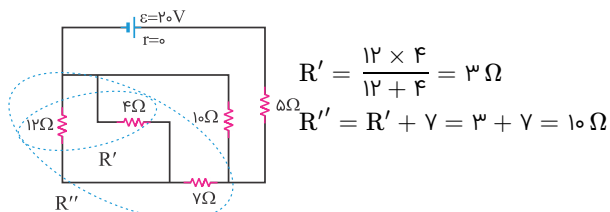
گام دوم: مقاومت معادل مدار و جریان عبوری از باتری را حساب می‌کنیم.

گام سوم: عدد ولت سنج برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل شاخه بالای ولت سنج است. پس:

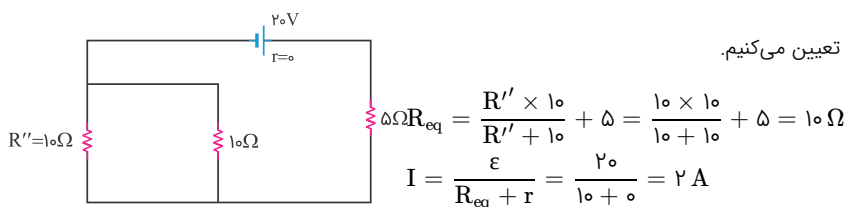


کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: ابتدا مدار را کمی ساده می‌کنیم. دو مقاومت 4Ω و 12Ω باهم موازی و معادل آن‌ها با 7Ω سری است. پس:

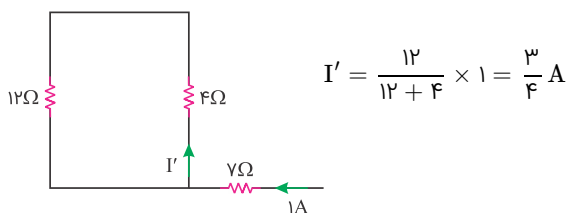


شکل ساده‌شده مدار به صورت زیر است:



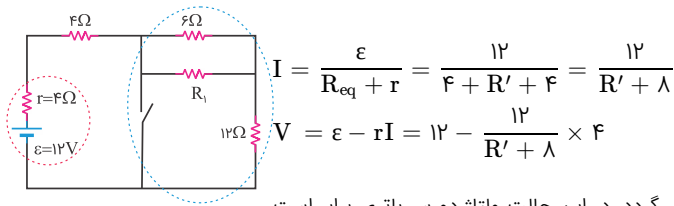
گام دوم: مقاومت معادل مدار و جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌ها را تعیین می‌کنیم.

گام سوم: جریان 2 A بین دو مقاومت R'' و 10Ω تقسیم‌شده و از هر یک 1 A عبور می‌کند. پس جریان عبوری از R'' که معادل 7Ω ، 4Ω و 12Ω بود (به صورت شکل زیر) برابر 1 A است. باتوجه به شکل جریان عبوری از 4Ω برابر است با:

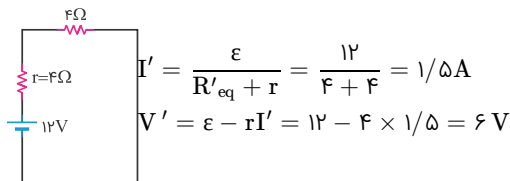


کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: قبل از بسته شدن کلید، مقاومت معادل قسمت مشخص شده را R' در نظر می‌گیریم. در این صورت جریان عبوری از باتری و اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:



گام دوم: پس از بسته شدن کلید، مقاومت معادل R' اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌گردد. در این حالت ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

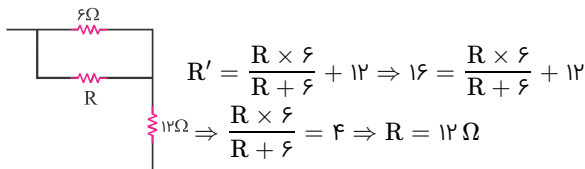


گام سوم: طبق گفته سوال، $\frac{V' - V}{V} \times 100 = -40$ است، پس:

$$\frac{V' - V}{V} \times 100 = -40 \Rightarrow V' - V = 0.4V \Rightarrow V' = 0.4V$$

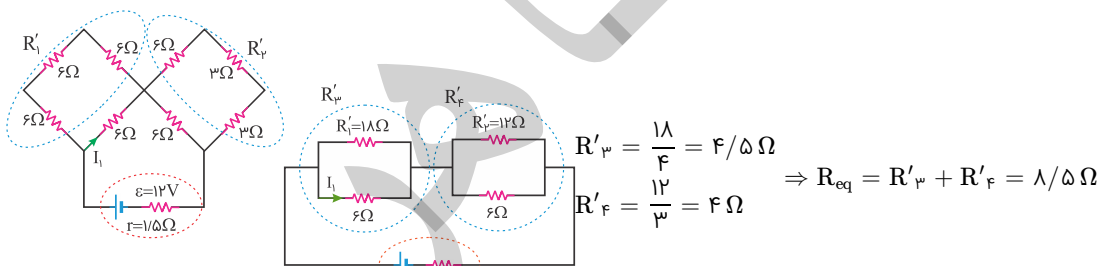
$$\Rightarrow 6 = 0.4(12 - \frac{12}{R' + 8} \times 4) \Rightarrow \frac{48}{R' + 8} = 2 \Rightarrow R' = 16\Omega$$

گام چهارم: حالا با استفاده از مقاومت معادل به دست آمده، مقاومت R را حساب می‌کنیم:



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: شکل را مقداری ساده می‌کنیم و مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:



گام دوم: جریان عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:

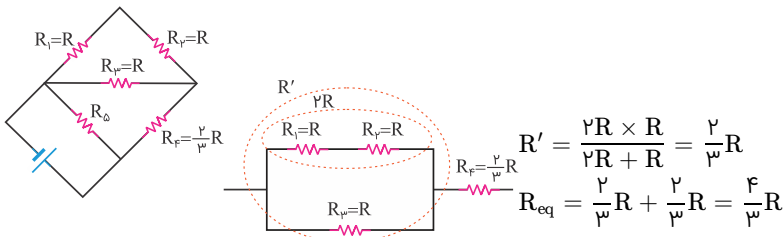
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{12}{1/5 + 1/5} = \frac{12}{10} = 1.2A$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{18}{6} = 3 \\ I_2 &= \frac{12}{6} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} I_1 &= 0.9A \\ I_2 &= 0.3A \end{aligned}$$

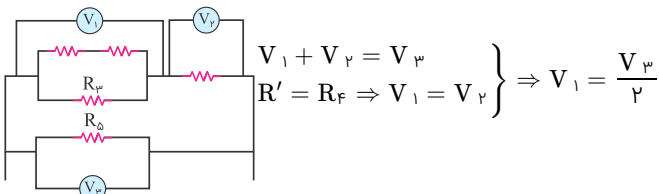
گام سوم: حال به کمک نسبت تقسیم جریان‌ها I_1 را به دست می‌آوریم:

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: در شاخه بالا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



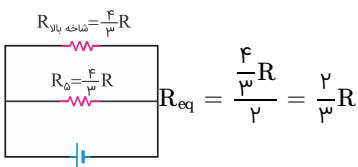
گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 ، نصف اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_5 است:



گام سوم: از اینکه توان مقاومت R_3 ، $\frac{1}{3}$ توان R_5 است داریم:

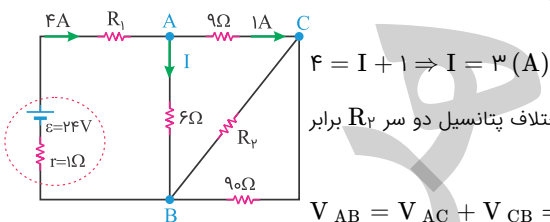
$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_3}{P_5} = \left(\frac{V_3}{V_5}\right)^2 \left(\frac{R_5}{R_3}\right) \\ \Rightarrow \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{R_5}{R} \Rightarrow R_5 = \frac{4}{3}R$$

گام آخر: حال مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: باتوجه به گره A، جریان عبوری از مقاومت 6Ω برابر است با:



گام دوم: اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B با مجموع اختلاف پتانسیل AC و CB برابر است. پس اختلاف پتانسیل دو سر R_2 برابر است با:

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB} \Rightarrow 6 \times 3 = 9 \times 1 + V_{R_2} \Rightarrow V_{R_2} = 9V$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل مقاومت 90Ω چون با R_2 موازی است با V_{R_2} برابر است. پس جریان عبوری از 90Ω و R_2 برابر است با:

$$V_{90\Omega} = V_{R_2} \Rightarrow I_{90\Omega} = \frac{V_{90\Omega}}{R} = \frac{9}{90} = 0.1A \\ I_{90\Omega} + I_R = 1(A) \Rightarrow 0.1 + I_R = 1 \Rightarrow I_R = 0.9A$$

گام چهارم: حالا توان مصرفی R_2 را از رابطه $P = VI$ به دست می‌آوریم:

$$P_R = V_R I_R = 9 \times 0.9 = 8.1W$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

راه حل اول:

به ازای جریان‌های $I_1 = 3 \text{ A}$ و $I_2 = 5 \text{ A}$ توان‌های خروجی باتری یکسان است:

$$P = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow 3\varepsilon - 9r = 5\varepsilon - 25r \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = 8 \quad (*)$$

ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد، اگر این عدد صفر باشد یعنی:

$$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{V=0} 0 = \varepsilon - Ir \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} \xrightarrow{(*)} I = 8 \text{ A}$$

راه حل دوم:

اگر به ازای جریان‌های $I_1 = 3 \text{ A}$ و $I_2 = 5 \text{ A}$ توان‌های خروجی باتری یکسان باشد به ازای $I = \frac{I_1 + I_2}{2}$ توان خروجی بیشینه است. در این حالت $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ می‌باشد:

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \text{ A}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow 4 = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = 8$$

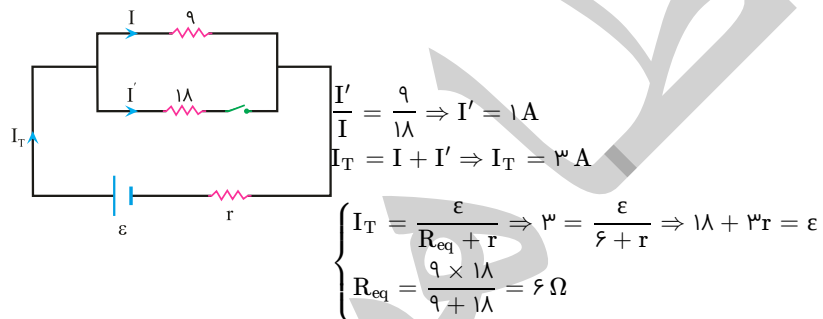
معادله دو سر باتری $V = \varepsilon - Ir$ است. اگر $V = 0$ باشد داریم:

$$V = \varepsilon - Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} = 8 \text{ A}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گزینه ۴ درست است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰



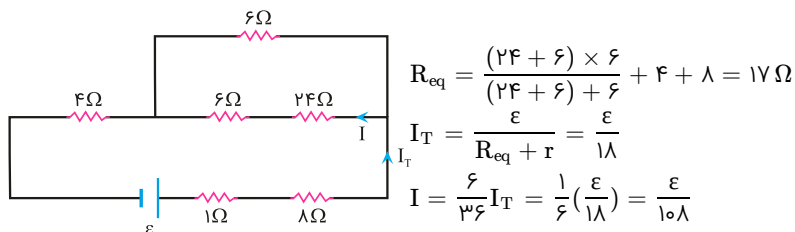
اگر کلید قطع شود:

$$\begin{cases} I_T = I + I' \\ I' = 0 \end{cases} \Rightarrow I_T = 2/25$$

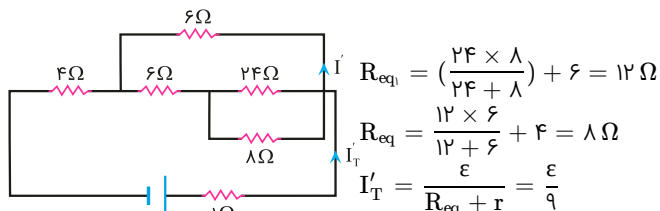
$$I_T = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \Rightarrow 2/25 = \frac{18 + 3r}{9 + r} \Rightarrow 20/25 + 2/25r = 18 + 3r \Rightarrow r = 3 \Omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

اگر کلید K باز باشد:



اگر کلید K بسته باشد:

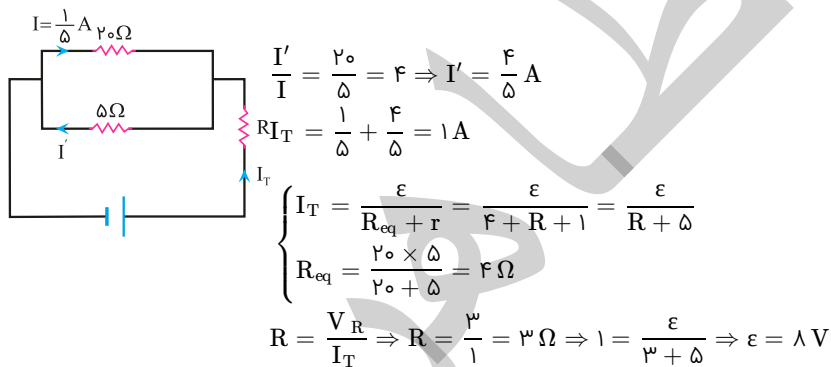


$$I' = \frac{12}{8} I'_T = \frac{12}{8} \left(\frac{\varepsilon}{9} \right) = \frac{2}{3} \varepsilon$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{2}{3} \varepsilon}{\frac{1}{72} \varepsilon} = 48$$

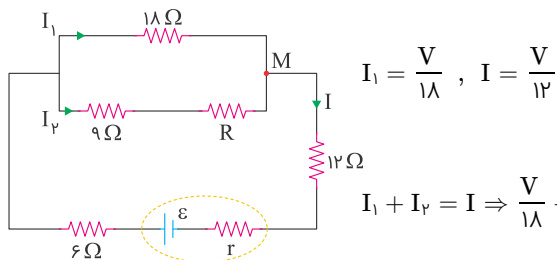
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

بنابراین نسبت جریان‌ها برابر است با:



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

با توجه به رابطه $R = \frac{V}{I}$ می‌توانیم بنویسیم:



$$I_1 = \frac{V}{18}, \quad I = \frac{V}{12}$$

برای محاسبه جریان کل می‌توان نوشت:

$$I_1 + I_2 = I \Rightarrow \frac{V}{18} + I_2 = \frac{V}{12} \Rightarrow I_2 = \frac{V}{12} - \frac{V}{18} = \frac{V}{36}$$

جریان I_1 دو برابر جریان I_2 است بنابراین مقاومت شاخه پایینی دو برابر مقاومت شاخه بالا است:

$$9 + R = 2 \times 18 \Rightarrow R = 36 - 9 = 27 \Omega$$

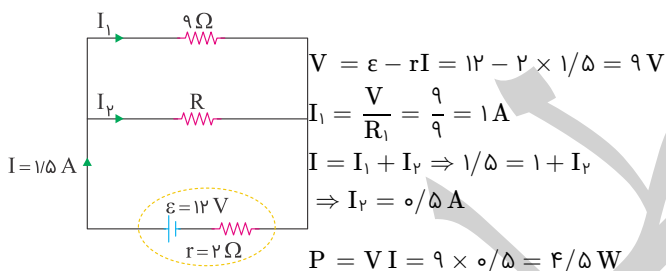
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

اگر به ازای دو مقاومت خارجی R_{eq} و R'_{eq} توان خروجی یکسان برای باتری ایجاد شود، مقاومت درونی باتری برابر است با:

$$r = \sqrt{R_{eq} \times R'_{eq}} \Rightarrow 2 = \sqrt{(R+1)(1)} \Rightarrow R+1 = 4 \Rightarrow R = 3 \Omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R و 9Ω است:



$$V = \varepsilon - rI = 12 - 2 \times 1/5 = 9 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{9}{9} = 1 \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow 1/5 = 1 + I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = 4/5 \text{ A}$$

$$P = VI = 9 \times 4/5 = 36/5 \text{ W}$$

توجه: می‌توانستید اندازه R را محاسبه کنید و از رابطه‌های $P = \frac{V^2}{R}$ یا $P = RI^2$ استفاده کنید.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

تمام مقاومت‌ها متوالی هستند، بنابراین آمپرسنج جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها را نشان می‌دهد. ابتدا مقاومت R را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{12}{0.8} = 15 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R + R_2 = 4 + 15 + 9 = 28 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow 0.8 = \frac{\varepsilon}{2 + 28} \Rightarrow \varepsilon = 0.8 \times 30 = 24 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

ولت سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری و دو سر مقاومت معادل مدار را نشان می‌دهد:

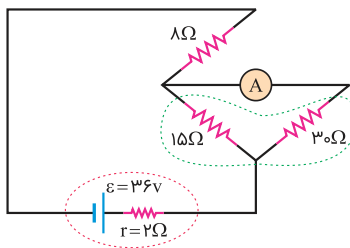
$$\begin{cases} V = R_{eq} I \\ I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow \varepsilon = R \times \frac{I_0}{r + R} \Rightarrow \varepsilon r + \varepsilon R = I_0 R \Rightarrow \varepsilon r = 4R \\ \Rightarrow r = \frac{4}{3} R \end{cases}$$

با بستن کلید مقاومت معادل مدار $\frac{R}{3}$ می‌شود:

$$V' = \frac{R}{3} \times \frac{\varepsilon}{r + \frac{R}{3}} = \frac{R}{3} \times \frac{\varepsilon}{\frac{4}{3}R + \frac{R}{3}} = \frac{R}{3} \times \frac{\varepsilon}{\frac{5R}{3}} = \frac{6}{15} \varepsilon = \frac{60}{150} = \frac{2}{5} V$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

در حالتی که کلید باز است مقاومت $24\ \Omega$ از مدار خارج می‌شود:



$$R_{eq} = 10 + 8 = 18\ \Omega$$

جریان برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{36}{18 + 2} = 1/8\ \text{A}$$

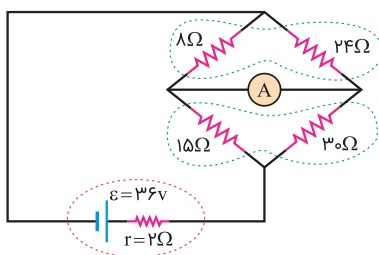
موازی: $\frac{30 \times 15}{30 + 15} = 10\ \Omega$

در مدارهای موازی جریان به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می‌شود پس:

$$I = 2I_1 \quad I = I_1 + I_2 = 1/8 \Rightarrow 2I_1 + I_1 = 1/8 \Rightarrow I_1 = 1/24\ \text{A}, \quad I_2 = 1/8\ \text{A}$$

آمپرسنج جریان I_1 را نشان می‌دهد که برابر $1/24\ \text{A}$ است.

در حالی که کلید بسته است داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \text{موازی: } \frac{8 \times 24}{8 + 24} = 6\ \Omega \\ \text{موازی: } \frac{30 \times 15}{30 + 15} = 10\ \Omega \end{array} \right\} \Rightarrow R_{eq} = 6 + 10 = 16\ \Omega$$

جریان برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{36}{16 + 2} = 2\ \text{A}$$

و مطابق قسمت اول تکرار می‌کنیم:

$$\begin{cases} I_2 = 2I_1 \\ 3I_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{2}{3}\ \text{A} \\ I_2 = \frac{4}{3}\ \text{A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_3 + I_4 = 2 \\ I_4 = 3I_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_3 = 1/5\ \text{A} \\ I_4 = 1/5\ \text{A} \end{cases}$$

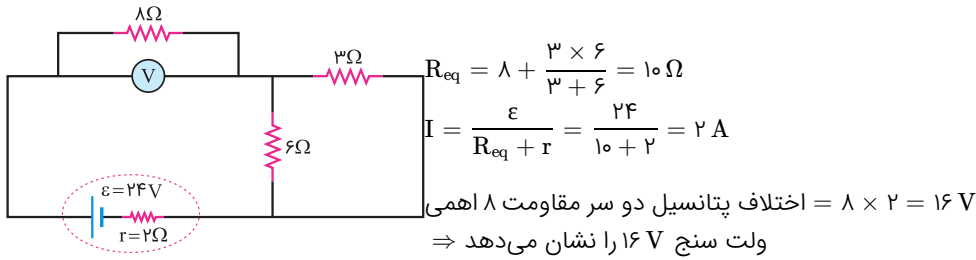
جریانی که آمپرسنج در این حالت نشان می‌دهد برابر $\frac{1}{6}\ \text{A}$ است.

$$I_3 - I_1 = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

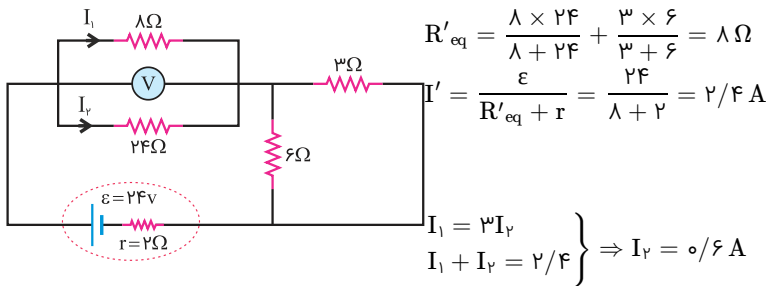
$$\Delta I = 1/6 - \frac{1}{6} = \frac{13}{30}\ \text{A}$$

خواسته سوال تغییرات جریان است پس:

در حالت کلید باز:



در حالت کلید بسته:



در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، پس:

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲۴ اهمی همان عدد ولت سنج است پس:

$$V' = 24 \times 0/6 = 14/4 \text{ V}$$

$$\Delta V = V' - V = 16 - 14/4 = 1/6 \text{ V}$$

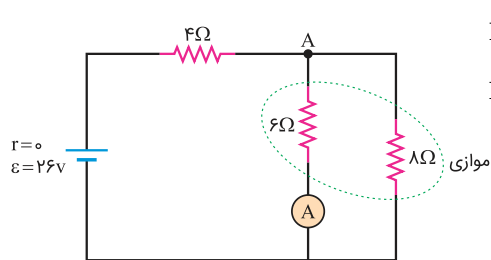
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

طبق صورت سوال متوالی $P = \frac{9}{4} P$ موازی P و می‌دانیم $P = RI^2$ است پس:
 (اندیس ۱ حالت موازی و اندیس ۲ حالت متوالی است)

$$\begin{aligned}
 P &= RI^2 \\
 I &= \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow P = R_{eq} \frac{\varepsilon^2}{(R_{eq} + r)^2} \\
 P_1 &= \frac{9}{4} P_2 \Rightarrow \frac{R_{eq1} \times 4\Delta^2}{(R_{eq1} + r)^2} = \frac{9}{4} \frac{R_{eq2} \times 4\Delta^2}{(R_{eq2} + r)^2} \\
 \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} R_{eq1} &= \frac{8 \times R_2}{8 + R_2} \\ R_{eq2} &= 8 + R_2 \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{\frac{8R_2}{8 + R_2}}{(\frac{8R_2}{8 + R_2} + 2)^2} = \frac{9}{4} \frac{(\frac{8 + R_2}{10 + R_2})}{(10 + R_2)^2} \\
 \Rightarrow \frac{8R_2}{(\frac{8 + R_2}{10 + R_2})^2} &= \frac{9(8 + R_2)}{4(10 + R_2)^2} \Rightarrow \frac{8R_2}{(10R_2 + 16)^2} = \frac{9(8 + R_2)}{4(10 + R_2)^2} \\
 \Rightarrow \frac{8R_2}{(10R_2 + 16)^2} &= \frac{9}{4(10 + R_2)^2}
 \end{aligned}$$

با جاگذاری گزینه‌ها، جواب $R_2 = 8 \Omega$ پاسخ معادله بالا می‌شود.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲



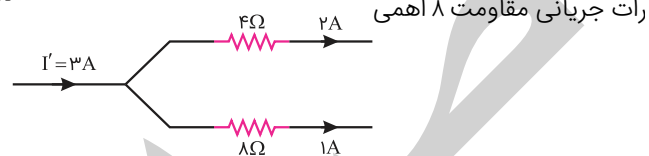
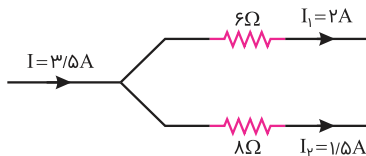
$$R_T = \frac{6 \times 8}{6 + 8} + 4 = \frac{52}{5} \Omega$$

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{26}{\frac{52}{5}} = 3/5 \text{ A}$$

جریان در شاخه‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، پس:

در حالت دوم که جای آمپرسنج آرمانی و باتری عوض می‌شود:

$$R'_T = \frac{8 \times 4}{8 + 4} + 6 = \frac{26}{3} \Omega, \quad I'_T = \frac{\varepsilon}{R'_T + r} = \frac{26}{\frac{26}{3}} = 3 \text{ A}$$



رات جریانی مقاومت ۸ اهمی

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

حالت اول: $I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A} \Rightarrow V = \varepsilon - I_r = 12 - 2(1) = 10 \text{ V}$

حالت دوم: $I = 0 \Rightarrow V = \varepsilon = 12 \text{ V}$

مورد الف و ب درست است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

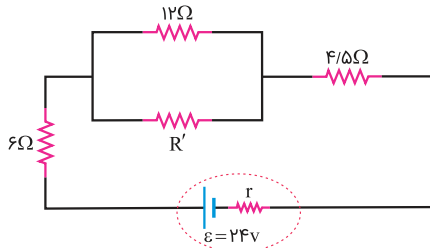
$$\left. \begin{aligned} \text{در حالت متوالی: } I &= \frac{24}{R_T + r} = \frac{24}{R_v + 6} \\ \text{در حالت موازی: } I &= \frac{24}{\frac{4R_v}{4 + R_v} + 2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_1}{P_v} = \frac{R_T I_1^2}{R'_T I_v^2}$$

$$\Rightarrow \frac{64}{100} = \frac{(R_v + 4) \left(\frac{24}{R_v + 6} \right)^2}{\left(\frac{4R_v}{4 + R_v} \right) \left(\frac{24}{\frac{4R_v}{4 + R_v} + 2} \right)^2}$$

با جاگذاری گزینه‌ها در معادله بالا $R_v = 4 \Omega$ به دست می‌آید.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

دو مقاومت $12\ \Omega$ و R' موازی هستند. پس باتوجه به رابطه محاسبه توان ($P = \frac{V^2}{R}$) می‌توان نوشت:



$$\frac{P_{12\Omega}}{P_{R'}} = \frac{R'}{12} \Rightarrow P_{12\Omega} = \frac{R'}{12} P_{R'}$$

معادل این دو مقاومت و مقاومت $4/5\ \Omega$ باهم سری هستند پس جریان عبوری از آن‌ها برابر است. در این صورت باتوجه به رابطه $P = RI^2$ می‌توان نوشت:

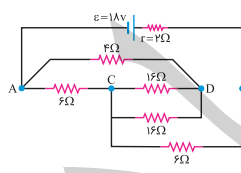
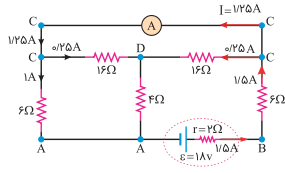
$$\frac{\frac{12R'}{12+R'}}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{P_{12\Omega} + \frac{R'}{12} P_{R'}}{\frac{12}{5} \frac{R'}{12} P_{R'}} = \frac{12R'}{4/5}$$

با ساده کردن رابطه بالا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{12+R'} &= \frac{1/5(12+R')}{\lambda R'} \Rightarrow 6R' = R'^2 + 24R' + 144 \\ \Rightarrow R'^2 - 6R' + 144 &= 0 \Rightarrow (R' - 6)(R' - 36) = 0 \\ \Rightarrow R_{\min} &= 6\ \Omega, \quad R_{\max} = 36\ \Omega \end{aligned}$$

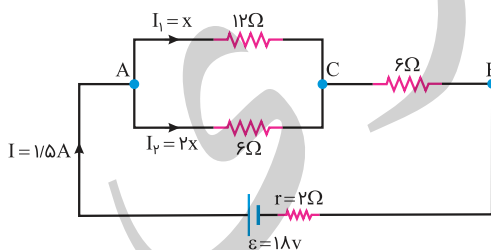
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

ابتدا با استفاده از روش نقطه‌گذاری جریان کل مدار را حساب می‌کنیم:



$$\begin{aligned} R_{eq1} &= \frac{16 \times 16}{16 + 16} = 8\ \Omega \\ R_{eq2} &= 8 + 4 = 12\ \Omega \\ R_{eq3} &= \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\ \Omega \\ R_{eq} &= 4 + 6 = 10\ \Omega \\ I &= \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{12} = 1/5\ A \end{aligned}$$

اکنون برای محاسبه جریان عبوری از آمپرسنج، سهم جریان عبوری از مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم:



$$3x = 1/5 \Rightarrow x = 1/15\ A \Rightarrow I_1 = 1/15\ A, \quad I_2 = 2/15\ A$$

با استفاده از شکل مدار اولیه و مشخص کردن جریان عبوری از هر مقاومت، جریان عبوری از آمپرسنج $1/25\ A$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

قبل از وصل کلید:

$$I = \frac{\varepsilon}{3R + r}, \quad V = \varepsilon - rI = \varepsilon - r\left(\frac{\varepsilon}{3R + r}\right)$$

پس از وصل کلید:

$$I' = \frac{\varepsilon}{2R + r}, \quad V = \varepsilon - rI' = \varepsilon - r\left(\frac{\varepsilon}{2R + r}\right)$$

چون مقاومت معادل مدار پس از وصل کلید کاهش می‌یابد، جریان عبوری از مدار افزایش یافته و اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش پیدا می‌کند. ازطرفی با افزایش جریان مدار و حذف لامپ (۳)، سهم اختلاف پتانسیل لامپ‌های (۱) و (۲) نسبت به حالت قبل افزایش می‌یابد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

ابتدا ظرفیت خازن را در حالت اول محاسبه می‌کنیم:

$$C_1 = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{40 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-3}} = 7/2 \times 10^{-12} \text{ F} = 7/2 \text{ pF}$$

اگر فاصله بین صفحات ۴ mm کاهش یابد فاصله ۱ mm می‌شود. بنابراین:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{7/2} = \frac{5}{1} \Rightarrow C_2 = 36 \text{ pF}$$

$$\Delta C = C_2 - C_1 = 36 - 7/2 = 28/2 \text{ pF}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

توان مصرفی لامپ را محاسبه می‌کنیم.

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{P}{P'} = \left(\frac{V}{V'}\right)^2 \Rightarrow \frac{100}{P'} = \left(\frac{220}{200}\right)^2 \Rightarrow P' = \frac{10^4}{121} \text{ W} = \frac{10}{121} \text{ kW}$$

$$U = P \cdot t = \frac{10}{121} \times 11 = \frac{10}{11} \text{ kWh}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول: چون $\frac{1}{4}$ سیم را نگه داشته‌ایم، حجم سیم باقی‌مانده با هر تغییری در ابعاد، $\frac{1}{4}$ حجم سیم اولیه خواهد بود. طبق گفته تست در نهایت طول سیم باقی‌مانده برابر با طول سیم اولیه است و می‌دانیم که حجم آن $\frac{1}{4}$ حجم سیم اولیه است؛ بنابراین نسبت سطح مقطع سیم پس از دو تغییر متوالی به سطح مقطع اولیه سیم برابر است با:

$$V_2 = \frac{1}{4} V_1 \Rightarrow A_2 L_2 = \frac{1}{4} A_1 L_1 \xrightarrow{L_1=L_2} A_2 = \frac{1}{4} A_1$$

گام دوم: حالا با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به صورت نسبتی، مقاومت سیم پس از دو تغییر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_2}{R} = \frac{\rho_2}{\rho} \times \frac{L_2}{L} \times \frac{A}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R} = 1 \times 1 \times \frac{4}{1} \Rightarrow R_2 = 24 \Omega$$

توجه کنید که رابطه را به صورت مستقیم بین مقاومت اولیه و مقاومت نهایی سیم نوشته‌ایم.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول: جریان عبوری از مقاومت $1/10 \Omega$ در نظر می‌گیریم. چون دو مقاومت 10Ω و 5Ω موازی‌اند، نسبت جریان عبوری از آن‌ها به نسبت عکس مقاومت آن‌ها است؛ پس جریان عبوری از مقاومت 5Ω برابر با $2I$ خواهد بود. باتوجه به گره A در مدار داریم:

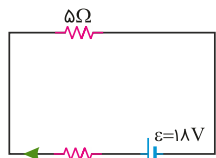
$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} \xrightarrow{I} \\ \bullet A \\ \xrightarrow{2I} \end{array} \\ & \mathcal{E} = I + 1/6 + 2I \Rightarrow \begin{cases} I_{10\Omega} = I = 0/8 A \\ I_{5\Omega} = 2I = 1/6 A \end{cases} \end{aligned}$$

گام دوم: چون جریان عبوری از مقاومت 5Ω با جریان عبوری از مقاومت R برابر است، مقدار مقاومت‌هایشان نیز برابر است. پس $R = 5 \Omega$ است. حالا طبق رابطه $U = RI^2 t$ انرژی الکتریکی مقاومت R در مدت ۲۵ دقیقه را به دست می‌آوریم:

$$U = RI^2 t = 5 \times (1/6)^2 \times (25 \times 60) = 19200 J = 19/2 kJ$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

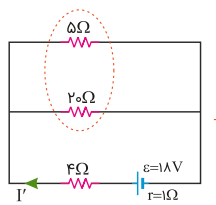
گام اول: قبل از بستن کلید، جریان مدار و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω را به دست می‌آوریم. در این حالت مقاومت 20Ω در مدار قرار نمی‌گیرد.

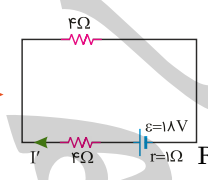


$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{18}{5 + 4 + 1} = 1/8 A$$

$$V_{5\Omega} = RI = 5 \times 1/8 = 9 V$$

گام دوم: با بستن کلید، مقاومت 20Ω به مدار اضافه می‌شود. در این حالت جریان عبوری از باتری برابر است با:



$$R_{5\Omega, 20\Omega} = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4 \Omega$$


$$R'_{eq} = \frac{5 \times 20}{5 + 20} + 4 = 8 \Omega$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq} + r} = \frac{18}{8 + 1} = 2 A$$

گام سوم:

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω اهمی برابر با اختلاف پتانسیل شاخه پایینی است:

$$V'_{5\Omega} = \mathcal{E} - I'r - I'R_{4\Omega} = 18 - 2 \times 1 + 2 \times 4 = 18 V$$

یا از روش دیگر (طبق ویژگی مقاومت‌های موازی):

$$V'_{5\Omega} = V_{20\Omega} = V_{5\Omega, 20\Omega} = I'R_{5\Omega, 20\Omega} = 2 \times 4 = 8 V$$

به این ترتیب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω به اندازه $18 - 9 = 9 V$ تغییر کرده است؛ یعنی مقدار اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت ۱ ولت کاهش یافته است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

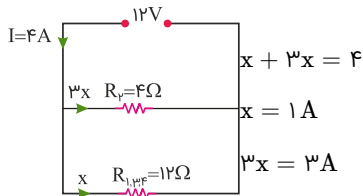
$$\text{موازی } R_1, R_3 \Rightarrow R_{1,3} = 4\Omega$$

$$\text{متوالی } R_{1,3}, R_4 \Rightarrow R_{1,3,4} = 4 + 8 = 12\Omega$$

$$\text{موازی } R_{1,3,4}, R_2 \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12}{3} = 4A$$

آمپرسنج A_1 جریان کل یعنی $4A$ را نشان می‌دهد.



آمپرسنج A_2 جریان x را نشان می‌دهد.

$$x = 1A$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

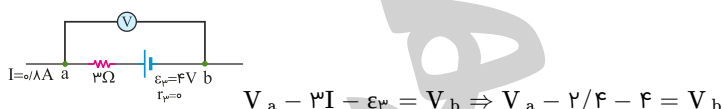
گام اول: چون در شاخه وسط، نقاط ab به هم اتصال ندارند، هیچ جریانی از این شاخه عبور نمی‌کند و آن را مدار حذف می‌کنیم:

گام دوم: جریان مدار را با استفاده از رابطه $I = \frac{\varepsilon_T}{R_{eq} + r_1 + r_2}$ به دست می‌آوریم. باتوجه به جهت پیکان نیروی محرکه باتری‌ها، $\varepsilon_T = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$ است و جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_T}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{16 - 4}{4 + 3 + 6 + 2 + 0} = \frac{12}{15} = 0.8A$$

جهت جریان به صورت پادساعتگرد در مدار است.

گام سوم: از یک سر ولت‌سنج شروع به حرکت درون مدار می‌کنیم تا به سر دیگر آن برسیم. اختلاف پتانسیل به دست آمده بین دو سر ولت‌سنج همان عدد ولت‌سنج است.



$$\Rightarrow V_a - V_b = 6/4V \Rightarrow \text{عدد ولت‌سنج} = V = 6/4V$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon = V_B$$

$$\varepsilon = Ir_1 \quad (۱)$$

$$V_B + \varepsilon - Ir_r - I \frac{R}{r} = V_A$$

$$\varepsilon = Ir_r + \frac{1}{r} IR \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow Ir_r + \frac{1}{r} IR = Ir_1$$

$$\frac{1}{r} R = r_1 - r_r \Rightarrow R = r(r_1 - r_r)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

$$P_w = P_f \Rightarrow R_w = R_f = f / \omega \Omega$$

$$V_r = V_w + V_f \Rightarrow V_r = v V_w$$

$$P_r = P_w \Rightarrow \frac{V_r^v}{R_r} = \frac{V_w^v}{R_w} \Rightarrow R_r = f R_w = f \times f / \omega = ۱۸ \Omega$$

$$I_r R_r = I_w (R_w + R_f) \Rightarrow I_r \times ۱۸ = I_w \times ۹ \Rightarrow I_w = ۲ I_r$$

$$I_1 = I_r + I_w = I_r + ۲ I_r = ۳ I_r$$

$$R_1 I_1^v = R_r I_r^v \Rightarrow R_1 (۳ I_r)^v = ۱۸ I_r^v \Rightarrow R_1 = ۲ \Omega$$

$$۲ I_1 + ۱۸ I_r = ۲ f \Rightarrow I_1 + ۹ I_r = ۱۲ \Rightarrow ۳ I_r + ۹ I_r = ۱۲ \Rightarrow I_r = ۱ A$$

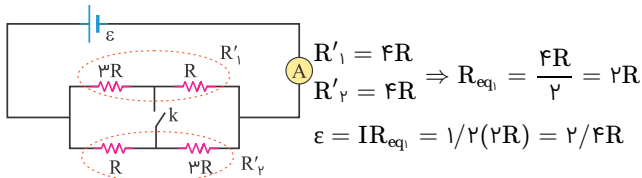
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

$$P = \frac{\varepsilon^v}{R_{eq}}$$

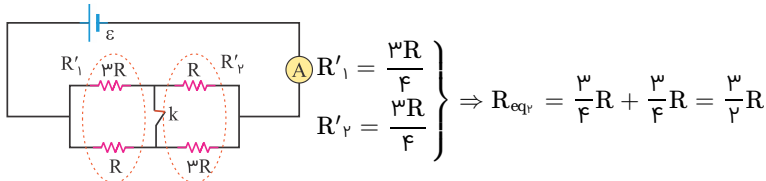
$$\frac{P_r}{P_1} = \frac{R_1}{R_r} = \frac{\frac{۱۲ \times ۶}{۱۲ + ۶}}{\frac{۱۲ \times ۶}{۱۲ + ۶} + ۸} = \frac{1}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: ε را برحسب R به دست می‌آوریم، برای این کار ابتدا مقاومت معادل مدار را برحسب R مشخص می‌کنیم:



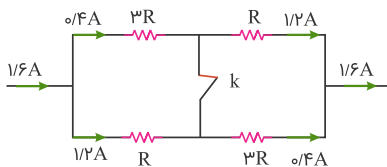
گام سوم: در حالتی که کلید بسته است مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:



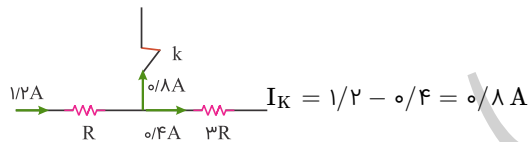
گام چهارم: جریان عبوری از مدار را در حالت دوم به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq2}} = \frac{2/4R}{3/2R} = 1/6 A$$

گام پنجم: تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی با اندازه مقاومت‌ها نسبت عکس دارد بنابراین داریم:



گام آخر: از قانون گره می‌توانیم نتیجه بگیریم که جریان عبوری از کلید $0/8 A$ است:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

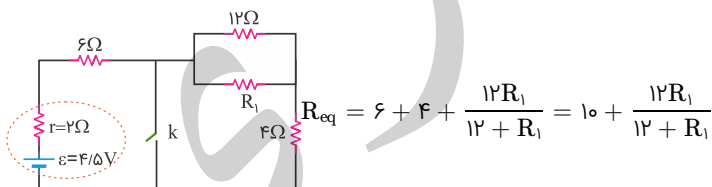
۱- با بستن کلید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶ اهمی دو برابر می‌شود یعنی جریان عبوری از مدار ۲ برابر می‌شود:

$$I_2 = 2I_1$$

۲- با بستن کلید سمت راست مدار دچار اتصال کوتاه‌شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و جریان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{4/5}{2 + 6} = \frac{4/5}{8}$$

۳- در حالت اول برای مقاومت معادل مدار داریم:

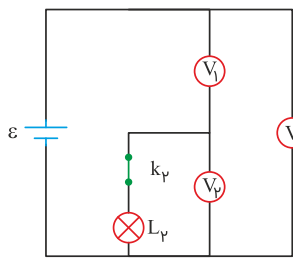


۴- در حالت اول جریان نصف حالت دوم است پس داریم:

$$I_1 = \frac{I_2}{2} = \frac{4/5}{16}, I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow \frac{4/5}{16} = \frac{4/5}{2 + 10 + \frac{12R_1}{12 + R_1}}$$

$$\Rightarrow 16 = 12 + \frac{12R_1}{12 + R_1} \Rightarrow 4 = \frac{12R_1}{12 + R_1} \Rightarrow R_1 = 6 \Omega$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰



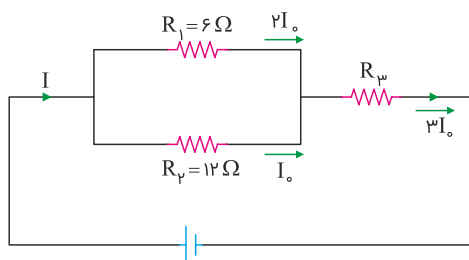
با قطع کردن کلید k_1 جریان اصلی مدار قطع می‌شود. چون از لامپ L_p جریانی نمی‌گذرد پس اختلاف پتانسیل دو سر آن صفرشده و ولت‌سنج V_2 عدد صفر را نشان خواهد داد. ولت‌سنج V_1 که به دو سر مولد وصل است طبق رابطه $V = \varepsilon - Ir$ و با صفرشدن I نیرومحرکه مولد را نشان می‌دهد و صفر نیست (پس فقط گزینه ۲ می‌تواند صحیح باشد) با استدلالی مشابه ولت‌سنج V_1 هم اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان خواهد داد که در این مداری که فاقد جریان است برابر با نیرومحرکه مولد می‌باشد.

$$V_1 = V = \varepsilon$$

$$V_2 = 0$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

اگر جریان گذرنده از R_3 را I_o فرض کنیم جریان گذرنده از بقیه مقاومت‌ها همانند شکل خواهند بود:



$$P_3 = 6P_2 \Rightarrow R_3(3I_o)^2 = 6 \times R_2 \times (I_o)^2$$

$$R_3 \times 9I_o^2 = 6 \times 12 \times I_o^2 \Rightarrow R_3 = 8 \Omega$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

اگر مقاومت رئوستا صفر باشد مثل اتصال کوتاه عمل کرده و مقاومت 6Ω نیز از مدار حذف می‌گردد.

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12}{4/5 + 1/5} = 8 A \Rightarrow V = \varepsilon - Ir = 0$$

اگر مقاومت رئوستا به ۱۸ اهم افزایش یابد داریم:

$$R_t = \frac{18 \times 6}{18 + 6} = 4/5 \Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12}{4/5 + 1/5} = 2 A$$

$$\Rightarrow V = \varepsilon - Ir = 12 - 2 \times 1/5 = 9 V$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

چون باتری مصرف‌کننده است می‌توان نوشت:

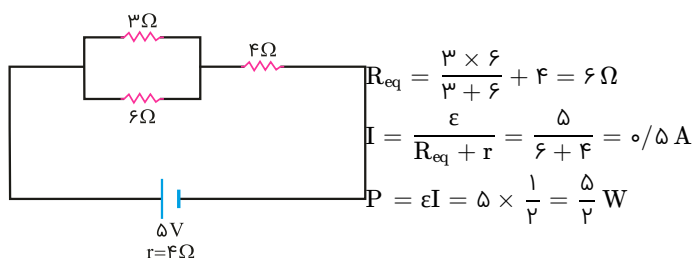
$$V = \varepsilon + rI = 12 + 3 \times 2 = 18 V$$

پس توان مصرفی آن برابر است با:

$$P = VI = 18 \times 2 = 36 W$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

باتوجه به شکل ساده شده مدار در حالت اول می‌توان نوشت:



در حالتی که مقاومت 12Ω در مدار قرار می‌گیرد، داریم:

$$R'_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 4 = 8 \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{5}{8 + 4} = \frac{5}{12} \text{ A}$$

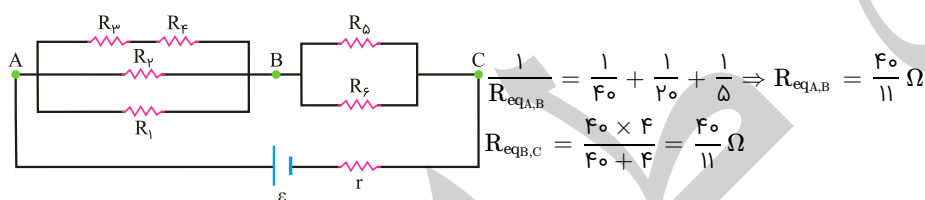
$$P' = \varepsilon I' = \frac{5 \times 5}{12} = \frac{25}{12} \text{ W}$$

در این صورت تغییرات توان تولیدی باتری برابر است با:

$$\Delta P = \frac{25}{12} - \frac{5}{2} = \frac{25 - 30}{12} = -\frac{5}{12} \text{ W}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا مقاومت معادل بین دو نقطه A و B و همچنین C و B را حساب می‌کنیم:



مقاومت الکتریکی بین دو نقطه A و B و C و B باهم برابر بوده و این دو مقاومت باهم متوالی هستند. پس

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این نقاط باهم برابر است. اکنون باتوجه به رابطه محاسبه توان ($P = \frac{V^2}{R}$) می‌توان نتیجه گرفت مقاومتی که مقدار کمتری در یک مجموعه موازی دارد، توان بیشتری مصرف می‌کند. در این صورت مقاومت R_6 ، بیشترین توان مصرفی را دارد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

در صورتی که باتری آرمانی باشد، در حالتی که کلید K باز است می‌توان نوشت:

$$P_1 = \frac{R_1 \varepsilon^2}{(R_1 + r)^2} = \frac{2R \varepsilon^2}{(2R + 0)^2} \Rightarrow P_1 = \frac{\varepsilon^2}{2R} = \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon^2}{R} \right)$$

اگر کلید K بسته باشد:

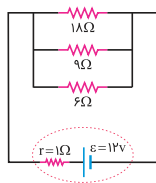
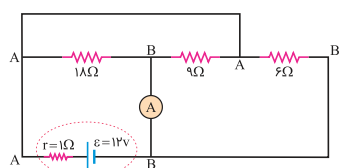
$$P_2 = \frac{\frac{3}{4} R \varepsilon^2}{\left(\frac{3}{4} R + 0 \right)^2} = \frac{2}{3} \left(\frac{\varepsilon^2}{R} \right)$$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$P_2 - P_1 = 9 \text{ W} \Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{R} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) = 9 \Rightarrow \frac{18}{R} \times \frac{1}{6} = 9 \Rightarrow R = 6 \Omega$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

مقاومت ولت سنج بی‌نهایت است، پس جریانی از آن نمی‌گذرد، مدار را با نام گذاری نقاط هم پتانسیل ساده می‌کنیم:



طبق مدار ساده شده مشخص است که جریانی که از آمپرسنج می‌گذرد جریان کل مدار است پس:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega, \quad I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{3+1} = 3A$$

اختلاف پتانسیل در هر باتری برابر است با:

$$V = \varepsilon - IR = 12 - 1 \times 3 = 9V$$

$$V_{\varepsilon\Omega} = IR_{\varepsilon\Omega} \Rightarrow 9 = 6I_{\varepsilon\Omega} \Rightarrow I_{\varepsilon\Omega} = 1/5A$$

پس عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر است با:

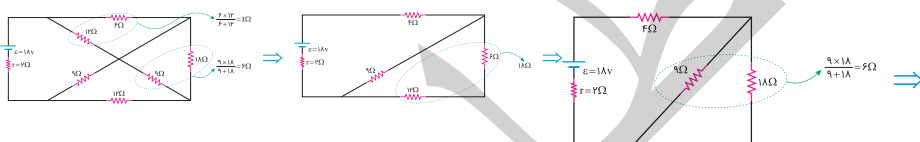
$$I_A = I - I_{\varepsilon\Omega} = 3 - 1/5 = 1/5A$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

ابتدا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:

از رابطه کمک می‌گیریم و جریان

مدار را به دست می‌آوریم:



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{18}{2 + 10} = \frac{3}{2}A$$

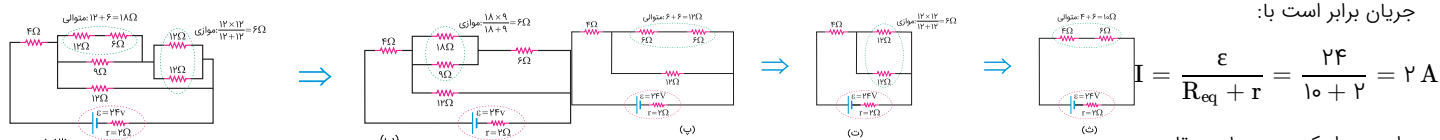
در نهایت اختلاف پتانسیل دو سر باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{اختلاف پتانسیل دو سر باتری} = 18 - Ir = 18 - \frac{3}{2} \times 2 = 15V$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

در حالت اول که اتصال (۱) برقرار است داریم:

جریان برابر است با:



برای پیدا کردن جریان مقاومت

6Ω ، مدارها را به عقب برمی‌گردیم مطابق شکل (ت) جریان $2A$ به طور مساوی بین دو مقاومت 12Ω تقسیم می‌شود یعنی سهم هر کدام $1A$ است و طبق شکل (ب) جریان $1A$ بین دو مقاومت 18Ω و 9Ω به نسبت مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. یعنی:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_{18\Omega}}{I_{9\Omega}} &= \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2I_{18\Omega} = I_{9\Omega} \\ I_{18\Omega} + I_{9\Omega} &= 1A \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_{18\Omega} = \frac{1}{3}A, \quad I_{9\Omega} = \frac{2}{3}A$$

طبق شکل (الف) $I_{18\Omega} = I_{6\Omega}$ پس:

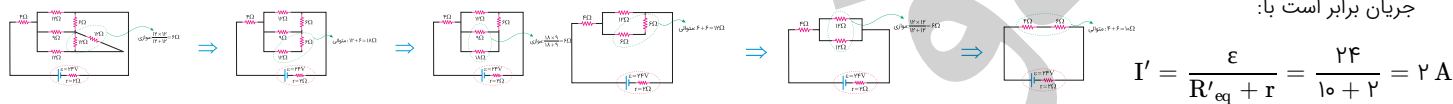
$$I_{6\Omega} = \frac{1}{3}A$$

حال توان مصرفی مقاومت 6Ω را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{6\Omega} = RI_{6\Omega}^2 = 6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{6}{9}W$$

در حالت دوم که اتصال (۲) برقرار است داریم:

جریان برابر است با:



$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{24}{10 + 2} = 2A$$

مطابق حالت قبل مدارها را به عقب برمی‌گردیم تا جریان مقاومت 6Ω را به دست آوریم:

$$I'_{6\Omega} = 1A$$

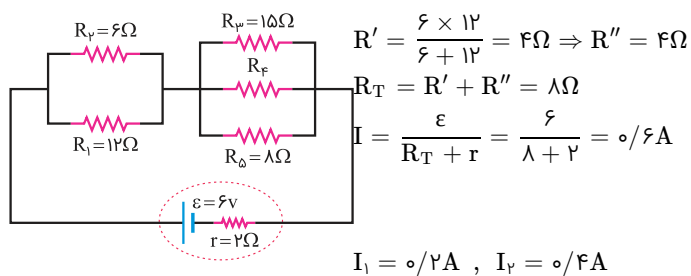
توان مقاومت 6Ω در این حالت برابر است با:

$$P'_{6\Omega} = RI'^2 = 6 \times (1)^2 = 6W$$

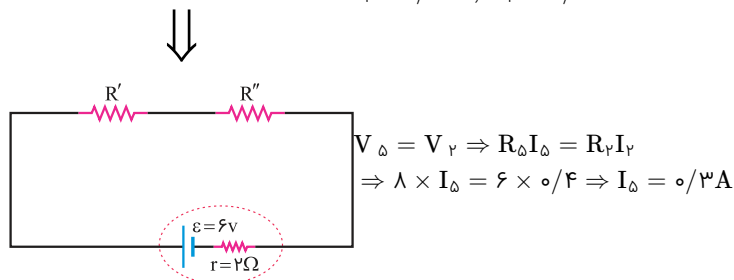
خواسته تست برابر است با:

$$\frac{P'_{6\Omega}}{P_{6\Omega}} = \frac{6}{\frac{6}{9}} = 9$$

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم: با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p و R_Δ برابر است می‌توان نتیجه گرفت که در مدار ساده شده R' و R'' با هم برابر هستند، چون جریان و اختلاف پتانسیل یکسانی دارند.



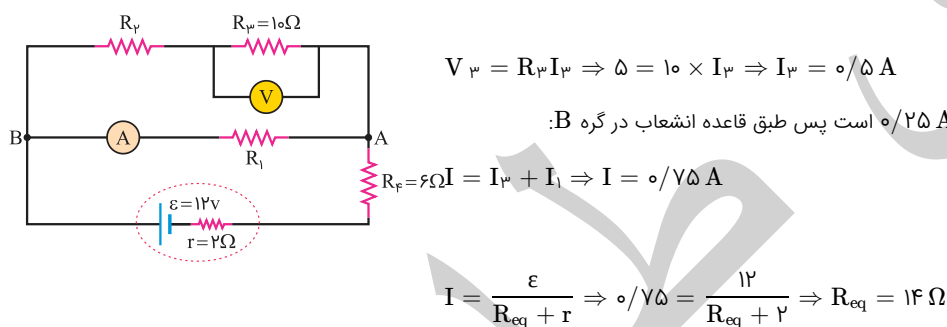
جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقاومت تقسیم می‌شود پس:



از برابر بودن اختلاف پتانسیل R_Δ و R_f داریم:

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

به کمک عدد نشان داده در ولت سنج داریم:



طبق رابطه جریان:

اختلاف پتانسیل هر شاخه را به دست می‌آوریم تا به کمک آن مقدار R_1 را از رابطه $V_1 = R_1 I_1$ محاسبه کنیم:

$$V_A = IR_f - Ir + \varepsilon = V_B \Rightarrow V_A - 4/5 - 1/5 + 12 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = 6V$$

$$V_1 = R_1 I_1 \Rightarrow 6 = R_1 \times 0.25 \Rightarrow R_1 = 24\Omega$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

ابتدا حالت کلید باز را بررسی می‌کنیم:

$$\Delta V_{\text{باتری}} = R_{\text{eq}} I_{\text{eq}} = 3R \left(\frac{\varepsilon}{3R + \frac{R}{2}} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta V_{\text{باتری}} = \frac{6}{7} \varepsilon$$

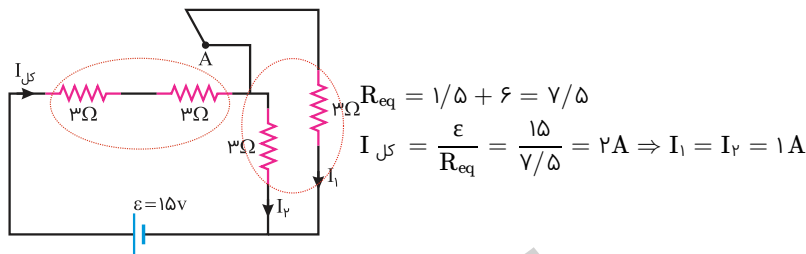
در حالت کلید بسته مقاومت R در شاخه بالایی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود:

$$\Delta V'_{\text{باتری}} = R'_{\text{eq}} I'_{\text{eq}} = 2R \left(\frac{\varepsilon}{2R + \frac{R}{2}} \right) = \frac{4}{5} \varepsilon$$

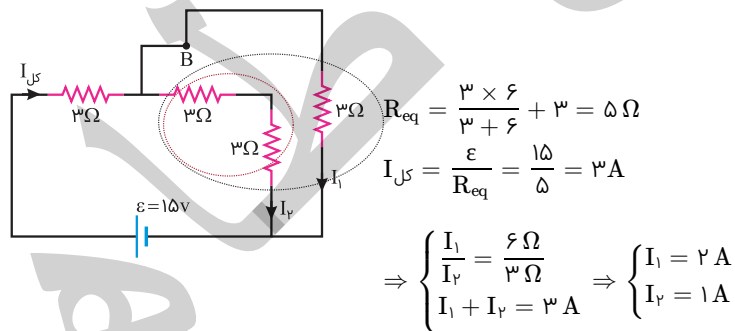
$$\frac{\Delta V'_{\text{باتری}}}{\Delta V_{\text{باتری}}} = \frac{\frac{4}{5} \varepsilon}{\frac{6}{7} \varepsilon} = \frac{14}{15}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

در حالت اول جریان‌ها را حساب می‌کنیم:



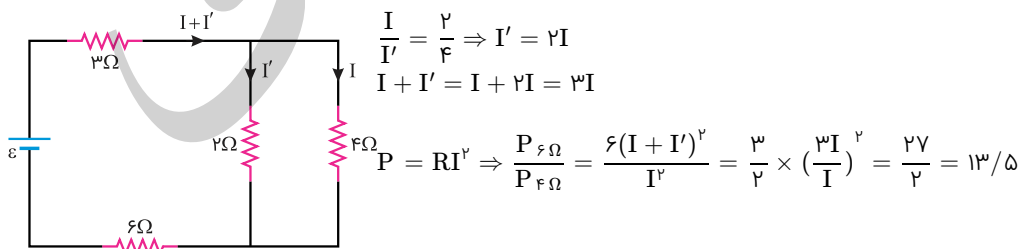
در حالت دوم جریان‌ها را حساب می‌کنیم:



پس I_1 ، ۲ برابر شده ولی I_2 تغییری نمی‌کند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

جریان عبوری از مقاومت 4Ω را برابر I می‌گیریم و جریان عبوری از سایر مقاومت‌ها را بر حسب آن به دست می‌آوریم:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گزینه ۲

۱

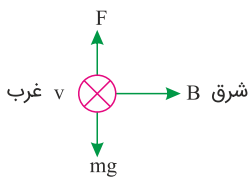
$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 200 \times 5}{0.6} = 2 \times 10^{-3} \text{ T}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۴

۲

ابتدا جهت میدان را تعیین می‌کنیم:



میدان مغناطیسی به سمت شرق است.

$$F = mg \Rightarrow |q| v B = mg$$

$$\Rightarrow 50 \times 10^{-6} \times 2/5 \times 10^3 \times B = 5 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow B = 0.4 \text{ T}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۱

۳

هنگامی از طرف میله به فلزها نیرو وارد نمی‌شود که نیروی مغناطیسی وارد بر میله وزن آن را خنثی کند.

با روش دست راست جهت جریان در میله را تعیین می‌کنیم.

پس جهت جریان از C به D است.

حال اندازهٔ جریان را محاسبه می‌کنیم:

$$F = mg \Rightarrow BIL \sin \alpha = mg \Rightarrow 0.4 \times I \times 0.8 = 0.16 \times 10 \Rightarrow I = 5 \text{ A}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\varepsilon = - \frac{N \frac{\Delta \phi}{\Delta t}}{\downarrow \text{تعداد حلقه‌ها (بدون یکا)}} \quad \begin{matrix} \uparrow W_b \\ \downarrow s \end{matrix}$$

ولت (V)

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -10^3 \times \frac{|\Delta \vec{B}| A \cos \theta}{\Delta t}$$

$$|\bar{\varepsilon}| = \left| -10^3 \times \frac{(0/04 - (-0/04)) \times 50 \times 10^{-4} \times 1}{0/01} \right| = 40 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه "۳" صحیح است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گام اول: جریان گذرنده از سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{\gamma} L I^2 \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{1}{\gamma} \times \frac{5}{100} I^2 \Rightarrow I^2 = 16 \Rightarrow I = 4 \text{ A}$$

گام دوم: از رابطه $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$ میدان درون سیملوله را به دست می‌آوریم:

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = 12 \times 10^{-7} \times \frac{100}{8 \times 10^{-2}} \times 4 = 6 \times 10^{-3} \text{ T} = 60 \text{ G}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

از رابطه قانون فاراده استفاده می‌کنیم:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = - \frac{0 - 2 \times 10^{-3}}{10^{-2}} = 0/2 \text{ V}$$

نیروی محرکه القایی ثابت و از $t = 0$ تا $t = 0/02 \text{ s}$ برابر با $0/2 \text{ V}$ است.

نکته: بدون محاسبه می‌توان به نتیجه رسید $\leftarrow$ شیب نمودار $\phi - t$ با علامت منفی برابر با نیروی محرکه القایی است. چون شیب نمودار ثابت و منفی است، بنابراین نیروی محرکه القایی باید ثابت و مثبت باشد و تنها نمودار گزینه ۲ بیانگر این مطلب است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

باتوجه به ثابت بودن مساحت سطح حلقه و زاویه بین میدان و سطح داریم:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -N A \frac{\Delta B}{\Delta t} \cos \theta$$

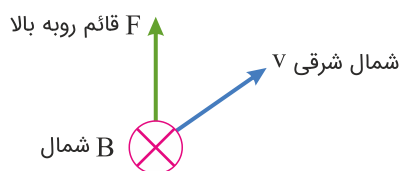
$\frac{\Delta B}{\Delta t}$ در نمودار $B - t$ برابر با شیب خط است:

$$\text{شیب خط} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0 - 0.1}{40 \times 10^{-3}} = \frac{-0.1}{40} = -2.5 \text{ T/s}$$

حال نیرو محرکه القایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\varepsilon = -500 \times 40 \times 10^{-3} \times -2.5 \cos 0 \Rightarrow \varepsilon = 50 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹



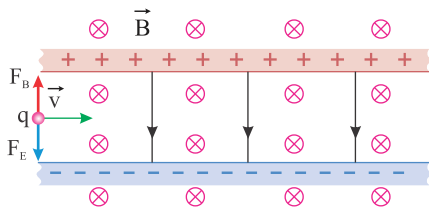
بار ذرهٔ آلفا مثبت است و برای تعیین جهت نیروی وارد بر آن از طرف میدان مغناطیسی از دست راست استفاده می‌کنیم.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

اتم‌های مواد دیامغناطیس به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند (رد گزینه‌های ۱ و ۲)؛ با این وجود حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دو قطبی در خلاف سوی میدان خارجی شود.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار (+) در جهت میدان الکتریکی است.
جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار (+) را می‌توانیم به کمک قاعده دست راست مشخص کنیم:



نیروهای F_E و F_B خلاف جهت هم هستند. حال اندازه هر یک از آن‌ها و سپس برآیندشان را به دست می‌آوریم:

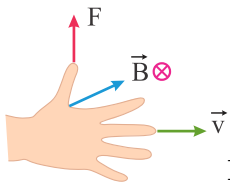
$$F_E = Eq = 500 \times 2 \times 10^{-6} = 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_B = |q|vB = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-4} = 0.8 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = F_E - F_B = 10^{-3} - 0.8 \times 10^{-3} = 0.2 \times 10^{-3} \text{ N} = 2 \times 10^{-4} \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: ابتدا با استفاده از قاعده دست راست جهت نیروی وارد بر ذره که همان جهت شتاب نیز می‌باشد را به دست می‌آوریم. پس جهت شتاب در جهت محور y است. (گزینه‌های ۲ و ۴ نادرست‌اند)



گام دوم: حال به سراغ اندازه نیرو و اندازه شتاب می‌رویم.

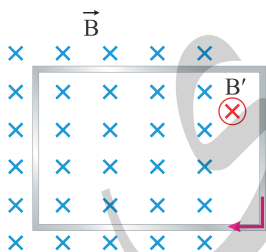
$$F = |q|vB \sin \theta \xrightarrow{F=ma} ma = |q|vB \sin \theta$$

$$\Rightarrow 1/7 \times 10^{-27} \times a = 1/6 \times 10^{-19} \times 10^4 \times 170 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow a = 1/6 \times 10^{10} \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

شار در حال کاهش است و جریان القایی باید میدانی هم‌جهت با میدان اصلی ایجاد کند تا با کاهش شار مخالفت نماید.



جریانی که در داخل حلقه میدان درون‌سو ایجاد کند، یک جریان ساعتگرد است.
حال به کمک رابطه قانون القای فاراده، اندازه نیروی محرکه القایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\epsilon_{\text{av}} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -\frac{(-0.02)}{10^{-3} \text{ s}} = 20 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط را از رابطه $\mathcal{E} = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$ به دست می‌آوریم.

$$\mathcal{E} = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -1 \times \frac{A \Delta B \cos \theta}{\Delta t} \right| = \left| -1 \times \frac{6 \times 10^{-2} \times (-200 \times 10^{-4}) \times 1}{10^{-3}} \right|$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = 12 \text{ V}$$

چون میدان مغناطیسی در حال کاهش است، شار مغناطیسی نیز در حال کاهش است. طبق قانون لنز، جهت جریان القایی به گونه‌ای است که با کاهش شار مخالفت کند. پس جریان القایی در جهتی است که میدان مغناطیسی القایی درون سویی ایجاد کند. طبق قاعده دست راست جهت جریان القایی باید ساعتگرد باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) B = \frac{F}{IL \sin \alpha} \Rightarrow [B] = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{kg \cdot m/s^2}{A \cdot m} = kg/A \cdot s^2$$

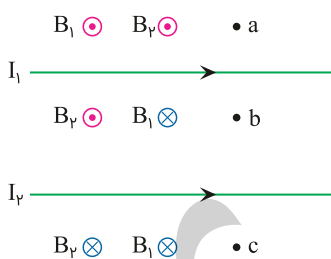
$$۲) \Phi = BA \cos \theta \Rightarrow [\Phi] = \frac{kg}{A \cdot s^2} \times m^2$$

$$۳) E = \frac{F}{q} \Rightarrow [E] = \frac{kg \cdot m/s^2}{C} = \frac{kg \cdot m}{C \cdot s^2} = kg \cdot m/A \cdot s^2$$

$$۴) \mathcal{E} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow [\mathcal{E}] = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2} \times \frac{1}{s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

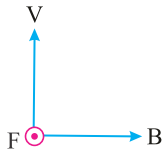
با استفاده از قاعده دست راست، میدان حاصل از هر سیم مستقیم را در نقاط داده شده مشخص می‌کنیم:



در نقاط a و c، میدان‌ها هم‌جهت هستند، پس در نقطه a میدان خالص، برون‌سو و در نقطه c میدان خالص درون‌سو است. در نقطه b، تأثیر میدان حاصل از سیم مستقیم حامل جریان I_1 بیشتر است. پس در این نقطه میدان خالص، درون‌سو است.

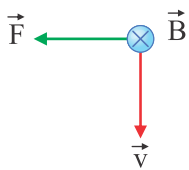
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از قاعده دست راست و توجه به منفی بودن علامت بار، می‌توان نتیجه گرفت نیروی وارد بر الکترون، برون‌سو است.



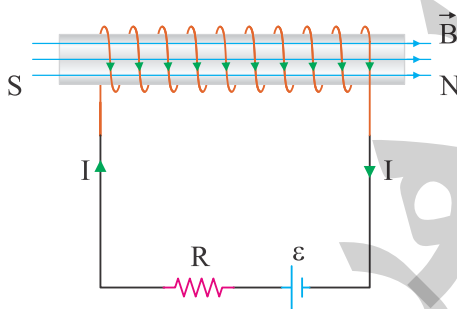
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

طبق قاعده دست راست، اگر چهار انگشت در جهت $\vec{v}$ و انگشت شست دست راست در جهت $\vec{F}$ باشد، خم شدن انگشتان، جهت میدان را برون‌سو نشان می‌دهد و به دلیل منفی بودن بار، جهت میدان درون‌سو است. توجه: می‌توانستیم از دست چپ استفاده کنیم.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

طبق قاعده دست راست، اگر سیم‌لوله را طوری در دست راست بگیریم که خم شدن انگشتان در جهت جریان باشد، انگشت شست دست راست جهت میدان داخل سیم‌لوله را به طرف راست نشان می‌دهد. جهت خطوط میدان داخل سیم‌لوله (آهنربا) از قطب S به N است بنابراین قسمت B قطب N است.

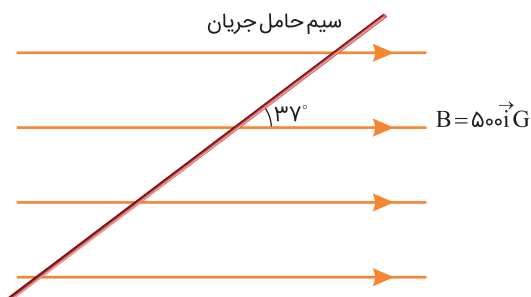


کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$|\varepsilon| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -\omega \times \frac{\Phi(o/o_3) - \Phi(o/o_1)}{o/o_3 - o/o_1} \right| = 0$$

$$\begin{cases} \Phi(o/o_3) = 0.02 \cos\left(\omega \pi \left(\frac{3}{100}\right)\right) = 0 \\ \Phi(o/o_1) = 0.02 \cos\left(\omega \pi \left(\frac{1}{100}\right)\right) = 0 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲



$$F = BIL \sin \theta$$

$$\Rightarrow F = 500 \times 10^{-2} \times 4 \times 2 \times \sin 37^\circ = 0.24 = 2/4 \times 10^{-1} \text{ N}$$

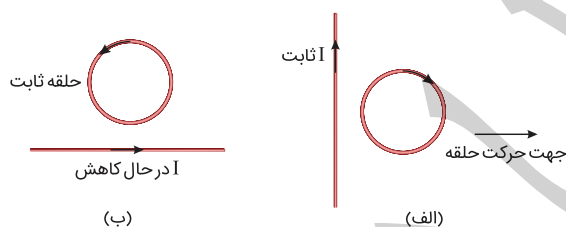
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

گزینه ۱

۲۳

جریان در شکل (الف) میدان درون سو ایجاد می‌کند. با حرکت حلقه، میدان کاهش می‌یابد پس جریان القایی باید در جهت تقویت میدان باشد یعنی ساعتگرد.

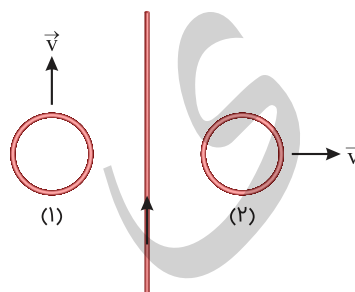
در شکل (ب) جریان، میدان برون سو ایجاد می‌کند و چون جریان و به طبع آن، میدان در حال کاهش است پس جریان القایی باید در جهت تقویت میدان و پادساعتگرد باشد.



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

گزینه ۲

۲۴



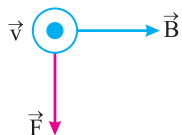
حلقه ۲ در حال دور شدن $\Leftarrow \Phi \downarrow \Leftarrow$ طبق قانون لنز میدان مغناطیسی القایی هم جهت با میدان مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم است (درون سو) $\Leftarrow$ جهت جریان طبق قاعده دست راست در حلقه ۲ ساعتگرد است. جهت جریان در حال کاهش $\Leftarrow$ در حلقه ۱، میدان کاهش می‌یابد $\Leftarrow \Phi \downarrow \Leftarrow$ طبق قانون لنز میدان مغناطیسی القایی و میدان مغناطیسی حاصل از سیم هم جهت هستند (برون سو) $\Leftarrow$ جهت جریان طبق قاعده دست راست در حلقه ۱ پاد ساعتگرد است

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$F = qvB \sin \theta \Rightarrow B = \frac{F}{qvB \sin \theta} = \frac{4 \times 10^{-14}}{1/6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^5 \times 1} = 0.5 \text{ T}$$

در حالتی نیرو بیشینه است که $\theta = 90^\circ$ باشد

طبق قاعده دست راست داریم:



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

از رابطه نیروی محرکه القایی داریم:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -100 \times 200 \times 10^{-4} \times \frac{(-50 \times 10^{-4})}{0.1} \Rightarrow \varepsilon = 0.1 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

با استفاده از قاعده دست راست و توجه به علامت بار الکترون می‌توان نتیجه گرفت، نیروی وارد بر الکترون برون‌سو ($\odot$) است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

با استفاده از رابطه محاسبه میدان سیم‌لوله می‌توان نوشت:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^3 \times 800 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-1}} = 24 \times 10^{-4} \text{ T} = 24 \text{ G}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

با استفاده از معادله جریان متناوب می‌توان نوشت:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 5 \sin\left(\frac{2\pi}{1}t\right) = 5 \sin(100\pi t)$$

اکنون برای محاسبه جریان در لحظه مشخص شده داریم:

$$I = 5 \sin\left(100\pi\left(\frac{3}{400}\right)\right) = 5 \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ A}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$F = BIL \sin \alpha$$

$$[N] = [T][A][m] \Rightarrow [T] = \frac{[N]}{[A][m]}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

بیشینه جریان عبوری از سیملوله ϵA و زمان مشخص شده روی نمودار برابر $\frac{T}{\omega}$ است. بنابراین

$$I_{\max} = \epsilon A$$

$$T + \frac{T}{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon_0} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_0} s$$

$$I = I_{\max} \sin \frac{\omega \pi}{T} t$$

$$I = \epsilon \sin \frac{\omega \pi}{\frac{1}{\omega_0}} \times \frac{1}{\epsilon_0} = \omega \sqrt{\epsilon} A$$

حال با استفاده از رابطه انرژی القاگر، ضریب خودالقایی را حساب می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

$$\omega^2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} L \times 9 \times 2 \Rightarrow L = 8 \times 10^{-3} H = 8 mH$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

با توجه به داده‌های سوال و قانون فاراده می‌توان نوشت:

$$B_1 = 0.1 T$$

$$B_2 = -0.1 T$$

$$\Delta t = 0.25 s$$

$$A = 100 cm^2 \times 10^{-4} = 10^{-2} m^2$$

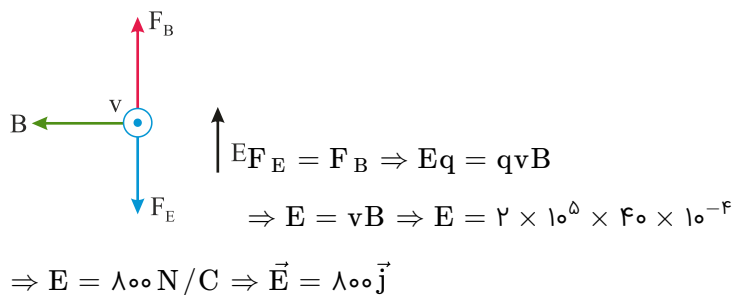
$$\epsilon = -N A \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \epsilon = -1 \times 10^{-2} \times 1 - \frac{0.1 - 0.1}{0.25} = 8 \times 10^{-3} V$$

$$\Rightarrow \epsilon = 8 \times 10^{-3} \times 10^3 = 8 mV$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

طبق قاعده دست چپ، جهت نیروی مغناطیسی رو به بالا است بنابراین جهت نیروی الکتریکی رو به پایین است. شرط عدم انحراف الکترون در دو میدان الکتریکی و مغناطیسی آن است که نیروهای این دو میدان بر الکترون مساوی و خلاف جهت هم باشند. همچنین می‌دانیم میدان الکتریکی نیرویی خلاف جهت خودش به بار منفی وارد می‌کند. در نتیجه میدان الکتریکی رو به بالا می‌شود.



$$EF_E = F_B \Rightarrow Eq = qvB$$

$$\Rightarrow E = vB \Rightarrow E = 2 \times 10^5 \times 40 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow E = 800 \text{ N/C} \Rightarrow \vec{E} = 800 \vec{j}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: زمان داده شده روی نمودار برابر با $\frac{\omega T}{4}$ است. پس T برابر است با:

$$\frac{\omega T}{4} = \frac{1}{320} \Rightarrow T = \frac{1}{400} \text{ s}$$

گام دوم: معادله جریان متناوب را با استفاده از $I = I_m \sin(\frac{\omega}{T}t)$ می‌نویسیم:

$$I = 5\sqrt{2} \sin(\frac{\omega}{400}t) = 5\sqrt{2} \sin(800\pi t)$$

گام سوم: در معادله به جای t ، لحظه $\frac{1}{320} \text{ s}$ را قرار می‌دهیم:

$$I = 5\sqrt{2} \sin(800\pi t) = 5\sqrt{2} \sin(800\pi \times \frac{1}{320})$$

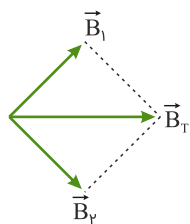
$$\Rightarrow I = 5\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4}) = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \text{ A}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

اگر انگشت شست دست راست را در جهت میدان مرکز حلقه قرار دهیم، جهت بسته شدن چهار انگشت، جهت جریان حلقه را نشان می‌دهد. همچنین اندازه میدان مغناطیسی داخل حلقه بزرگتر از بیرون حلقه است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان هریک از سیم‌ها را در نقطه M تعیین می‌کنیم و سپس برآیند آن‌ها را رسم می‌کنیم. باتوجه به شکل زیر بردار میدان مغناطیسی برآیند در نقطه M در جهت محور x است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

شار مغناطیسی از رابطه $\Phi = BA \cos \theta$ به دست می‌آید که در این رابطه، θ زاویه نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان است. در صورت سؤال زاویه خطوط میدان با سطح حلقه داده شده است که متمم زاویه θ است؛ پس θ و در نتیجه شار مغناطیسی برابر است با:

$$\theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\Phi = BA \cos \theta = (4 \times 10^{-3}) \times (200 \times 10^{-4}) \times \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow \Phi = 8 \times 10^{-5} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

دو قطبی‌های مواد پارامغناطیسی به صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند و میدان مغناطیسی خالص ایجاد نمی‌کنند، اما با قرار دادن مواد پارامغناطیسی در میدان مغناطیسی قوی، دو قطبی‌های مغناطیسی آنها به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان، منظم می‌شوند و با دور کردن آهنربا، دو قطبی آنها دوباره به صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

نیروی مغناطیسی باعث شتاب گرفتن ذره می‌شود. بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

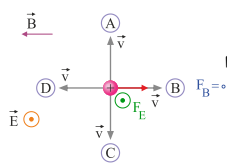
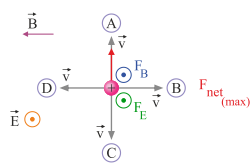
$$F = ma \Rightarrow |q| v B \sin 90^\circ = ma$$

$$\xrightarrow{q=2e} 2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 50 \times B \times 1 = 6/68 \times 10^{-27} \times 4 \times 10^5$$

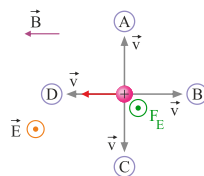
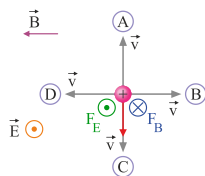
$$\Rightarrow B = 1/67 \times 10^{-4} \text{ T}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

جهت v را در تمام حالات یکی یکی بررسی و مقایسه می‌کنیم. (فلش قرمز رنگ)
جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار را با توجه به جهت v و B به دست می‌آوریم (بردار آبی رنگ): F_B



جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار را نیز تعیین می‌کنیم (فلش سبز رنگ) F_E که در تمام شکل‌ها برون‌سو است.



روش دوم:

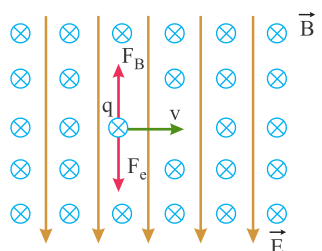
نیروی الکتریکی وارد بر بار $F_B = 0$ در جهت میدان الکتریکی است. بنابراین جهت

نیروی الکتریکی برون‌سو است. برای بیشینه نیروی خالص باید نیروی مغناطیسی هم در همین جهت برون‌سو باشد. بنابراین بنا بر قاعده دست راست، ذره باید در جهت A حرکت کند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

نیروی الکتریکی وارد بر ذره α در جهت میدان الکتریکی است بنابراین برای آنکه مسیر حرکت ذره تغییر نکند باید نیروی مغناطیسی برخلاف نیروی الکتریکی و رو به بالا باشد.

به کمک قاعده دست راست می‌توانیم جهت حرکت ذره α که به سمت $(+)$ محور x است را تشخیص دهیم. حال از مساوی قرار دادن رابطه‌های $F_E = Eq$ و $F_B = qvB$ تندی ذره را به دست می‌آوریم:



$$F_E = F_B \Rightarrow Eq = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{1000}{1000 \times 10^{-4}} = 10^4 \text{ m/s}$$

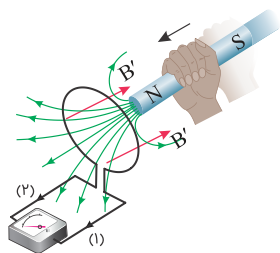
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

با توجه به اینکه بار الکترون منفی است به کمک دست چپ نیروی وارد بر آن را برون‌سو $\odot$ به دست می‌آوریم.
حال از رابطه $F = |q| vB \sin \alpha$ اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را محاسبه می‌کنیم:

$$F = |q| vB \sin \alpha = 1/6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^4 \times 2000 \times 10^{-4} \times \sin 150^\circ = 8 \times 10^{-16} \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

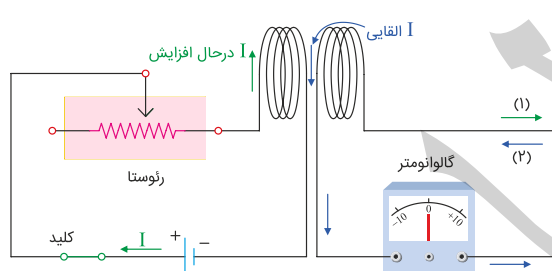
با نزدیک شدن آهنربا به حلقه، شار عبوری از حلقه افزایش می‌یابد بنابراین برای مخالفت با افزایش شار مغناطیسی باید جریان القایی میدان B' را برخلاف جهت میدان اصلی ایجاد کند.
به کمک قاعده دست راست می‌توانیم نتیجه بگیریم که جریان (۱) میدان B' را برخلاف جهت میدان اصلی می‌سازد علاوه بر آن چون این دو میدان برخلاف جهت هم‌اند، همدیگر را دفع می‌کنند.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

میدان ناشی از سیم I_1 در نقطه A درون سو است پس باید میدان ناشی از سیم I_2 برون سو باشد و در نتیجه جریان آن باید به سمت راست (هم‌جهت با I_1) باشد. چون نقطه A به سیم I_2 نزدیک‌تر است پس $I_2 < I_1$ است.

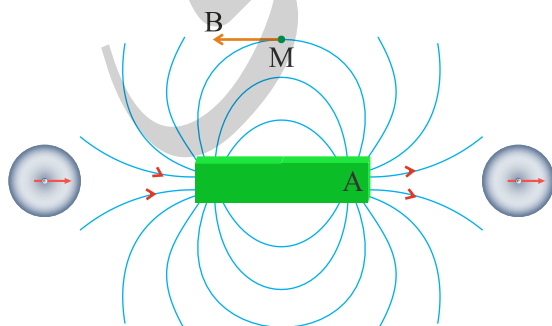
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰



لحظه وصل کلید $\Leftarrow$ جریان و در نتیجه شار افزایش می‌یابد پس باید در مدار سمت راست جریان به گونه‌ای القا شود که با افزایش شار مخالفت کند (میدان مغناطیسی القایی خلاف جهت میدان اصلی باشد) $\Leftarrow$ باید جریان القایی در جهت ۲ باشد.
با کاهش مقاومت رئوستا، باز هم جریان و شار افزایش می‌یابد پس باز هم جریان القایی در همان جهت قسمت قبل (یعنی جهت ۲) القا می‌گردد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

با توجه به جهت عقربه قطب نمای سمت راست متوجه می‌شویم خطوط میدان از قطب A آهنربا خارج شده است بنابراین قطب A همان قطب N آهنربا است. از طرفی برای تعیین جهت میدان در یک نقطه کافی است مماسی را در آن نقطه بر خط میدان رسم کنیم. بنابراین جهت میدان در نقطه M به سمت چپ است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

با استفاده از قاعده دست راست اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان روی حلقه قرار دهیم، جهت چرخش چهار انگشت در خارج از حلقه برون‌سو باشد، جهت جریان در حلقه ساعتگرد خواهد شد. در این حالت جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه درون‌سو است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

در گزینه (۱) باتوجه به کاهش جریان عبوری از سیم مستقیم، شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال کاهش است. بنابراین جریان القایی باید در جهتی باشد که با کاهش شار مخالفت کند. در این صورت جریان عبوری از حلقه ساعتگرد خواهد بود.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از نمودار، ابتدا دوره حرکت را مشخص می‌کنیم:

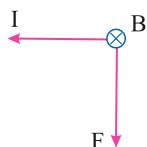
$$\frac{T}{4} = 0.01 \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

اکنون با استفاده از معادله جریان متناوب می‌توان نوشت:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{0.04}t\right) \Rightarrow I = 2 \sin(50\pi t)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

باتوجه به قاعده دست راست، جریان عبوری از سیم باید به سمت چپ باشد. در این صورت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم رو به پایین خواهد بود.

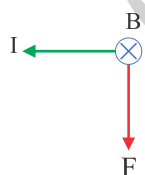


کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از رابطه محاسبه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی داریم:

$$F = IlB \sin \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} F = 2/5 \times 2/4 \times 0.5 \times 10^{-4} \times 1 \Rightarrow F = 3 \times 10^{-4} \text{ N}$$

باتوجه به قاعده دست راست، نیروی وارد بر سیم رو به پایین است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

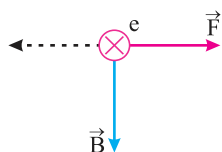
با استفاده از معادلهٔ جریان متناوب می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} I &= I_m \sin \omega t \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{100}} = 100\pi \text{ rad/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I = 2 \sin 100\pi t$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

طبق قانون دست راست داریم:

(دقت کنید چون بار ذره منفی است، جهت $\vec{F}$ برعکس می‌شود)



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

ابتدا تغییرات شار نسبت به زمان را به دست می‌آوریم. طبق داده‌های صورت سوال، تغییرات شار ناشی از تغییرات میدان است:

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = A \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} = 15 \times 10^{-4} \times 1 \times 0/1 \Rightarrow \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 15 \times 10^{-5}$$

حال جریان القایی را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \left| \frac{-N \Delta \Phi}{R \Delta t} \right| = \frac{400}{0/2} \times 15 \times 10^{-5} = 0/3 \text{ A}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

مولفه ای از میدان که هم راستای محور x است شار ایجاد می‌کند چون θ زاویهٔ میدان با نیم خط عمود بر سطح است:

$$\Phi = AB \cos \theta \Rightarrow \Phi = 4 \times 10^{-2} \times 0/05 \times 1 = 2 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

از رابطه نیرو محرکه القایی استفاده می‌کنیم: (توجه کنید که فقط میدان مغناطیسی با زمان تغییر می‌کند)

$$|\varepsilon| = \left| N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| N A \cos \phi_0 \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon| = \left| 1 \times \underbrace{\pi}_{3/14} \times 10^{-2} \times \frac{1}{2} \times \frac{6000 \times 10^{-4}}{15/7 \times 10^{-3}} \right| = 0.6 \text{ V}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

طبق قانون دست راست برای اینکه میدان مغناطیسی بر ذره باردار متحرک، نیروی مغناطیسی وارد کند جهت سرعت ذره و میدان مغناطیسی هر زاویه‌ای می‌توانند با هم داشته باشند.

$$F = qvB \sin \theta$$

زاویه بین v و B

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

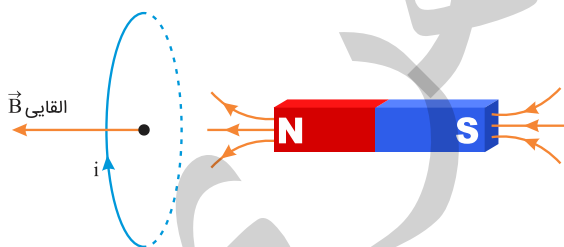
با استفاده از جریان القایی می‌توان نوشت:

$$I = \frac{-N \Delta \Phi}{R \Delta t} = \frac{-200 \times (0.005 - 0.02)}{15 \times 0.1} = 2 \text{ A}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

چون خطوط میدان آهنربا از قطب A خارج شده است، قطب A قطب N آهنربا است. باتوجه به جهت جریان القایی در حلقه، جهت میدان مغناطیسی حلقه به صورت زیر طبق قاعده دست راست تعیین می‌شود.

چون جهت B القایی هم سو با B آهنربا است پس آهنربا در حال دور شدن از حلقه بوده است یعنی به سمت راست در حال حرکت بوده است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گزینه "۴" درست است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گزینه ۳

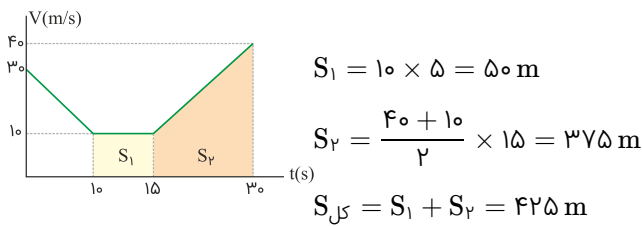
۱

کافی است نمودار سرعت- زمان حرکت را رسم کنیم. سطح زیر نمودار ($v-t$) برابر با جابه‌جایی است که نسبت جابه‌جایی به زمان برابر با سرعت متوسط است.

$$t = 10 \text{ s تا } t = 0 \text{ s} : v_1 = a_1 t + v_0 \xrightarrow{a_1 = -2 \text{ m/s}^2} v_1 = -2 \times 10 + 30 = 10 \text{ m/s}$$

$$t = 15 \text{ s تا } t = 10 \text{ s} : v_2 = a_2 t + v_1 \xrightarrow{a_2 = 0} v_2 = v_1 = 10 \text{ m/s}$$

$$t = 30 \text{ s تا } t = 15 \text{ s} : v_3 = a_3 t + v_2 \xrightarrow{a_3 = 2 \text{ m/s}^2} v_3 = 2 \times 15 + 10 = 40 \text{ m/s}$$



$$v_{av} = \frac{S_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{300}{30} = 10 \text{ m/s}$$

گزینه ۴

۲

$$2 \text{ ثانیه دوم} : \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \\ t_2 = 4 \text{ s} \end{cases}$$

$$v = 2t^2 - 4t - 2 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \rightarrow v_1 = 2(2)^2 - 4(2) - 2 = -2 \text{ m/s} \\ t_2 = 4 \text{ s} \rightarrow v_2 = 2(4)^2 - 4(4) - 2 = 14 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{14 - (-2)}{4 - 2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ m/s}^2$$

گزینه ۳

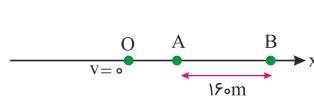
۳

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{10 \text{ s}} - x_0}{10 - 0} = \frac{20 - (-40)}{10} = 6 \text{ m/s}$$

گزینه ۱

۴

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{(v-t)}}{\Delta t} = \frac{\frac{v_{\text{max}} \times 20}{2}}{20} = \frac{v_{\text{max}}}{2} = 10 \Rightarrow v_{\text{max}} = 20 \text{ m/s}$$



$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{a=2\text{m/s}^2, v_0=0, x_0=0} x = t^2 \Rightarrow \begin{cases} OA = t_{OA}^2 & (1) \\ OB = t_{OB}^2 \Rightarrow OA + 16 = (t_{OA} + 2)^2 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \Rightarrow (2)} t_{OA}^2 + 16 = t_{OA}^2 + 16t_{OA} + 64 \Rightarrow 16t_{OA} = 48 \Rightarrow t_{OA} = 3 \text{ s}$$

$$OA = t_{OA}^2 \Rightarrow OA = 9 = 36 \text{ m}$$

$$A \text{ متحرک: } \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 75 = \frac{1}{2}(1/5)t^2 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

$$B \text{ متحرک: } \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 150 = \frac{1}{2}a(10)^2 \Rightarrow a_B = 3 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{aligned} v_A = at + v_0 &= 1/5 \times 10 + 0 = 15 \text{ m/s} \\ v_B = at + v_0 &= 3 \times 10 + 0 = 30 \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{30}{15} = 2$$

گام اول:

سرعت اولیه هر دو جسم صفر است.

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و به یک مقصد معین می‌رسند، پس جابه‌جایی آن‌ها یکسان است:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a_1t_1^2 = \frac{1}{2}a_2t_2^2 \quad (1)$$

گام دوم: متحرک شماره (۱) که شتاب بیشتری دارد ۲s زودتر به مقصد رسیده، پس:

$$t_1 = t_2 - 2 \quad (2)$$

گام سوم: چون زمان حرکت متحرک شماره (۱) را می‌خواهیم t_2 را از رابطه (۲) در رابطه (۱) قرار می‌دهیم و t_1 را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} a_1t_1^2 = \frac{9}{16}a \times (t_1 + 2)^2$$

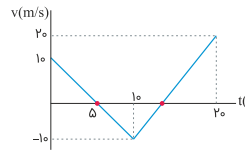
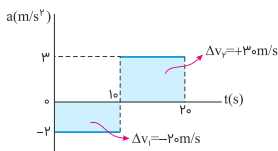
$$\Rightarrow \frac{9}{16} = \left(\frac{t_1}{t_1 + 2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{t_1}{t_1 + 2}$$

$$\Rightarrow 4t_1 = 3t_1 + 6 \Rightarrow t_1 = 6 \text{ s}$$

گام اول: نمودار سرعت زمان متحرک را تا لحظه $t = 20\text{ s}$ رسم می‌کنیم:

گام دوم: باتوجه به نمودار $v - t$ جابه‌جایی متحرک در 10 s اول صفر است؛ پس برای دومین بار در لحظه $t = 10\text{ s}$ از مبدأ عبور می‌کند.

گام سوم: اگر شروع مجدد حرکت را با شتاب 3 m/s^2 لحظه $t = 10\text{ s}$ فرض کنیم، بعد $\frac{10}{3}\text{ s}$ سرعت متحرک صفر و $\frac{20}{3}\text{ s}$ بعد سرعت متحرک 10 m/s شده و در این لحظه مجدداً



متحرک از مبدأ عبور می‌کند؛ پس باتوجه به اینکه فرض کردید لحظه شروع حرکت $t = 10\text{ s}$ باشد، لحظه‌ای که متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$t = 10 + \frac{20}{3} = \frac{50}{3}\text{ s}$$

گام اول: جابه‌جایی متحرک را در بازه زمانی 1 s تا 6 s به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 3 \times 5 = 15\text{ m}$$

چون متحرک تغییر جهت داشته پس مسافت بزرگ‌تر از جابه‌جایی است؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ نمی‌توانند درست باشند.

گام دوم: جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های زمانی یک ثانیه‌ای بررسی می‌کنیم. چون سرعت در $t = 2\text{ s}$ صفر است، اگر جابه‌جایی در ثانیه سوم d باشد در ثانیه‌های بعدی مضرب فردی از d است:

$$\Delta x_1 = -d \quad \text{بازه زمانی } 1\text{ s تا } 2\text{ s}$$

$$\Delta x_2 = d \quad \text{بازه زمانی } 2\text{ s تا } 3\text{ s}$$

$$\Delta x_3 = 3d \quad \text{بازه زمانی } 3\text{ s تا } 4\text{ s}$$

$$\Delta x_4 = 5d \quad \text{بازه زمانی } 4\text{ s تا } 5\text{ s}$$

$$\Delta x_5 = 7d \quad \text{بازه زمانی } 5\text{ s تا } 6\text{ s}$$

گام سوم: d را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 + \Delta x_5$$

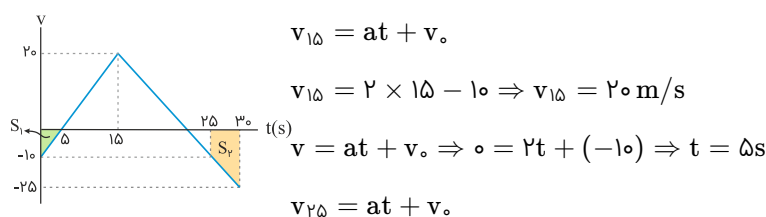
$$15 = -d + d + 3d + 5d + 7d \Rightarrow 15 = 15d \Rightarrow d = 1\text{ m}$$

گام چهارم: مسافت طی‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5|$$

$$\ell = 1 + 1 + 3 + 5 + 7 = 17\text{ m}$$

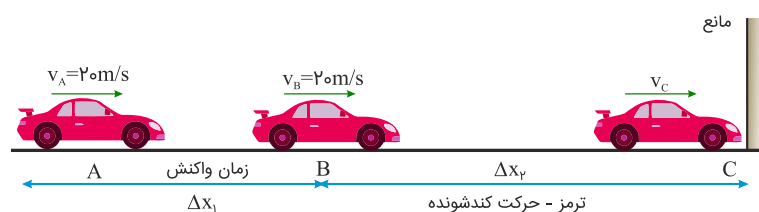
بهترین روش رسم نمودار سرعت- زمان است.



$$v_{25} = -3 \times 10 + 20 = -10 \text{ m/s}$$

$$v_{30} = -3 \times 15 + 20 = -25 \text{ m/s}$$

$$\frac{\Delta S_2}{\Delta t_2} = \frac{\frac{25 + 10}{2} \times 10}{\frac{10 \times 10}{2}} = \frac{175}{50} = 3.5$$



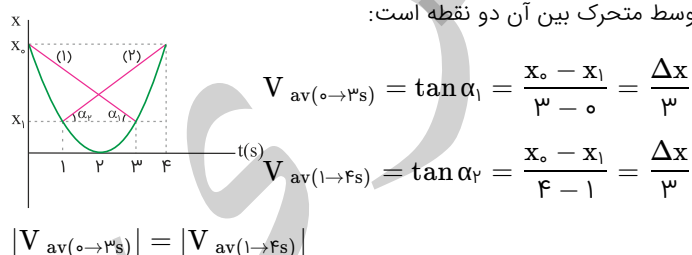
$$\Delta x_1 = vt_1 = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 52 - 10 = 42 \text{ m}$$

$$v_C^2 - v_B^2 = -2a(\Delta x_2) \rightarrow v_C^2 - 20^2 = -2 \times 4 \times 42$$

$$v_C^2 = -336 + 400 = 64 \Rightarrow v_C = 8 \text{ m/s}$$

شیب خطی که دو نقطه از نمودار مکان- زمان را به هم می‌رساند برابر با سرعت متوسط متحرک بین آن دو نقطه است:



در بازه زمانی ۲ s تا ۱۰ s مسافت طی شده بیش از دو برابر مسافت طی شده در بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s است، درحالی که بازه زمانی آن دو برابر بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s است؛ بنابراین در بازه زمانی ۲ s تا ۱۰ s تندی متوسط بیشتر از بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s است. علاوه بر این برای مقایسه گزینه (۲) و (۳) بخشی از مسیر هر دو گزینه یکسان است (یعنی بازه ۲ تا ۶ ثانیه) پس کافی است بازه زمانی صفر تا ۲ s را با ۶ s تا ۱۰ s مقایسه کنیم. باتوجه به نمودار، مسافت طی شده در بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s بیش از دو برابر مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا ۲ s است. پس تندی متوسط در بازه زمانی ۲ s تا ۱۰ s بیشتر است.

معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم. چون نمودار مکان - زمان دو متحرک به صورت خط راست است، سرعت دو متحرک ثابت است و معادله مکان - زمان آن‌ها از رابطه $x = vt + x_0$ به دست می‌آید.

$$\begin{cases} v_A = \frac{500 - 400}{10} = 10 \text{ m/s} \\ v_B = \frac{0 - (-300)}{10} = 30 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t + 400 \\ x_B = 30t - 300 \end{cases}$$

فاصله دو متحرک برابر $|x_A - x_B|$ است. پس:

$$\begin{aligned} |x_A - x_B| = 600 &\Rightarrow |10t + 400 - 30t + 300| = 600 \\ \Rightarrow |-20t + 700| = 600 &\Rightarrow \begin{cases} -20t + 700 = 600 \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s} \\ -20t + 700 = -600 \Rightarrow t_2 = 65 \text{ s} \end{cases} \end{aligned}$$

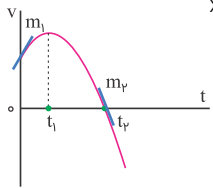
خواسته سؤال $\frac{t_2}{t_1}$ برابر $13 = \frac{65}{5}$ است.

علت نادرستی گزینه‌های دیگر را بررسی می‌کنیم:

(۱) در بازه زمانی صفر تا t_1 تندی در حال افزایش است.

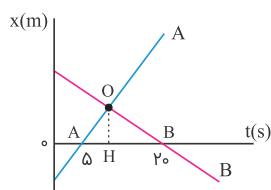
(۲) شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ نشان‌دهنده شتاب متحرک است. بزرگی شیب خط مماس در لحظه t_2 ، بیشتر از بزرگی شیب خط مماس در لحظه t_1 است.

(۳) قبل از لحظه t_1 شتاب در جهت محور x است چون شیب خط مماس مثبت است و پس از لحظه t_1 شتاب در خلاف جهت محور x است چون شیب خط مماس منفی است.



راه حل اول:

در مثلث OAB شیب خط OA دو برابر بزرگی شیب خط OB است بنابراین $HB = 2AH$ است پس:



$$AH + HB = 15$$

$$3AH = 15 \Rightarrow AH = 5$$

بنابراین دو متحرک در لحظه $t = 10\text{ s}$ به هم می‌رسند.

چون در ابتدا از هم 150 m فاصله داشته‌اند و پس از 10 s به هم رسیده‌اند پس 10 s ثانیه بعد (یعنی لحظه $t = 20\text{ s}$) فاصله آنها از هم باز هم 150 m است.

راه حل دوم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{v_A = 2|v_B|} x_A = 2|v_B| \times 10 + x_{0A} \\ x_B = -|v_B| t + x_{0B} \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 2|v_B| \times 10 + x_{0A} = -|v_B| \times 10 + x_{0B}$$

$$\Rightarrow 3|v_B| = x_{0B} - x_{0A} = 150$$

$$\Rightarrow |v_B| = 50\text{ m/s}, v_A = 100\text{ m/s}$$

حال معادله مکان-زمان را برای دو متحرک می‌نویسیم و فاصله آنها را در لحظه $t = 20\text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_A = 10t + x_{0A} \\ x_B = -5t + x_{0B} \end{cases} \xrightarrow{t=20\text{ s}} x_A - x_B = (10 \times 20 + x_{0A}) - (-5 \times 20 + x_{0B})$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = 300 - 150 = 150\text{ m}$$

از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ داریم:

$$-4 = \frac{v_{10} - v_5}{10 - 5} \Rightarrow v_{10} - v_5 = -20\text{ m/s} \quad (\text{I})$$

$$2 = \frac{v_{12} - v_{10}}{12 - 10} \Rightarrow v_{12} - v_{10} = 4\text{ m/s} \quad (\text{II})$$

دو معادله (I) و (II) را باهم جمع می‌کنیم:

$$(\text{I}) + (\text{II}) = v_{12} - v_5 = 4 - 20 = -16\text{ m/s}$$

حال شتاب متوسط در بازه زمانی 5 s تا 12 s را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{v_{12} - v_5}{12 - 5} = \frac{-16}{7}\text{ m/s}^2$$

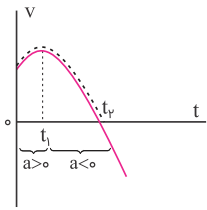
به بررسی هریک از موارد می‌پردازیم:

(الف) نادرست؛ در لحظه t_1 تنها جهت شتاب تغییر می‌کند و سرعت همچنان مثبت و در جهت محور باقی می‌ماند.

(ب) درست؛ در این بازه سرعت مثبت است یعنی حرکت متحرک در جهت محور است.

(پ) نادرست؛ در این بازه تند (اندازه سرعت) در حال افزایش است.

(ت) نادرست؛ شتاب برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است. باتوجه به شیب خط مماس، در بازه $(0, t_1)$ شتاب مثبت و در بازه (t_1, t_2) شیب خط مماس منفی است.



گزینه ۱

۱۹

تندی در لحظه $t = ۱۲\text{ s}$ برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است. پس:

$$v_{t=۱۲\text{ s}} = \frac{۲۴۰}{۱۲ - ۴} = \frac{۲۴۰}{۸} = ۳۰\text{ m/s}$$

اگر مکان متحرک در $t = ۱۴\text{ (s)}$ را $x_{۱۴\text{ s}}$ در نظر بگیریم، تندی متوسط متحرک در بازه $(۲\text{ s}, ۱۴\text{ s})$ برابر است با:

$$S_{av(۲\text{ s}, ۱۴\text{ s})} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{x_{۱۴\text{ s}} - ۶۰}{۱۴ - ۲}$$

باتوجه به صورت تست، $S_{av(۲\text{ s}, ۱۴\text{ s})} = v_{t=۱۲\text{ s}}$ است، پس:

$$\frac{x_{۱۴\text{ s}} - ۶۰}{۱۴ - ۲} = ۳۰ \Rightarrow x_{۱۴\text{ s}} = ۴۲۰\text{ m}$$

حالا نسبت خواسته شده را به دست می آوریم. دو ثانیه اول یعنی $(۰, ۲\text{ s})$ و دو ثانیه هفتم یعنی $(۱۲\text{ s}, ۱۴\text{ s})$. پس:

$$\frac{v_{av(۰, ۲\text{ s})}}{v_{av(۱۲\text{ s}, ۱۴\text{ s})}} = \frac{\frac{x_{۲\text{ s}} - x_0}{۲ - ۰}}{\frac{x_{۱۴\text{ s}} - x_{۱۲\text{ s}}}{۱۴ - ۱۲}} = \frac{x_{۲\text{ s}} - x_0}{x_{۱۴\text{ s}} - x_{۱۲\text{ s}}} = \frac{۶۰ - ۰}{۴۲۰ - ۲۴۰} = \frac{۶۰}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳}$$

گزینه ۳

۲۰

ابتدا تغییرات سرعت را در هر بازه با استفاده از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می آوریم.

$$\Delta v_{(۰, ۱۰\text{ s})} = a_{av(۰, ۱۰\text{ s})} \times \Delta t = -۲ \times ۱۰ = -۲۰\text{ m/s}$$

$$\Delta v_{(۰, ۱۵\text{ s})} = a_{av(۰, ۱۵\text{ s})} \times \Delta t = \frac{۲}{۳} \times ۱۵ = +۱۰\text{ m/s}$$

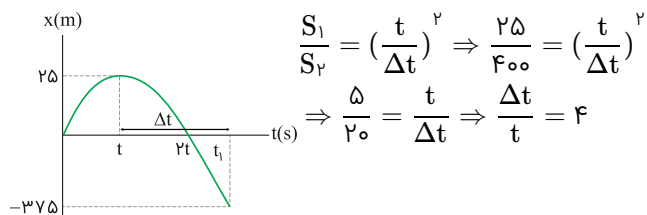
باتوجه به تغییرات سرعت در دو بازه به دست آمده، تغییر سرعت در بازه $(۱۰\text{ s}, ۱۵\text{ s})$ را به دست می آوریم:

$$\Delta v_{(۱۰\text{ s}, ۱۵\text{ s})} = \Delta v_{(۰, ۱۵\text{ s})} - \Delta v_{(۰, ۱۰\text{ s})} \Rightarrow \Delta v_{(۱۰\text{ s}, ۱۵\text{ s})} = ۱۰ - (-۲۰) = +۳۰\text{ m/s}$$

حالا شتاب متوسط در بازه $(۱۰\text{ s}, ۱۵\text{ s})$ را به دست می آوریم:

$$a_{av(۱۰\text{ s}, ۱۵\text{ s})} = \frac{\Delta v_{(۱۰\text{ s}, ۱۵\text{ s})}}{۱۵ - ۱۰} = \frac{۳۰}{۵} = +۶\vec{i}\text{ (m/s}^2\text{)}$$

باتوجه به نمودار مکان- زمان داده شده، نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت را رسم می‌کنیم. مسافت پیموده شده توسط جسم در هر بازه مشخص شده است. پس می‌توان نوشت:



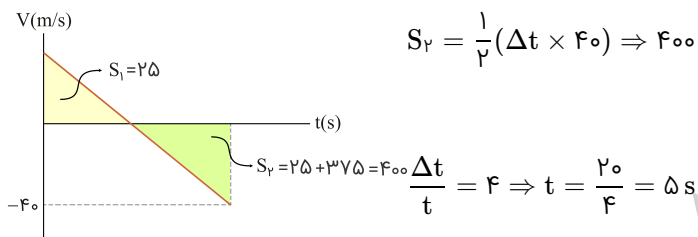
$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{t}{\Delta t}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{-37.5} = \left(\frac{t}{\Delta t}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{t}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta t}{t} = \frac{3}{2} = 1.5$$

از طرفی برای محاسبه مسافت پیموده شده در مدت زمان Δt داریم:

$$S_2 = \frac{1}{2}(\Delta t \times v_0) \Rightarrow -37.5 = \frac{1}{2}(\Delta t \times v_0) \Rightarrow \Delta t = 1.5 \text{ s}$$

پس لحظه t برابر است با:

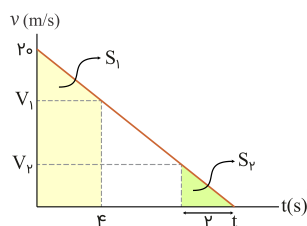


$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_0 \times 2t}{-v_0 \times t} = -2 \Rightarrow \frac{25}{-37.5} = -2 \Rightarrow t = 1.5 \text{ s}$$

در مدت زمانی که جسم در مکان‌های مثبت قرار دارد، بردار مکان آن در جهت محور است. در این صورت مدت زمان خواسته شده برابر است با:

$$2t = 2 \times 1.5 = 3 \text{ s}$$

شتاب حرکت که با شیب خط نمودار سرعت- زمان برابر است، ثابت است. پس می‌توان نوشت:



$$\frac{v_0 - v_1}{t} = \frac{v_2}{t} \Rightarrow v_2 = v_0 - v_1 \quad (1)$$

از طرفی باتوجه به رابطه بین مسافت‌های داده شده می‌توان نوشت:

$$S_1 = 36S_2 \Rightarrow \left(\frac{v_0 + v_1}{2}\right)t = 36 \left(\frac{v_2 \times t}{2}\right) \Rightarrow 18v_2 = v_0 + v_1 \quad (2)$$

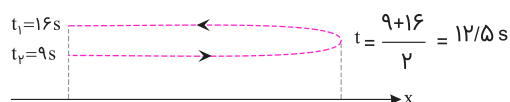
از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت:

$$18v_2 = v_0 \Rightarrow v_2 = 1 \text{ m/s}$$

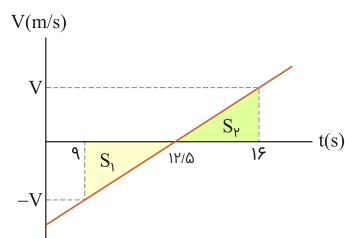
در این صورت شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_2}{t} \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

جابه‌جایی بین دو لحظه $t_1 = 9\text{ s}$ و $t_2 = 16\text{ s}$ برابر صفر است. در این صورت مکان اولیه و نهایی جسم بین این دو لحظه برابر است. پس می‌توان لحظه تغییر جهت حرکت جسم را مشخص کرد.



با رسم نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت جسم مشخص بودن شتاب، می‌توان تندی حرکت در لحظه‌های $t = 9\text{ s}$ و $t = 16\text{ s}$ را حساب کرد.



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{16 - 12.5} \Rightarrow a = \frac{v}{3.5}$$

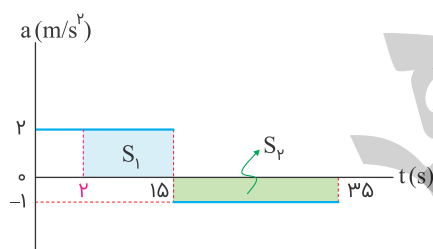
$$\Rightarrow v = 14\text{ m/s}$$

اکنون برای محاسبه تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t}$$

$$S_1 = S_2 = \frac{14 \times 3.5}{2} \Rightarrow s_{av} = \frac{2 \left(\frac{14 \times 3.5}{2} \right)}{16 - 9} = 7\text{ m/s}$$

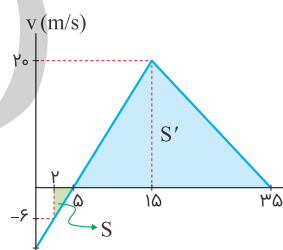
مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان با تغییرات سرعت (Δv) برابر است.



$$v_{15} - v_2 = S_1 \Rightarrow v_{15} - (-6) = 26 \Rightarrow v_{15} = 20\text{ m/s}$$

$$v_{35} - v_{15} = S_2 \Rightarrow v_{35} - 20 = -20 \Rightarrow v_{35} = 0$$

حالا می‌توانیم با رسم نمودار سرعت - زمان جابه‌جایی را از ۲ تا ۱۵ ثانیه به دست آوریم:

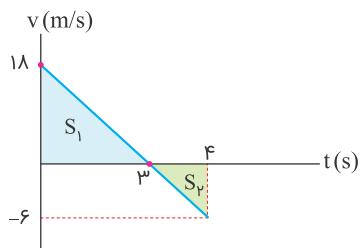


$$\Delta x = S + S'$$

$$\Delta x = \frac{3 \times (-6)}{2} + \frac{20 \times 20}{2} = 291\text{ m}$$

$$x_{35} - (-16) = 291 \Rightarrow x_{35} = 275\text{ m}$$

ابتدا نمودار سرعت - زمان را در مدت موردنظر با نقطه‌یابی رسم می‌کنیم:



$$v = -6t + 18$$

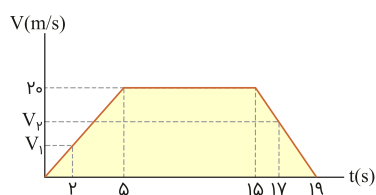
$$|S_1| = \frac{18 \times 3}{2} = 27 \text{ m}$$

$$|S_2| = \frac{6 \times 1}{2} = 3 \text{ m}$$

$$\ell = |S_1| + |S_2| = 27 + 3 = 30 \text{ m}$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ m/s}$$

ابتدا نمودار سرعت- زمان حرکت اتومبیل را رسم می‌کنیم:



باتوجه به ثابت بودن شتاب در ۵ ثانیه اول حرکت می‌توان سرعت در لحظه $t = 2 \text{ s}$ را حساب کرد:

$$\frac{v_0}{5} = \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 8 \text{ m/s}$$

در چهار ثانیه آخر حرکت نیز شتاب ثابت است. در این صورت داریم:

$$\frac{v_0}{4} = \frac{v_2}{2} \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}$$

در این صورت شتاب متوسط بین دو لحظه خواسته شده برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 8}{15} = \frac{2}{15} \text{ m/s}^2$$

با توجه به نمودار، متحرک در $t = 5 \text{ s}$ متوقف می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 5a + v_0 \Rightarrow v_0 = -5a$$

معادله مکان - زمان را می‌نویسیم و دو لحظه $t = 1 \text{ s}$ و $t = 12 \text{ s}$ را در آن جایگذاری می‌کنیم. دقت کنید $v_0 = -5a$ است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} 66 = \frac{1}{2}a - 5a + x_0 \\ 0 = \frac{1}{2}a \times 144 - 5a \times 12 + x_0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم}} \begin{cases} 66 = -\frac{9}{2}a + x_0 & \text{(I)} \\ 0 = 12a + x_0 \Rightarrow a = -\frac{x_0}{12} & \text{(II)} \end{cases}$$

رابطه (II) را در (I) جایگذاری می‌کنیم:

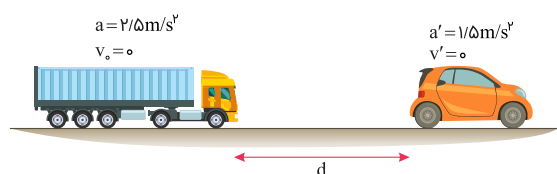
$$66 = \frac{9x_0}{24} + x_0 \Rightarrow 66 = \frac{33x_0}{24} \Rightarrow x_0 = 48 \text{ m}$$

اگر جابه‌جایی در ۴ ثانیه اول حرکت X_1 باشد، جابه‌جایی در ۴ ثانیه دوم $X_1 + 16a$ و جابه‌جایی در چهار ثانیه سوم $X_1 + 32a$ و جابه‌جایی در چهار ثانیه چهارم $X_1 + 48a$ است. با توجه به صورت سؤال می‌توان نوشت:

$$X_1 = (X_1 + 16a) + (X_1 + 32a) + (X_1 + 48a)$$

$$\xrightarrow{X_1=200\text{m}} 200 = 600 + 96a \Rightarrow a = -\frac{400}{96} \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{400}{96} = \frac{25}{6} \text{ m/s}^2$$



مبدأ مختصات را محل کامیون در نظر می‌گیریم:

$$x_o = \frac{1}{2} a_o t^2 + v_o t + x_o \Rightarrow x_o = \frac{1}{2} a' t^2 + d = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} t^2 + d = \frac{1}{2} t^2 + d$$

$$x_k = \frac{1}{2} a_o t^2 + v_o t + x_o \Rightarrow x_k = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} t^2 = \frac{5}{4} t^2$$

لحظه به هم رسیدن اتومبیل و کامیون:

$$x_o = x_k \Rightarrow \frac{5}{4} t^2 = \frac{1}{2} t^2 + d \Rightarrow d = \frac{3}{4} t^2 \quad (1)$$

از طرفی وقتی اتومبیل ۷۵ متر را طی می‌کند، کامیون از آن سبقت می‌گیرد، پس:

$$\Delta x = \frac{3}{4} t^2 \Rightarrow 75 = \frac{3}{4} t^2 \Rightarrow t^2 = 100 \Rightarrow t = 10 \text{ s} \quad (2)$$

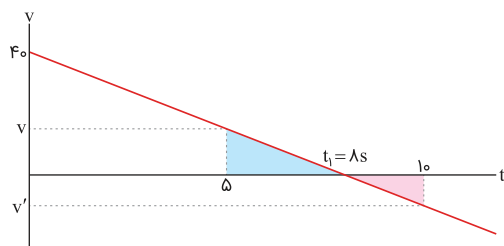
$$\xrightarrow{(2), (1)} d = \frac{3}{4} \times 100 = 75 \text{ m}$$

در لحظه $t = 15 \text{ s}$:

$$\left. \begin{aligned} x_o &= \frac{3}{4} \times (15)^2 + 50 = 218.75 \\ x_k &= \frac{5}{4} \times (15)^2 = 281.25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 281.25 - 218.75 = 62.5$$

در لحظه‌های t_0 ، t_2 و t_3 چون خط مماس افقی است پس تندی صفر است. اما در لحظه t_1 شیب مثبت و تندی از لحظه‌های دیگر بیشتر است.

ابتدا نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم و به کمک معادله شتاب t_1 و سرعت در لحظه‌های $t = 5\text{ s}$ و $t = 10\text{ s}$ را به دست می‌آوریم:



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{0 - v_0}{t_1 - 0} \Rightarrow -5t_1 = -v_0 \Rightarrow t_1 = 10\text{ s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{0 - v}{10 - 5} \Rightarrow v = 10\text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{v' - 0}{10 - 10} \Rightarrow v' = -10\text{ m/s}$$

حال برای پیدا کردن تندی مساحت قسمت رنگی را به دست می‌آوریم:

$$L = \text{مساحت} : \frac{10 \times 5}{2} + \frac{5 \times 10}{2} = 37.5$$

$$S = \frac{L}{\Delta t} = \frac{37.5}{5} = 7.5\text{ m/s}$$

گام اول: طبق صورت سوال:

$$v_2 + v_1 = 16\text{ m/s} \text{ : اگر خلاف جهت هم بروند}$$

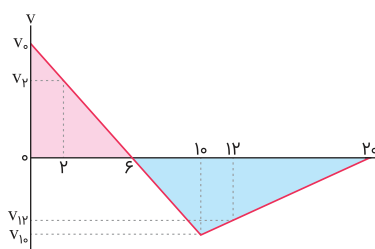
$$v_2 - v_1 = 240\text{ m/min} = 4\text{ m/s} \text{ : اگر هم جهت حرکت کنند}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_2 + v_1 = 16 \\ v_2 - v_1 = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 2v_2 = 20 \Rightarrow v_2 = 10\text{ m/s}$$

گام دوم: خواسته تست:

$$v_2 - v_1 = 4 \Rightarrow v_1 = 6\text{ m/s}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$



$$\text{شیب خط} = \frac{-v_0}{6} = \frac{v_{10}}{14} \Rightarrow v_{10} = \frac{-2}{3}v_0 \quad (1)$$

$$S_1 = \frac{v_0 \times 6}{2} + \frac{v_{10} \times 14}{2} = 3v_0 + 10v_{10} = 13\lambda$$

$$\xrightarrow{(1)} 3v_0 + \frac{14}{3}v_0 = \frac{23}{3}v_0 = 13\lambda \Rightarrow v_0 = 18 \text{ m/s} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} v_{10} = -12 \text{ m/s}$$

$$(\text{0 s, 6 s}) : \text{شتاب در بازه زمانی} : a_1 = \frac{-v_0}{6} = \frac{-18}{6} = -3 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow v = -3t + 18$$

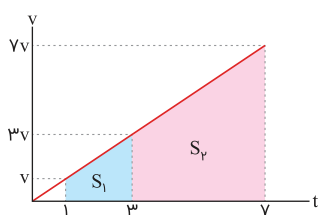
$$(\text{6 s, 20 s}) : \text{شتاب در بازه زمانی} : a_2 = \frac{-v_{10}}{20 - 6} = \frac{+12}{14} = 1/2 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow v' = 1/2 t - 12$$

$$\bar{a} = \frac{a_1(10 - 2) + a_2(12 - 6)}{12 - 2} = \frac{-3 \times 8 + 1/2 \times 6}{10} = \frac{-24 + 3}{10} = -2.1 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow |\bar{a}| = 2.1 \text{ m/s}^2$$

از آن جایی که شتاب ثابت است، نمودار $v - t$ آن به صورت خطی خواهد بود و چون اندازه جابه جایی خواسته شده است اهمیت ندارد شتاب را منفی در نظر بگیریم یا مثبت، پس:



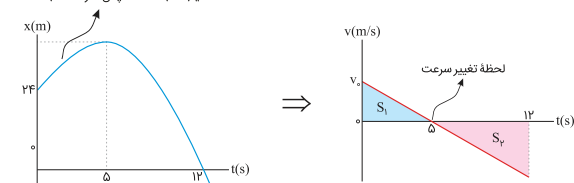
$$S_1 = \frac{(3v + v)(3 - 0)}{2} = 2v \Rightarrow 2v = 20 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

$$S_2 = \frac{(7v + 3v)(7 - 3)}{2} = \frac{10v \times 4}{2} = 20v = 20 \times 10 = 200 \text{ m}$$

در لحظه $t = 5$ s تغییر سرعت داریم پس نمودار سرعت زمان مطابق شکل زیر خواهد بود.

دو مثلث ایجاد شده در نمودار $v - t$ ، متشابه‌اند پس:

شیب مثبت است پس سرعت مثبت است



$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{49}{25} \quad (1)$$

از طرفی طبق داده صورت سوال $S_2 - S_1 = 24$ است پس:

$$S_2 - S_1 = 24 \xrightarrow{(1)} \frac{49}{25} S_1 - S_1 = 24 \Rightarrow \frac{24}{25} S_1 = 24 \Rightarrow S_1 = 25$$

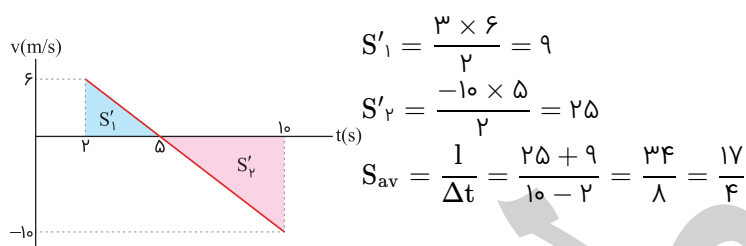
طبق نمودار $v - t$:

$$S_1 = \frac{\omega \times v_0}{2} = 25 \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

حال معادله سرعت را با توجه به ثابت بودن شتاب می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \Rightarrow v = at + 10 \\ a &= \frac{0 - 10}{5 - 0} = -2 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = -2t + 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_2 = -2 \times 2 + 10 = 6 \text{ m/s} \\ v_{10} = -2 \times 10 + 10 = -10 \text{ m/s} \end{cases}$$



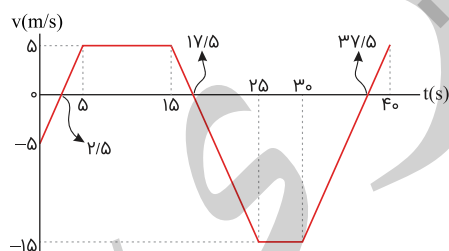
$$S'_1 = \frac{3 \times 6}{2} = 9$$

$$S'_2 = \frac{-10 \times 5}{2} = -25$$

$$S_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{25 + 9}{10 - 2} = \frac{34}{8} = \frac{17}{4}$$

از روی نمودار $a - t$ نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم:

$$I = \frac{25}{2} + \frac{(12/5 + 10)50}{2} + \frac{(20 + 5)15}{2} + \frac{2/5 \times 5}{2} = 262/5$$



روش اول:

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازه زمانی دلخواه با سرعت در وسط آن بازه زمانی برابر است. یعنی سرعت متوسط بین دو لحظه $t_1 = 2\text{ s}$ و $t_3 = 6\text{ s}$ با سرعت در لحظه $t = 4\text{ s}$ برابر است. در این صورت داریم:

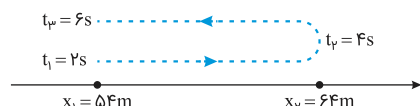
$$v_{av(2-6)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{54 - 14}{6 - 2} = \frac{-40}{4} = -10\text{ m/s}$$

$$v_{av(2-6)} = v_{t=4} = -10\text{ m/s}$$

ازطرفی سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه اول حرکت نیز با سرعت در لحظه $t = 4\text{ s}$ برابر است. پس داریم:

$$v_{av(0-10)} = v_{t=4} = -10\text{ m/s} \Rightarrow |v_{av(0-10)}| = 10\text{ m/s}$$

روش دوم:



باتوجه به شکل مسیر حرکت جسم در لحظه $t_2 = 2\text{ s}$ جهت حرکت جسم تغییر کرده است. ازطرفی می‌دانیم تندی حرکت جسم در لحظه $t_1 = 2\text{ s}$ با $t_3 = 6\text{ s}$ برابر است. اکنون با استفاده از رابطه محاسبه سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{av(2-6)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14 - 54}{6 - 2} = -10\text{ m/s}$$

$$v_{av(2-6)} = \frac{v_2 + v_6}{2} \Rightarrow -10 = \frac{v_2 + 0}{2} \Rightarrow v_2 = 10\text{ m/s}$$

اکنون برای محاسبه شتاب داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{2} = -5\text{ m/s}^2$$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$t = 2\text{ s} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow 10 = -5(2) + v_0 \Rightarrow v_0 = 20\text{ m/s}$$

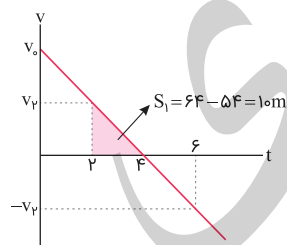
$$t = 10\text{ s} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = -5(10) + 20 = -30\text{ m/s}$$

پس بزرگی سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$|v_{av(0-10)}| = \left| \frac{v_{10} + v_0}{2} \right| = \left| \frac{-30 + 20}{2} \right| = 5\text{ m/s}$$

روش سوم:

با رسم نمودار سرعت- زمان و استفاده از سطح زیر نمودار خواهیم داشت:



$$S_1 = \frac{1}{2} v_2(2) \Rightarrow v_2 = 10\text{ m/s}$$

$$v_6 = at + v_2 \Rightarrow 0 = 2a + 10 \Rightarrow a = -5\text{ m/s}^2$$

برای محاسبه سرعت اولیه حرکت با استفاده از معادله سرعت- زمان داریم:

$$v_6 = at + v_0 \Rightarrow 0 = -5(4) + v_0 \Rightarrow v_0 = 20\text{ m/s}$$

$$v_{10} = at + v_0 \Rightarrow v_{10} = -5(10) + 20 = -30 \text{ m/s}$$

در این صورت سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه اول حرکت برابر است با:

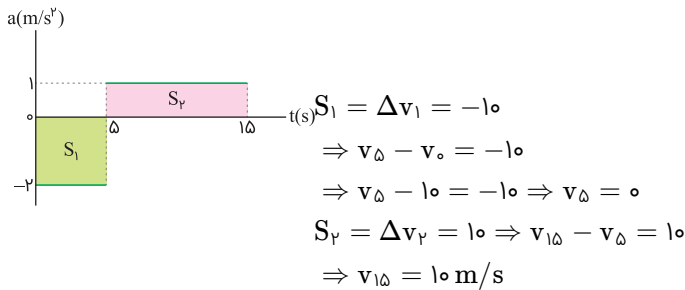
$$v_{av(0-10)} = \frac{v_0 + v_{10}}{2} = \frac{20 + (-30)}{2} = -5 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow |v_{av(0-10)}| = 5 \text{ m/s}$$

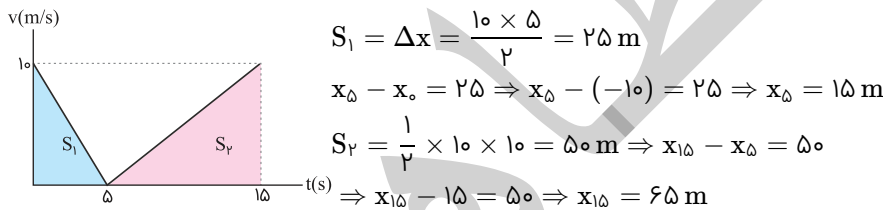
گزینه ۲

۳۸

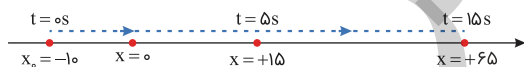
سطح زیر نمودار شتاب- زمان با تغییرات سرعت برابر است.



اکنون نمودار سرعت- زمان حرکت جسم را رسم می‌کنیم، مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان با جابه‌جایی برابر است. در این صورت داریم:



بنابراین می‌توان مسیر حرکت جسم را رسم کرد:



در این صورت می‌توان نتیجه گرفت:

(۱) بردار مکان جسم یک بار تغییر کرده است، اما علامت سرعت تغییر نکرده است.

(۲) جهت حرکت جسم تغییر نکرده است در این صورت مسافت و جابه‌جایی باهم برابر است.

(۳) شتاب متوسط در مدت زمان نشان داده شده برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{10 - 0} = 0$$

(۴) سرعت متوسط در مدت زمان نشان داده شده برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{75}{15} = 5 \text{ m/s}$$

روش اول:

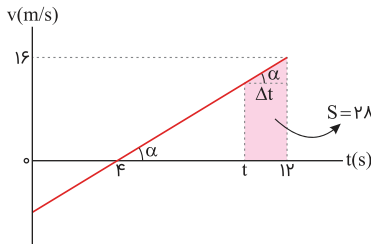
باتوجه به نمودار مکان- زمان داده شده ابتدا تندی متحرک A را حساب می‌کنیم:

$$|v_A| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|64 - 28|}{12} = 3 \text{ m/s}$$

در این صورت تندی متحرک B برابر است با:

$$v_B = \frac{16}{3} |v_A| = \frac{16}{3} (3) = 16 \text{ m/s}$$

اکنون می‌توان نمودار سرعت- زمان مربوط به متحرک B که با شتاب ثابت حرکت می‌کند را رسم کرد:



باتوجه به نمودار، شتاب حرکت برابر است با:

$$S = \Delta v = a \Delta t \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 - 0}{12 - 0} = \frac{4}{3} \text{ m/s}^2$$

باتوجه به نمودار مکان- زمان داده شده مشخص می‌شود از لحظه (t) تا لحظه $t = 12 \text{ s}$ متحرک B، ۲۸ متر جابه‌جا شده است. پس باتوجه به سطح زیر نمودار مشخص شده می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} 28 &= \left(\frac{(16 - 2\Delta t) + 16}{2} \right) \Delta t \\ \Rightarrow 56 &= (32 - 2\Delta t) \Delta t \Rightarrow 56 = 32\Delta t - 2\Delta t^2 \\ \Rightarrow 2\Delta t^2 - 32\Delta t + 56 &= 0 \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s} \Rightarrow t = 12 - 2 = 10 \text{ s} \end{aligned}$$

در لحظه $t = 10 \text{ s}$ متحرک B از مبدأ عبور کرده و جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند.

اکنون مکان متحرک A در این لحظه را حساب می‌کنیم:

$$x_A = vt + x_0 \Rightarrow x_A = -3t + 64 = -3(10) + 64 = 34 \text{ m}$$

چون متحرک B در مبدأ قرار دارد، فاصله دو متحرک برابر ۳۴ m است.

روش دوم:

ابتدا سرعت متحرک A را مشخص کرده و معادله حرکت آن را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{28 - 64}{12} = -3 \text{ m/s} \\ x_A &= v_A t + x_{0A} = -3t + 64 \end{aligned}$$

باتوجه به اطلاعات مربوط به نمودار در مورد متحرک B می‌توان نوشت:

$$\text{در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند } (t = 12 \text{ s}): v_B = \frac{16}{3} |v_A| = \frac{16}{3} (3) = 16 \text{ m/s}$$

$$4 \text{ s} \leq t \leq 12 \text{ s}: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 - 0}{8} = 2 \text{ m/s}^2$$

اکنون باتوجه به مشخص بودن شتاب حرکت، می‌توان سرعت اولیه متحرک B را مشخص کرد:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{0 - v_0}{4} \Rightarrow v_0 = -8 \text{ m/s}$$

با استفاده از معادله مکان- زمان می‌توان مکان اولیه را نیز مشخص کرد:

$$\begin{cases} x_B = t^2 - 8t + x_0 \\ t = 12 \text{ s} \\ x = 28 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow 28 = 144 - 96 + x_0 \Rightarrow x_0 = -20 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x_B = t^2 - 8t + 20$$

اکنون می‌توان لحظه تغییر جهت بردار مکان برای متحرک B را مشخص کرد:

$$x_B = 0 \Rightarrow t^2 - \lambda t + 20 = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

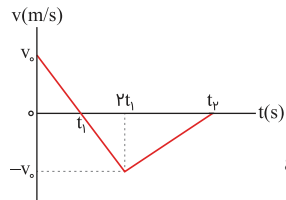
در این صورت فاصله دو متحرک برابر است با:

$$d = x_A - x_B = (-3t + 64) - 0 = -3(10) + 64 = 34 \text{ m}$$

گزینه ۳

۴۰

از لحظه شروع حرکت تا لحظه $2t_1$ ، شتاب حرکت ثابت است. در این صورت مقادیر سرعت در ابتدای حرکت و لحظه $2t_1$ برابر است.



در این صورت می‌توان نوشت:

$$a_{(0-2t_1)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-v_0 - v_0}{2t_1} = \frac{-2v_0}{2t_1} = -\frac{v_0}{t_1}$$

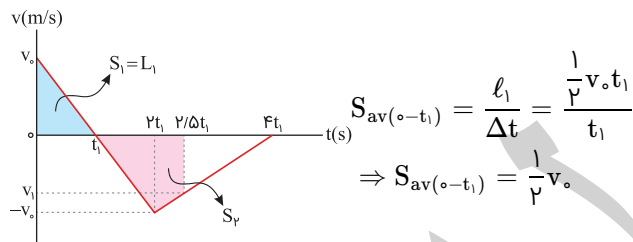
$$a_{(2t_1-4t_1)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-v_0)}{t_1} = \frac{v_0}{t_1}$$

با استفاده از شرط سؤال داریم:

$$|a_1| = 2a_2 \Rightarrow \frac{v_0}{t_1} = 2 \frac{v_0}{t_2 - 2t_1} \Rightarrow t_2 - 2t_1 = 2t_1$$

$$\Rightarrow t_2 = 4t_1$$

برای محاسبه تندی متوسط در بازه‌های زمانی خواسته شده می‌توان نوشت:



برای تعیین تندی متوسط در بازه زمانی t_1 تا $2/\omega t_1$ ابتدا سرعت v_1 را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_1}{-v_0} = \frac{4t_1 - 2/\omega t_1}{4t_1 - 2t_1} \Rightarrow v_1 = -\frac{3}{2}v_0 \text{ (شتاب در این بازه زمانی ثابت است)}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$S'_{av(t_1-2/\omega t_1)} = \frac{(\frac{v_0 \times t_1}{2}) + (\frac{v_0 + \frac{3}{2}v_0}{2} \times 2/\omega t_1)}{2/\omega t_1 - t_1}$$

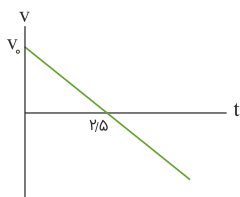
$$\Rightarrow S'_{av} = \frac{\omega}{\lambda} v_0$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{S_{av}}{S'_{av}} = \frac{\frac{v_0}{2}}{\frac{\omega}{\lambda} v_0} = \frac{\lambda}{\omega}$$

گام اول: طبق تقارنی که حرکت با شتاب ثابت نسبت به لحظه تغییر جهت دارد، اگر جابه‌جایی در یک بازه زمانی صفر باشد، سرعت در لحظه وسط آن بازه برابر با صفر است؛ بنابراین چون جابه‌جایی در ثانیه سوم حرکت صفر است، متحرک در لحظه $۲/۵$ s تغییر جهت داده است.

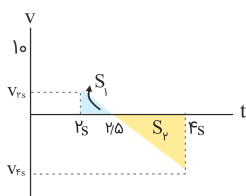
گام دوم: چون شتاب -۴ m/s^2 است و متحرک در لحظه $t = ۲/۵$ s تغییر جهت داده است، نمودار سرعت زمان متحرک به صورت زیر خواهد بود:



باتوجه به $a = -۴ \text{ m/s}^2$ ، v_0 برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۴ = \frac{0 - v_0}{۲/۵ - 0} \Rightarrow v_0 = ۱۰ \text{ m/s}$$

گام سوم: سرعت‌های متحرک در لحظات $t_1 = ۲$ s و $t_2 = ۴$ s را تعیین می‌کنیم و با استفاده از مساحت زیر نمودار، مسافت طی‌شده در بازه $(۲ \text{ s}, ۴ \text{ s})$ را به دست می‌آوریم.



$$v = at + v_0 = -۴t + ۱۰ \Rightarrow \begin{cases} v_{۲s} = ۲ \text{ m/s} \\ v_{۴s} = -۶ \text{ m/s} \end{cases}$$

$$L = S_1 + S_r = \frac{۲ \times ۱۰/۵}{۲} + \frac{۱/۵ \times ۶}{۲} = ۵ \text{ m}$$

ابتدا از فرمول مستقل از شتاب، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t \Rightarrow 75 = \frac{v_0 + 20}{2} (5) \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

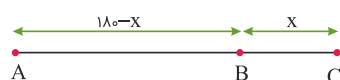
$$v = at + v_0 \Rightarrow 20 = a(5) + 10 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

طبق تصاعد عددی خواهیم داشت:

$$x_7 = x_1 + at^2$$

$$\Delta x_7 = 75 + 2(5)^2 = 125 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_7}{\Delta t} = \frac{125}{5} = 25 \text{ m/s}$$



$$\begin{cases} 180 - x = v_A t \\ x = v_C t \end{cases} \Rightarrow \frac{180 - x}{x} = \frac{v_A}{v_C} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 180 - x = v_C \times 25 \\ x = v_A \times 16 \end{cases} \quad (2) \Rightarrow \frac{180 - x}{x} = \frac{v_C \times 25}{v_A \times 16}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(1)} \frac{v_A}{v_C} &= \frac{v_C \times 25}{v_A \times 16} \Rightarrow \frac{v_A^2}{v_C^2} = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{v_A}{v_C} = \frac{5}{4} \xrightarrow{(1)} \frac{180 - x}{x} = \frac{5}{4} \\ &\Rightarrow 4(180) - 4x = 5x \Rightarrow x = 180 \text{ m} \end{aligned}$$

حال با جایگذاری $x = 180$ در معادله (۲) مقدار v_A را به دست می‌آوریم:

$$x = v_A \times 16 \Rightarrow 180 = v_A \times 16 \Rightarrow v_A = 11.25 \text{ m/s}$$

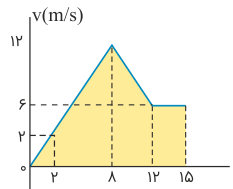
شتاب در بازه زمانی (۰, ۸) ثابت و برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(8) - v(0)}{8 - 0} = \frac{12 - 0}{8 - 0} = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

در لحظه $t = 2 \text{ s}$ سرعت را به دست می آوریم:

$$v(2) = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{3}{2} \times 2 + 0 = 3 \text{ m/s}$$

حال به کمک سطح زیر نمودار سرعت- زمان جابه جایی را در بازه زمانی (۲, ۱۵) محاسبه می کنیم:



$$\Delta x = x_2 - x_1 = x_2 - (-6) = S$$

$$x_2 + 6 = \left(\frac{(12 + 3) \times 6}{2} + \frac{(12 + 6) \times 4}{2} + (3 \times 6) \right)$$

$$x_2 + 6 = 99 \Rightarrow x_2 = 93$$

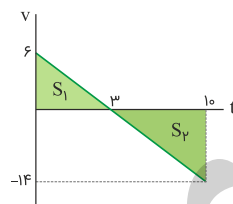
باتوجه به ماکزیمم سهمی می توانیم سرعت اولیه و شتاب حرکت را محاسبه کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t$$

$$36 - 27 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 3 + 6 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

کافی است نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم:

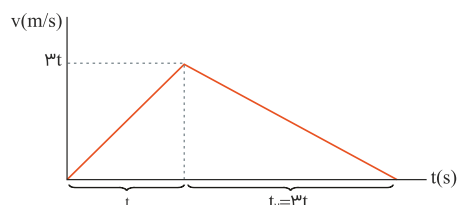


$$\left. \begin{array}{l} S_1 = 9 \\ |S_2| = 49 \end{array} \right\} \Rightarrow S = 58 \text{ m}$$

گام اول: ابتدا نمودار سرعت زمان متحرک را رسم می‌کنیم. اگر مدت زمان حرکت متحرک با شتاب 3 m/s^2 برابر با t باشد، سرعت متحرک در انتهای حرکت با شتاب 3 m/s^2 ، طبق رابطه $v = at + v_0$ به $v = 3t + 0 = 3t$ می‌رسد. در مرحله دوم که حرکت با شتاب 1 m/s^2 کند می‌شود، متحرک پس از مدت Δt می‌ایستد که Δt از رابطه $v = at + v_0$ به دست می‌آید. توجه کنید که سرعت اولیه مرحله دوم، سرعت انتهای قسمت اول است و سرعت انتهای این قسمت برابر با صفر است؛ بنابراین مدت حرکت قسمت دوم حرکت برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1 \times t_2 + 3t \Rightarrow t_2 = 3t$$

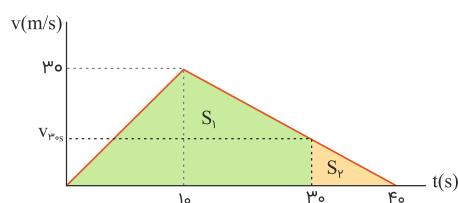
بنابراین نمودار سرعت زمان متحرک به صورت شکل زیر است:



گام دوم: مسافت طی شده توسط متحرک که همان مساحت سطح زیر نمودار است، برابر با 600 m است؛ بنابراین t برابر است با:

$$S = 600 \Rightarrow \frac{3t \times 4t}{2} = 600 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

گام سوم: برای محاسبه مسافت طی شده در $(0, 30 \text{ s})$ کافی است، مساحت سطح زیر نمودار را در این بازه به دست بیاوریم؛ یعنی S_1 .



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ : در مرحله دوم}$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{v_{30s} - 30}{30 - 10} \Rightarrow v_{30s} = 10 \text{ m/s}$$

$$S_1 = S_{\text{کل}} - S_2 = \frac{30 \times 40}{2} - \frac{10 \times 10}{2} = 550 \text{ m}$$

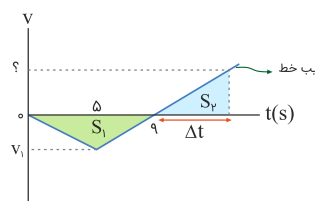
باتوجه به اینکه در بازه $(4s, 12s)$ ، جابه‌جایی دو متحرک باهم برابر است، سرعت متوسط این دو متحرک نیز باهم برابر است.

$$v_{av}(B) = v_A$$

در حرکت شتاب ثابت سرعت متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2 با سرعت متوسط متحرک در وسط بازه یعنی لحظه $\frac{t_1 + t_2}{2}$ برابر است.

بنابراین در لحظه $t = \frac{4 + 12}{2} = 8 \text{ s}$ سرعت متوسط B با سرعت A برابر است.

چون متحرک از $x = 0$ شروع به حرکت کرده است و مجدداً می‌خواهد به $x = 0$ برسد، جابه‌جایی متحرک باید صفر باشد. جابه‌جایی در نمودار $(v - t)$ برابر با مجموع جبری مساحت‌های زیر نمودار $(v - t)$ است؛ بنابراین مساحت سطح پایین محور t باید با مساحت بالای محور t برابر باشد. اگر لحظهٔ برابری این دو مساحت را t در نظر بگیریم، داریم:



$$\text{شیب خط} = \frac{0 - (-v_1)}{9 - 0} = \frac{v_1}{9}$$

$$? = \frac{v_1}{9} \times \Delta t$$

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{v_1 \times 9}{2} = \frac{\frac{v_1}{9} \Delta t \times \Delta t}{2} \Rightarrow \Delta t = 6 \text{ s}$$

$$t = 9 + \Delta t = 9 + 6 = 15 \text{ s}$$

ابتدا در مدت ۱۱ s جابه‌جایی دو متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_A = vt = 10 \times 11 = 110 \text{ m}$$

$$\begin{cases} \Delta x_{1B} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 2 \times 5 = 35 \text{ m} \\ \Delta x_{2B} = vt = (+at_1 + v_0)t_2 = (+2 \times 5 + 2)(11 - 5) = 72 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Delta x_B = \Delta x_{1B} + \Delta x_{2B} = 107 \text{ m}$$

حال می‌توانیم با مساوی قرار دادن مسافت‌های پیموده شده لحظهٔ رسیدن دو متحرک به یکدیگر و همچنین اندازهٔ سرعت آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} x_B = vt = 12t \\ x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x_A = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 10t + 3 \end{cases} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$-t^2 + 10t + 3 = 12t \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$$

$$v_B = 12 \text{ m/s}$$

$$v_A = -at + v_0 = -2 \times 1 + 10 = 8 \text{ m/s}$$

$$v_B - v_A = 12 - 8 = 4 \text{ m/s}$$

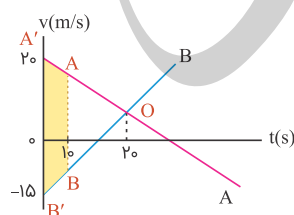
مساحت ناحیهٔ هاشور خورده مجموع مسافتی است که دو متحرک A و B طی کرده‌اند.

از تشابه مثلث‌های $\triangle OAB$ و $\triangle OA'B'$ طول ضلع AB را به دست می‌آوریم:

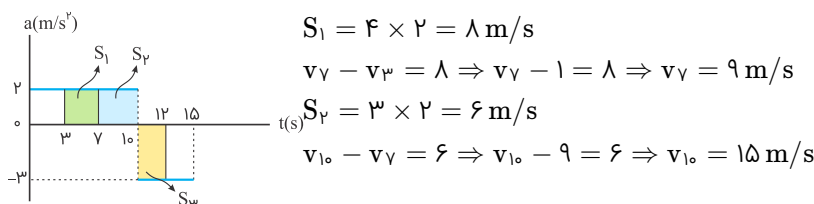
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{10}{20} \Rightarrow AB = \frac{1}{2} \times 35 = 17.5$$

حالا مساحت دوزنقه $ABA'B'$ که هم‌اندازهٔ مجموع مسافت‌های طی شده است را به دست می‌آوریم:

$$\ell = \frac{35 + 17.5}{2} \times 10 = 262.5 \text{ m}$$



گام اول: سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = 7\text{ s}$ و $t = 10\text{ s}$ به دست می‌آوریم:



گام دوم: جابه‌جایی را در بازه زمانی 7 s تا 10 s محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \Delta x_1 = 3 \times \frac{15 + 9}{2} = 36\text{ m}$$

گام سوم: سرعت متحرک را در لحظه $t = 12\text{ s}$ به دست می‌آوریم دقت کنید که سرعت در ابتدای بازه زمانی (10 s تا 12 s) 15 m/s است:

$$S_3 = 3 \times 2 = 6\text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = -6\text{ m/s} \Rightarrow v_{12} - v_{10} = -6$$

$$\Rightarrow v_{12} - 15 = -6 \Rightarrow v_{12} = 9\text{ m/s}$$

گام چهارم: جابه‌جایی را در بازه زمانی (10 s تا 12 s) محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{15 + 9}{2} \times 2 = 24\text{ m}$$

گام پنجم: سرعت متوسط را در بازه زمانی 7 s تا 12 s به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24 + 36}{5} = 12\text{ m/s}$$

مسافت طی‌شده تا لحظه $t = 6\text{ s}$ دو برابر اندازه جابه‌جایی در 3 s اول است پس داریم:

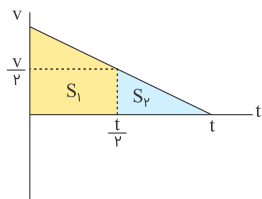
$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{\ell}{6} \Rightarrow \ell = 18\text{ m} \Rightarrow \Delta x = 9\text{ m}$$

در لحظه $t = 3\text{ s}$ سرعت متحرک صفر است بنابراین اثر جابه‌جایی در ثانیه چهارم را $-x$ فرض کنیم، جابه‌جایی در ثانیه پنجم و ثانیه ششم به ترتیب $-3x$ و $-5x$ است. از لحظه $t = 3\text{ s}$ تا $t = 6\text{ s}$ متحرک 9 m جابه‌جا شده است. بنابراین داریم:

$$-x - 3x - 5x = -9 \Rightarrow -9x = -9 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین متحرک در ثانیه هفتم حرکت می‌تواند به اندازه $-7x = -7\text{ m}$ جابه‌جا شود و از مبدأ مکان بگذرد. پس کلاً بردار مکان متحرک 7 s در جهت محور x است.

نمودار $v - t$ حرکت را رسم می‌کنیم:



$$S_1 = \frac{v + \frac{v}{2}}{2} \times \frac{t}{2} = 150 \Rightarrow \frac{3v}{2} \times t = 150 \Rightarrow vt = 100$$

$$S_2 = \frac{\frac{v}{2} \times \frac{t}{2}}{2} = \frac{vt}{4} = \frac{100}{4} = 25 \text{ m}$$

کل جابه‌جایی اتومبیل برابر $S_1 + S_2$ است:

$$\Delta x_{\text{کل}} = 150 + 25 = 175 \text{ m}$$

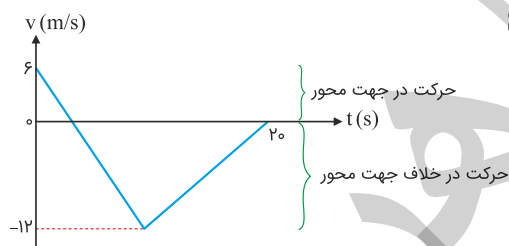
راه‌حل دوم:

فرض مسئله را عوض می‌کنیم. یعنی اتومبیل از حال سکون شروع به حرکت کرده بعد از زمان شروع حرکت به اندازه Δx_1 جابه‌جا می‌شود و $\frac{t}{2}$ بعد را به اندازه $3\Delta x_1$ جابه‌جا می‌شود. بنابراین کل جابه‌جایی آن $4\Delta x_1$ است. ابتدا Δx_1 را به دست می‌آوریم:

$$3\Delta x_1 = 150 \Rightarrow \Delta x_1 = 50 \text{ m}$$

حالا کل جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = 4\Delta x_1 = 4 \times 50 = 200 \text{ m}$$



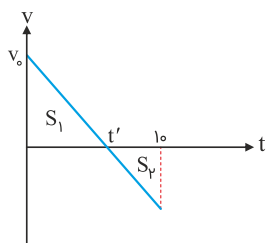
$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت مثلث پایین}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 12 \times (20 - t)}{20 - t} = 6 \text{ m/s}$$

$$v_o > 0 \rightarrow \vec{v}_{av} = v/\omega \vec{i} = \frac{\Delta \vec{x}}{\underbrace{\Delta t}_{\omega s}} \Rightarrow \Delta \vec{x} = v\omega \vec{i} \Rightarrow \Delta x = +v\omega m$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\underbrace{\Delta t}_{\omega s}} = \omega m/s \Rightarrow \ell = \omega m$$

چون حرکت با شتاب ثابت است پس نمودار $v - t$ آن خطی (شیب ثابت) است. چون تندی متوسط از بزرگی سرعت متوسط بیشتر است پس حتماً تغییر جهت داشته‌ایم و در نتیجه نمودار نزولی بوده و در یک لحظه از محور t گذشته است.



$$\begin{cases} \text{جابه‌جایی} = S_1 - S_2 = v\omega \\ \text{مسافت طی‌شده} = S_1 + S_2 = \omega m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = \omega m \\ S_2 = \omega m \end{cases}$$

تکنیک حرکت معکوس از t' تا صفر برای حذف v_o :

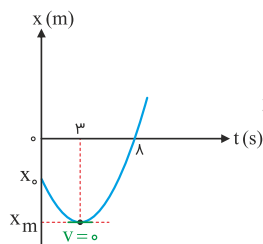
$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \omega = \frac{1}{\gamma} a (t')^2 \\ S_2 &= \omega = \frac{1}{\gamma} a (\omega - t')^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم بر هم}} \frac{\omega}{\omega} = \left(\frac{t'}{\omega - t'} \right)^2 \Rightarrow t' = \omega s$$

$$\Rightarrow v_o = 2\omega m/s, S_1 = \omega$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\omega - 2\omega}{\omega} = -2/\omega$$

$$\ell = \Delta x_{\omega-2} = \frac{1}{\gamma} a t^2 + v_o t = 3\omega m$$

از ۰ تا ۳ s داریم:



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$x_m = \frac{1}{2}a(3)^2 + 0$$

از ۰ تا ۳ s (تکنیک حرکت به طور معکوس):

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + 0 \Rightarrow x_m - x_0 = \frac{1}{2}a(3)^2$$

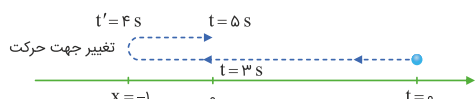
$$\Rightarrow \frac{1}{2}a(5)^2 - |x_0| = \frac{1}{2}a(3)^2 \Rightarrow |x_0| = \frac{1}{2}a(25) - \frac{1}{2}a(9) = 8a$$

$$\Rightarrow x_0 = -8a$$

$$\vec{d} = \text{جاب‌جایی} = \Delta x = x_2 - x_1 = 0 - x_0 = 8a$$

$$\ell = \text{مسافت طی‌شده} = (x_m - x_0) + (x_m - 0) = \frac{1}{2}a \times 9 + \frac{1}{2}a \times 25 = 17a$$

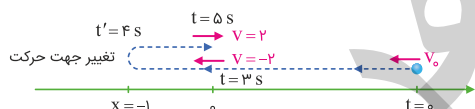
$$\frac{\vec{d}}{\ell} = \frac{8a}{17a} = \frac{8}{17}$$



$$\Rightarrow t' = \frac{3+5}{2} = 4 \text{ s} \Rightarrow \text{چون حرکت با شتاب ثابت است}$$

$$\Delta x_{(5 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ s})} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 1 = \frac{1}{2}a(1)^2 + 0 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 = 2 \times 1 + 0 = 2 \text{ m/s}$$

پس سرعت در لحظه $t = 3 \text{ s}$ برابر با 2 m/s است. (تقارن سهمی در حرکت شتابدار با شتاب ثابت)

در نهایت به بررسی حرکت در بازه ۰ تا ۳ s می‌پردازیم:

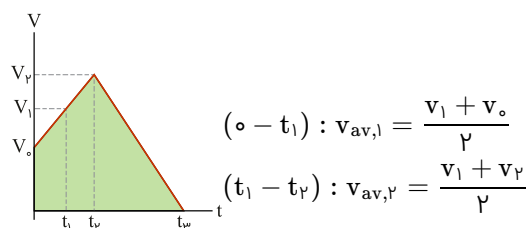
$$v = at + v_0 \Rightarrow -2 = 2(3) + v_0 \Rightarrow v_0 = -8 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 + (-8)(3) = -15 \text{ m}$$

$$\ell_{5 \text{ s} \rightarrow 0 \text{ s}} = 15 + 1 + 1 = 17 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17}{5} \text{ m/s}$$

باتوجه به نمودار مشخص است که جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند. در این صورت تندی متوسط و سرعت متوسط در تمامی بازه‌ها باهم برابر است. در بازه زمانی ۰ تا t_2 شتاب حرکت ثابت است. پس می‌توان نوشت:



در بازه زمانی t_2 تا t_3 نیز شتاب حرکت ثابت است. پس می‌توان نوشت:

$$(t_2 - t_3) : v_{av,3} = \frac{v_2 + 0}{2} = \frac{v_2}{2}$$

براساس معادلات تا اینجا مشخص است که:

$$v_{av,2} > v_{av,1}, v_{av,3}$$

تندی متوسط در کل حرکت مقداری بین تندی متوسط در بازه زمانی $(0 - t_1)$ و $(t_2 - t_3)$ دارد یعنی:

$$v_{av,3} < v_{av,kl} < v_{av}$$

پس تندی متوسط در بازه زمانی $(t_1 - t_2)$ از تندی متوسط کل بزرگتر است:

$$v_{av,2} > v_{av,kl}$$

ابتدا سرعت دو متحرک را حساب می‌کنیم:

$$v_A = \frac{200 - 100}{10} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_B = \frac{200}{10} = 20 \text{ m/s}$$

چون دو متحرک هم‌جهت حرکت کرده‌اند، سرعت نسبی آن‌ها برابر است با:

$$v = 20 - 10 = 10 \text{ m/s}$$

هنگامی که فاصله دو متحرک کمتر یا مساوی ۲۰ متر می‌شود یعنی فاصله دو متحرک ابتدا ۲۰ متر شده، سپس به صفر رسیده و مجدداً برابر ۲۰ m می‌شود. پس می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow 40 = 10t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

روش دوم:

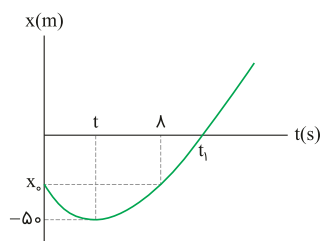
باتوجه به نمودار، معادله حرکت جسم‌ها را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t + 100 \\ x_B = 20t - 200 \end{cases}$$

با استفاده از شرط مسأله در مورد فاصله دو جسم داریم:

$$\begin{cases} x_A - x_B = 20 \Rightarrow -10t + 300 = 20 \Rightarrow t = 28 \text{ s} \\ x_B - x_A = 20 \Rightarrow +10t' - 300 = 20 \Rightarrow t' = 32 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

در لحظه‌ای که متحرک به مکان $x = -50 \text{ m}$ می‌رسد، سرعت برابر صفر است.



با استفاده از معادله سرعت- جابه‌جایی داریم:

$$v_{t_1}^2 - v_t^2 = 2a(x_{t_1} - x_t) \\ \Rightarrow (20)^2 - 0 = 2a(0 - (-50)) \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

در ۸ ثانیه اول حرکت، سرعت متوسط برابر صفر است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v_\lambda}{2} = 0 \Rightarrow v_0 = -v_\lambda \\ v = at + v_0 \Rightarrow v_\lambda = 4(\lambda) - v_0 \Rightarrow 2v_\lambda = 32 \Rightarrow v_\lambda = 16 \text{ m/s} \\ \Rightarrow v_0 = -16 \text{ m/s}$$

برای محاسبه سرعت متوسط در مدت‌زمان مشخص‌شده می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_{t_1} + v_0}{2} = \frac{20 + (-16)}{2} = 2 \text{ m/s}$$

ابتدا معادله حرکت دو جسم را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{0 - 16}{\lambda - 0}t + 16 \Rightarrow x_A = -2t + 16 \\ x_B = \frac{-25 - (-29)}{\lambda - 0}t + (-29) \Rightarrow x_B = 0.5t - 29 \end{cases}$$

در لحظه‌ای که دو جسم به هم می‌رسند داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -2t + 16 = 0.5t - 29 \Rightarrow 2.5t = 45 \Rightarrow t = 18 \text{ s}$$

مکان دو جسم در این لحظه برابر است با:

$$x_A = x_B = 0.5 \times 18 - 29 \Rightarrow x_A = x_B = -20 \text{ m}$$

با استفاده از معادله سرعت- جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \frac{v_1^2 - v_0^2}{v_1^2 - v_0^2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_1} \Rightarrow \frac{v_1^2 - 0}{(6)^2 - 0} = \frac{135}{15} \\ \Rightarrow v_1 = 18 \text{ m/s}$$

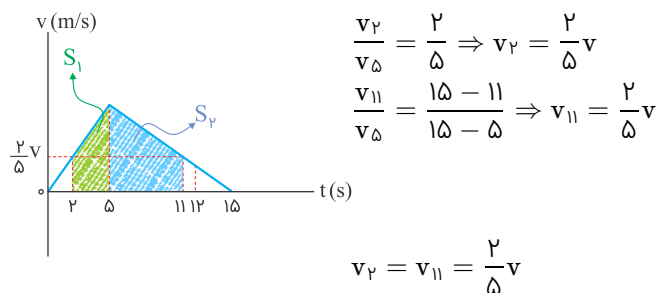
برای محاسبه مدت‌زمانی که سرعت متحرک به $v_1 = 6 \text{ m/s}$ و $v_2 = 18 \text{ m/s}$ می‌رسد، با استفاده از رابطه مستقل از شتاب داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \begin{cases} 15 = \frac{6 + 0}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 5 \text{ s} \\ 135 = \frac{18 + 0}{2} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 15 \text{ s} \end{cases}$$

در این صورت مدت‌زمان موردنظر برابر است با:

$$\Delta t_T = 15 - 5 = 10 \text{ s}$$

با رسم نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت جسم می‌توان نوشت:



در این صورت خواهیم داشت:

باتوجه به جابه‌جایی انجام‌شده بین دو لحظه $t_1 = 2$ s تا $t_2 = 12$ s داریم:

$$S_1 + S_2 = 126 \Rightarrow \left(\frac{2}{5}v + v\right) \times \frac{2}{2} + \left(\frac{2}{5}v + v\right) \times \left(\frac{12-2}{2}\right) = 126$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5}v \left(\frac{2}{2} + 5\right) = 126 \Rightarrow \frac{7}{5}v \times 7 = 126 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

برای محاسبهٔ تندی در لحظهٔ $t = 12$ s داریم:

$$\frac{v_{12}}{v_5} = \frac{15-12}{15-5} \Rightarrow v_{12} = \frac{2}{5}v = \frac{2}{5} \times 10 = 4 \text{ m/s}$$

در لحظهٔ $t = 4$ s سرعت حرکت صفر می‌شود. چون حرکت از این لحظه به بعد از حال سکون انجام می‌شود، می‌توان حرکت را وارونه در نظر گرفت. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} v_2 = 2a + v_f \\ v_4 = 4a + v_f \end{array} \right\} \xrightarrow{v_f=0} \frac{v_4}{v_2} = \frac{4a}{2a} = 2$$

جهت حرکت جسم تغییر نکرده است و حرکت تندشونده می‌باشد، در این صورت مسافت و جابه‌جایی برابر هستند. پس می‌توان نوشت:

$$x_1 + (x_1 + at^2) = (x_1 + 2at^2) + 4 \Rightarrow 2x_1 + a = x_1 + 2a + 4$$

$$\Rightarrow x_1 = a + 4 = 4 + 4 = 8 \text{ m}$$

با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 + v_0 \times 1$$

$$\Rightarrow v_0 + 2 = 8 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

طبق صورت سوال، فاصله دو متحرک از هم ۵ m است و متحرک دوم ۷ m از متحرک اول جلوتر است، با در نظر گرفتن مکان متحرک اول به عنوان مبدأ مکانی داریم:

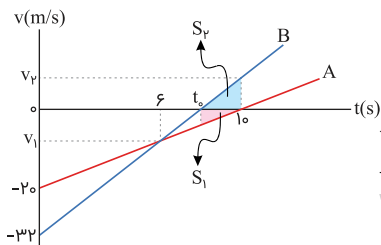


$$|\underbrace{\Delta x_1}_{\text{حرکت یکنواخت}}} - \underbrace{\Delta x_2}_{\text{حرکت شتابدار}}| \Rightarrow |vt - (\frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)| = 5$$

$$\Rightarrow |\lambda t - (\frac{1}{2} \times 2 \times t^2 - 7)| = 5 \Rightarrow |\lambda t - t^2 - 7| = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda t - t^2 - 7 = 5 \Rightarrow t^2 - \lambda t + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \\ t = 6s \end{cases} \\ \lambda t - t^2 - 7 = -5 \Rightarrow t^2 - \lambda t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 + \sqrt{14} \\ t = 2 - \sqrt{14} \end{cases} \end{cases}$$

از لحظه t_0 تا ۱۰ ثانیه سرعت متحرک B مثبت و سرعت متحرک A منفی است، یعنی در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. شیب خط A را می‌نویسیم:



$$\text{شیب خط A} = \frac{0 - (-20)}{10 - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v_1 = a_A t + v_{0A} \Rightarrow v_1 = 2(6) - 20 = -8 \text{ m/s}$$

حال برای پیدا کردن v_2 ، ابتدا شیب خط B را نوشته تا شتاب B را به دست آوریم:

$$\text{شیب خط B} = \frac{-8 - (-32)}{6 - 0} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v_2 = a_B t + v_{0B} \Rightarrow v_2 = 4 \times 10 - 32 = 8 \text{ m/s}$$

برای پیدا کردن t_0 ، کافی است v_B را برابر صفر قرار دهیم:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow 0 = 4 \times t_0 - 32 \Rightarrow t_0 = 8 \text{ s}$$

سرعت A در t_0 را محاسبه می‌کنیم:

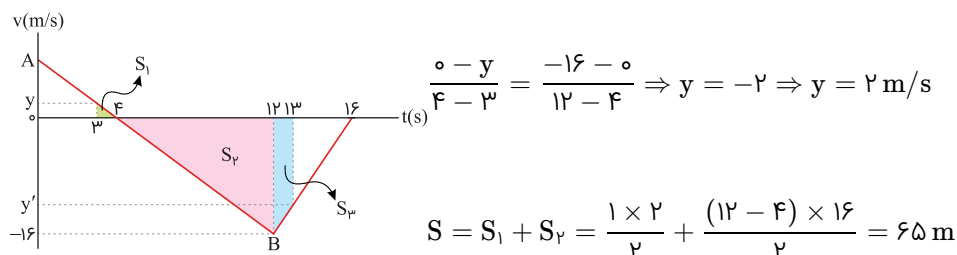
$$v_A = 2 \times 8 - 20 = -8 \text{ m/s}$$

حال اگر مساحت‌های S_1 و S_2 را محاسبه کنیم. برابر فاصله دو متحرک در بازه زمانی است که خلاف جهت هم حرکت می‌کنند:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \left(\frac{(10 - 8) \times (4)}{2} \right) + \left(\frac{8 \times (10 - 8)}{2} \right) = 4 + 8 = 12 \text{ m}$$

چون دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند پس در بازه زمانی ۸ تا ۱۰ ثانیه به هم نزدیک می‌شوند و فاصله آنها کاهش می‌یابد.

شیب خط AB ثابت است:



مساحت قسمت هاشور خورده برابر است با:

پس متحرک در بازه زمانی (۳ s, ۱۲ s)، ۶۵ متر طی کرده است.

شیب CB ثابت است:

$$\frac{16 - |y'|}{13 - 12} = \frac{0 - (-16)}{16 - 12} \Rightarrow 16 - |y'| = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow |y'| = 12 \text{ m/s} \Rightarrow y' = -12 \text{ m/s}$$

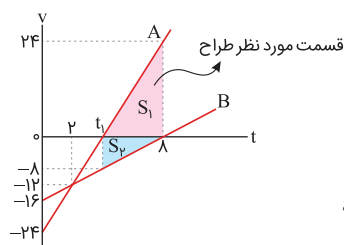
حال برای محاسبه مسافت طی شده در بازه زمانی (۱۲ s, ۱۳ s) مسافت دوزنقه (S۳) را حساب می‌کنیم:

$$S_3 = \frac{y' + 16}{2} \times (13 - 12) = \frac{12 + 16}{2} \times 1 = 14 \text{ m}$$

برای محاسبه تندی:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{65 + 14}{13 - 3} = \frac{79}{10} = 7.9$$

بازه زمانی که دو متحرک خلاف جهت هم حرکت می‌کنند یعنی مدت زمانی که:



$$\begin{cases} v_A > 0 \\ v_B < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{بازه زمانی } t_1 \text{ تا } 8 \text{ s}$$

$$a_A = \frac{-12 - (-24)}{4 - 0} = 6 \text{ m/s}^2$$

$$a_A = \frac{v_{t_1} - v_0}{t_1 - 0} \Rightarrow 6 = \frac{0 - (-24)}{t_1} \Rightarrow t_1 = 4 \text{ s}$$

$$a_A = \frac{v_8 - v_0}{8 - 0} \Rightarrow 6 = \frac{v_8 - (-24)}{8} \Rightarrow v_8 = 24 \text{ m/s}$$

$$a_B = \frac{0 + 16}{8} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$a_B = \frac{v_{t_1} - v_0}{t_1 - 0} \Rightarrow 2 = \frac{v_{t_1} - (-16)}{4} \Rightarrow v_{t_1} = -8 \text{ m/s}$$

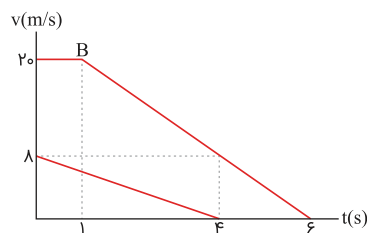
$$a = \frac{v_{2s} - v_0}{2 - 0} \Rightarrow 2 = \frac{v_{2s} - (-16)}{2} \Rightarrow v_{2s} = -12 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{24 \times 4}{2} + \frac{4 \times 8}{2}$$

$$\Delta x = 48 + 16 = 64 \text{ m}$$

نمودار $v - t$ هر دو متحرک را رسم می‌کنیم:

شتاب حرکت خودرو A، -2 m/s^2 است پس محور زمان را در $t = 4 \text{ s}$ قطع می‌کند. خودروی B، یک ثانیه حرکت یکنواخت دارد و پس از آن با شتاب -4 m/s^2 حرکت می‌کند پس محور زمان را در $t = 6 \text{ s}$ قطع می‌کند.



$$\begin{aligned}\Delta x_B &= \Delta x_A = 46 \Rightarrow (v_B t_B + \frac{1}{2} a_B (t'_B)^2 + v_{0B} t'_B) = (\frac{1}{2} a_A t_A^2 + v_{0A} t_A) = 46 \\ \Rightarrow (20 \times 1 + \frac{1}{2} (-4) (t-1)^2 + 20(t-1)) - (\frac{1}{2} (-2) t^2 + 4t) &= 46 \\ \Rightarrow 20 - 2t^2 - 2 + 4t + 20t - 20 + t^2 - 4t - 46 &= 0 \\ \Rightarrow -t^2 + 16t - 48 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 12 \text{ s} \\ t = 4 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \text{لحظه رسیدن}\end{aligned}$$

سرعت خودروی B در لحظه رسیدن خودروی A را از ما می‌خواهد پس:

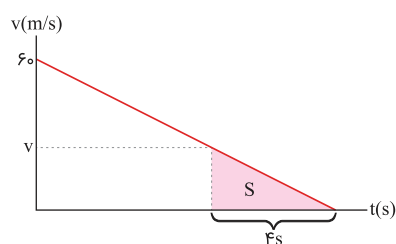
$$v_B = at' + v_{0B} \Rightarrow v_B = -4 \times (t-1) + 20 = -4 \times 3 + 20 = 8 \text{ m/s}$$

در لحظه $t = 6 \text{ s}$:

$$\begin{aligned}\Delta x_A &= \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2} a_A t_A^2 = \frac{1}{2} a_B t_B^2 \Rightarrow a_A t_A^2 = a_B t_B^2 \Rightarrow at_A^2 = (a + 0/\omega)(t_A - 2)^2 \\ \Rightarrow 36a &= (a + 0/\omega)(16) \Rightarrow 36a = 16a + 16 \Rightarrow a = 0/4 \text{ m/s}^2 \\ \begin{cases} t = 10 \text{ s} : x_A = \frac{1}{2} (0/4)(10)^2 + \frac{0}{4} t = 20 \text{ m} \\ t = 8 \text{ s} : x_B = \frac{1}{2} (0/4 + 0/\omega)(64) + \frac{0}{4} t = 28/8 \text{ m} \end{cases} \\ \Rightarrow \Delta x_{AB} &= 28/8 - 20 = 1/8 \text{ M}\end{aligned}$$

در

از نمودار سرعت- زمان استفاده می‌کنیم:



$$S = 32 \Rightarrow \frac{v \times t_s}{2} = 32 \Rightarrow v = 16 \text{ m/s}$$

با تشابه مثلث رنگی و مثلث بزرگ، مساحت مثلث بزرگ که مسافت هواپیما روی باند است به دست می‌آید، توجه کنید که نسبت مساحت‌های دو مثلث با توان دوم نسبت اضلاع رابطه مستقیم دارد. پس داریم:

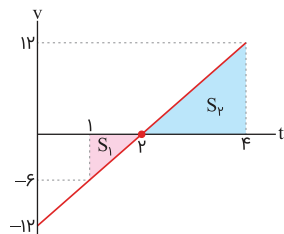
$$\frac{S}{S_{\text{کل}}} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{32}{S_{\text{کل}}} = \left(\frac{16}{60}\right)^2 \Rightarrow \frac{32}{S_{\text{کل}}} = \left(\frac{4}{15}\right)^2 \Rightarrow \frac{32}{S_{\text{کل}}} = \frac{16}{225} \Rightarrow S_{\text{کل}} = 450 \text{ m}$$

روش اول:

معادله سرعت- زمان را به دست می‌آوریم:

$$x = \underbrace{3t^2}_{\frac{1}{2}at} - \underbrace{12t}_{v_0} + 9 \xrightarrow{v=at+v_0} v = 6t - 12$$

نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم و با استفاده از سطح زیر نمودار مسافت را حساب می‌کنیم و سپس تندی متوسط را حساب می‌کنیم:



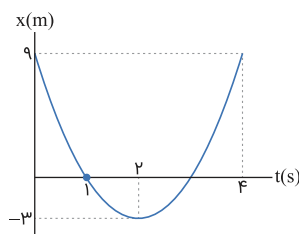
$$l = S_1 + S_2 = 3 + 12 = 15 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{15}{3-1} = 7.5 \text{ m/s}$$

روش دوم: نمودار سهمی را رسم می‌کنیم و مکان متحرک در لحظات $t_1 = 1 \text{ s}$ و $t_2 = 4 \text{ s}$ را نیز تعیین می‌کنیم:

$$x = 3t^2 - 12t + 9 \Rightarrow t_{\text{رأس}} = \frac{-(-12)}{2(3)} = 2 \text{ s}, \quad x_{\text{رأس}} = 3(2)^2 - 12(2) + 9 = -3 \text{ m}$$

$$\begin{cases} x_{1s} = 3(1)^2 - 12(1) + 9 = 0 \\ x_{4s} = 3(4)^2 - 12(4) + 9 = 9 \text{ m} \end{cases}$$



باتوجه به نمودار مسافت و تندی متوسط را حساب می‌کنیم.

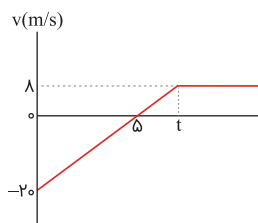
$$l = 3 + 3 + 9 = 15 \text{ m} \Rightarrow S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{15}{3} = 5 \text{ m/s}$$

ابتدا با استفاده از نمودار سرعت-زمان، در بازه زمانی ۰ تا ۵s شیب خط را که همان شتاب است محاسبه می‌کنیم که برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-20)}{5} = 4 \text{ m/s}^2$$

باتوجه به نمودار، شیب در بازه زمانی صفر تا t ثابت است، پس:

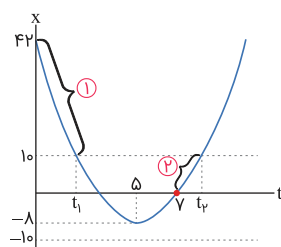
$$4 = \frac{\lambda - (-20)}{t} \Rightarrow t = 7 \text{ s}$$



حال مکان متحرک در لحظه $t = 5 \text{ s}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(4)(5)^2 + (-20)(5) + 42 \Rightarrow x = -8 \text{ m}$$

سپس نمودار مکان-زمان آن را رسم می‌کنیم.



طبق نمودار، کافی است زمان‌هایی که متحرک در بازه‌های t_1 تا t_2 حرکت می‌کند را محاسبه کنیم:

$$\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 10 - 42 = 2t_1^2 - 20t_1 \Rightarrow t_1 = 2 \text{ s}$$

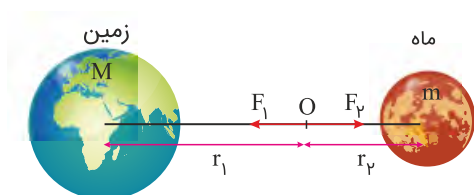
$$\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x = v t \Rightarrow 10 - 0 = 4(t_2 - 7) \Rightarrow t_2 = 9.5 \text{ s}$$

پس در $t_2 - t_1 = 6/25 \text{ s}$ فاصله متحرک تا مبدأ، کمتر یا مساوی ۱۰ بوده است.

گزینه ۱

۱

نقطه مطرح شده در صورت سؤال که در آن نیروهای گرانشی زمین و ماه باهم مساوی هستند را مطابق شکل زیر نقطه O فرض می‌کنیم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \frac{Mm'}{r_1^2} = G \frac{mm'}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda m}{r_1^2} = \frac{m}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = 9r_2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۳

۲

$$\frac{g_h}{g_o} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{9/8} = \left(\frac{6400}{6400 + 6400} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow g_h = \frac{9/8}{4} \text{ m/s}^2$$

$$W = mg_h = 80 \times \frac{9/8}{4} = 196 \text{ N}$$

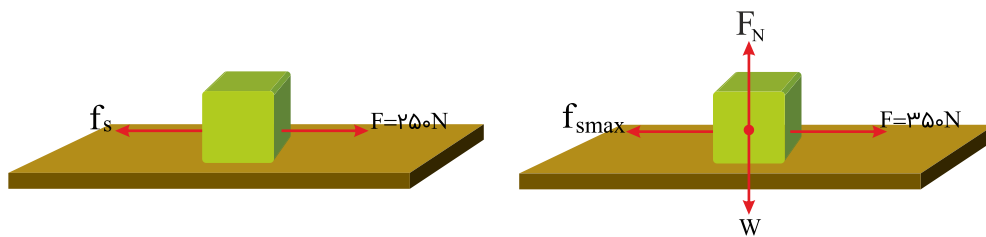
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۳

۳

نیرویی که دو نفر به هم وارد می‌کنند باهم برابر است و طبق قانون دوم نیوتن ($F = ma$) شتاب حرکت با جرم نسبت وارون دارد. شخص سبک‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و در زمان مساوی، مسافت بیشتری را طی می‌کند ($\Delta x = \frac{1}{2}at^2$). بنابراین شخص سبک‌تر در فاصله نقطه O تا A به شخص سنگین‌تر خواهد رسید.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸



$$f_s = F = 250 \text{ N}$$

$$\left. \begin{aligned} f_{s \max} &= F = 350 \text{ N} \\ f_{s \max} &= \mu_s W \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu_s \times 500 = 350 \Rightarrow \mu_s = 0.7$$

نکته: نیروی اصطکاک ایستایی f_s فرمول ندارد و اندازه آن با نیروی محرک برابر است. نیروی اصطکاک آستانه حرکت $f_{s \max}$ هم فرمول دارد و هم اندازه آن با نیروی محرک برابر است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$F - f_k = ma \xrightarrow{v=\text{ثابت} \Rightarrow a=0} k \Delta x - f_k = 0$$

$$\Rightarrow 200 \times \frac{5}{100} = \mu_k \cdot F_N \xrightarrow{F_N = mg = 50} 10 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$f_{s \max} = \mu_s \cdot F_N = 0.6 \times 60 = 36 \text{ N}$$

$$mg + F' < f_{s \max} \Rightarrow \text{جسم ساکن می ماند}$$

$$\left\{ \begin{aligned} F_N &= 60 \text{ N} \\ f_s &= mg + F' = 30 \text{ N} \end{aligned} \right. \Rightarrow R = \sqrt{60^2 + 30^2} = 30\sqrt{5} \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

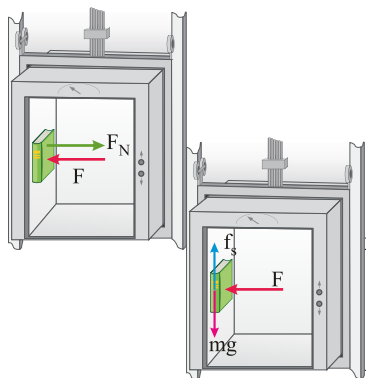
با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه ($K = \frac{p^2}{2m}$) داریم:

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{\frac{p_B^2}{2m_B}}{\frac{p_A^2}{2m_A}} \xrightarrow{K_B = \Delta K_B, p_A = p_B} \frac{\Delta K_B}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول: نیروی F_N را به دست می‌آوریم:

$$F_N = F = 32 \text{ N}$$



گام دوم: آسانسور در راستای قائم شتاب دارد. نیروی اصطکاک ایستایی باعث شتاب گرفتن کتاب روبه بالا است:

$$f_s - mg = ma \Rightarrow f_s = 2(10 + 2) = 24 \text{ N}$$

گام سوم: نیرویی که دیواره آسانسور به کتاب وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40 \text{ N}$$

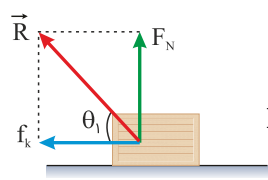
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

راه حل اول: در حالت اول چون سرعت جسم ثابت است، پس $f_k = F_1 = 10\text{ N}$ است.

$$F_N = F_v + mg = 10 + 40 = 50\text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

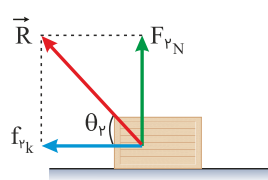
$$\tan \theta_1 = \frac{50}{10} = 5$$



$$F_{vN} = mg - F_v = 40 - 10 = 30\text{ N}$$

$$f_{vk} = \mu_k F_{vN} = \frac{1}{5} \times 30\text{ N} = 6\text{ N}$$

$$\tan \theta_v = \frac{F_{vN}}{f_{vk}} = \frac{30}{6} = 5$$



$$R = \sqrt{f_{vk}^2 + F_{vN}^2}$$

F_N و f_k را در حالت دوم، حساب می‌کنیم:

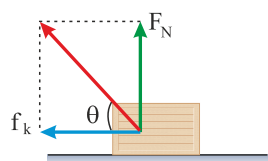
چون $\tan \theta_v = \tan \theta_1$ است، پس $\theta_v = \theta_1 < 90^\circ$ است.

راه حل دوم: اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند را از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \text{ است پس داریم:}$$

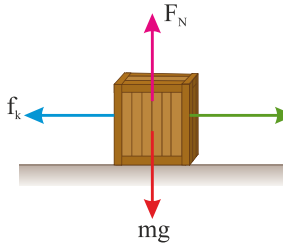
$$R = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \Rightarrow \frac{R}{F_N} = \sqrt{1 + \mu_k^2}$$

در شکل زیر $\sin \theta = \frac{F_N}{R} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_k^2}}$ است، پس تا زمانی که μ_k تغییر نکند زاویه بین نیروی سطح و f_k یا همان سطح افقی تغییر نمی‌کند؛ پس $\theta_1 = \theta_v$ است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

گام اول: شتاب حرکت جعبه را قبل از پاره شدن نخ به دست می‌آوریم:



$$F = 550 N \quad F_N = mg = 100 \times 10 = 1000 N$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5 \times 1000 = 500 N$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 550 - 500 = 100a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: سرعت جعبه را در لحظه پاره شدن نخ محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ m/s}$$

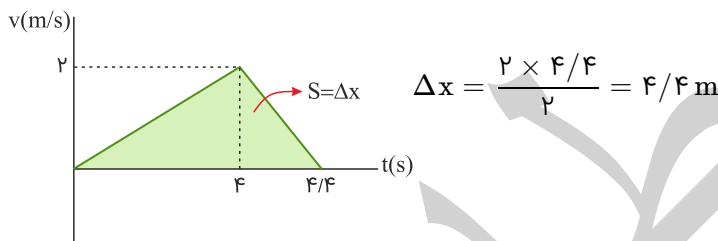
گام سوم: شتاب جعبه را از لحظه پاره شدن نخ تا لحظه توقف به دست می‌آوریم. باتوجه به اینکه پس از پاره شدن طناب فقط نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت، بر جعبه وارد می‌شود، داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow a_2 = -\mu_k g = -0.5 \times 10 = -5 \text{ m/s}^2$$

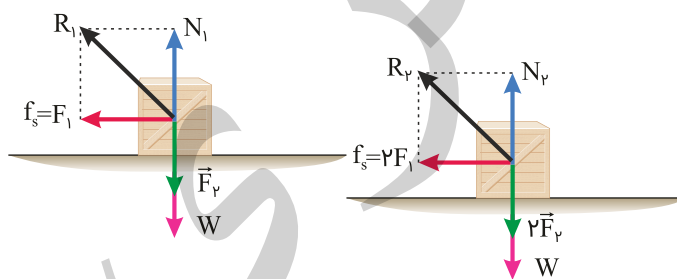
گام چهارم: مدت زمانی که طول می‌کشد تا پس از پاره شدن نخ جعبه متوقف شود را محاسبه می‌کنیم:

$$v_2 = a_2 t_2 + v_0 \Rightarrow 0 = -5t_2 + 1 \Rightarrow t_2 = 0.2 \text{ s}$$

گام پنجم: نمودار $v - t$ حرکت جعبه را رسم می‌کنیم و جابه‌جایی کل را به دست می‌آوریم:



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹



$$R_1 = \sqrt{f_s^2 + N_1^2} \Rightarrow R_1 = \sqrt{F_1^2 + (W + F_2)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{f_s^2 + N_2^2} \Rightarrow R_2 = \sqrt{(2F_1)^2 + (W + 2F_2)^2}$$

$$R_1 < R_2 < 2R_1$$

$$1 < K < 2$$

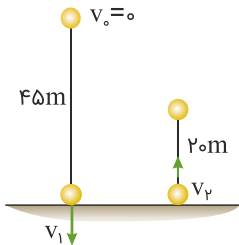
تذکر: چون W ثابت است و فقط F_1 و F_2 دو برابر شده‌اند، نمی‌توان گفت که R_2 دو برابر R_1 است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

چون وزنه متصل به فنر با شتاب ثابت a حرکت می‌کند، می‌توان گفت که نیروی کشسانی فنر برابر با نیروی برآیند وارد بر وزنه است:

$$F_e = F \Rightarrow kx = ma \Rightarrow k \times (140 - 136) = 2 \times 2 \Rightarrow k = 1 \text{ N/cm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹



$$v_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \times 10 \times 45} = 30 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m/s}$$

چون v_1 روبه پایین است با علامت منفی و v_2 با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود. طبق قانون دوم نیوتون و رابطه آن با تغییرات تکانه جسم خواهیم داشت:

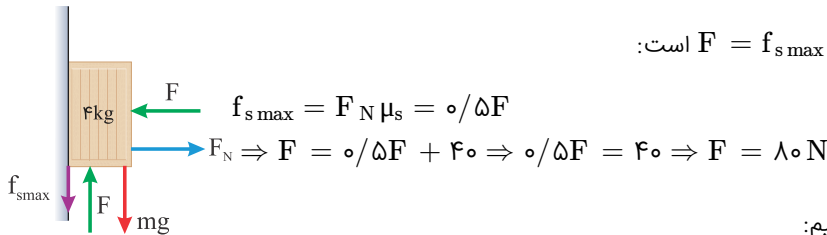
$$F = ma = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{200 \times 10^{-3} (20 - (-30))}{2 \times 10^{-3}} = 5000 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: جسم در آستانه حرکت رو به بالا است بنابراین جهت نیروی اصطکاک جنبشی رو به پایین است. همه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

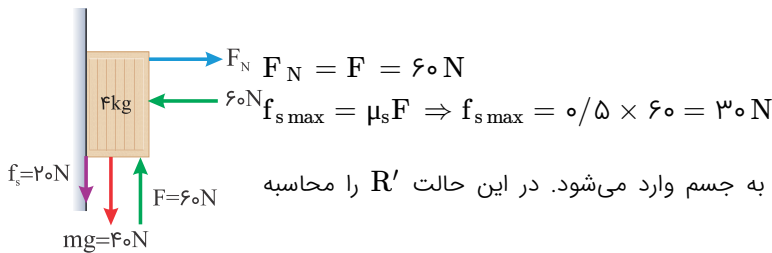
گام دوم: در حالت افقی $F = F_N$ و در حالت قائم $F = f_{s \max} + mg$ است:



گام سوم: حال F_N و $f_{s \max}$ در نهایت R را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_N = F = 80 \text{ N} \\ f_{s \max} = 0.5F = 40 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{F_N^2 + f_{s \max}^2} = \sqrt{80^2 + 40^2} = 40\sqrt{5} \text{ N}$$

گام چهارم: در حالتی که $F = 60 \text{ N}$ است وضعیت جسم را بررسی می‌کنیم:



جسم دیگر در آستانه حرکت نیست و $f_s = 20 \text{ N}$ رو به پایین به جسم وارد می‌شود. در این حالت R' را محاسبه می‌کنیم:

$$R' = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{20^2 + 60^2} = 20\sqrt{10} \text{ N}$$

گام پنجم: نسبت $\frac{R'}{R}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{40\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

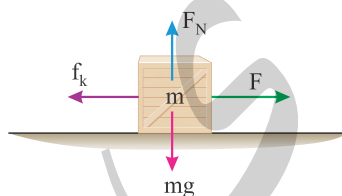
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 3 = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و از قانون دوم نیوتون f_k را به دست می‌آوریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow 177 - f_k = 36 \times \frac{3}{4} \Rightarrow f_k = 150 \text{ N}$$

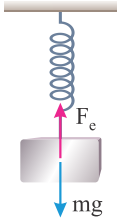


گام سوم: حال نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند یعنی برآیند نیروهای اصطکاک و عمودی سطح را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} R &= \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \\ F_N &= mg = 360 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = \sqrt{(150)^2 + (360)^2} = 390 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

در حالت اول:



$$F_e = mg \Rightarrow mg = 200(65 - 50) \times 10^{-2} = 30$$

در حالت دوم:

$$F'_e - mg = ma \Rightarrow K \Delta x' - mg = ma$$

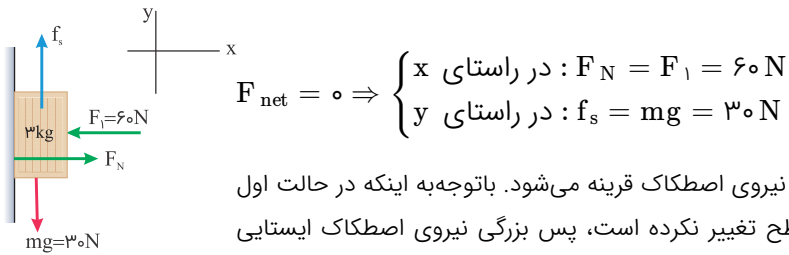
$$\Rightarrow 200(60 - 50) \times 10^{-2} - 30 = 3a \Rightarrow -10 = 3a \Rightarrow a = -\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

در لحظه باز شدن چتر، f_D (نیروی مقاومت هوا) دارای اندازه بزرگی است. باتوجه به اینکه جهت بردار سرعت در این لحظه به سمت پایین است و برآیند دو نیروی f_D و وزن به سمت بالا است، حرکت چتر باز کندشونده می شود پس تندی چتر باز کاهش می یابد. با کاهش تندی، اندازه f_D و در نتیجه برآیند دو نیروی f_D و mg نیز کم می شود. پس طبق رابطه $F_{net} = ma$ ، با کم شدن اندازه F_{net} ، اندازه a نیز کم می شود.

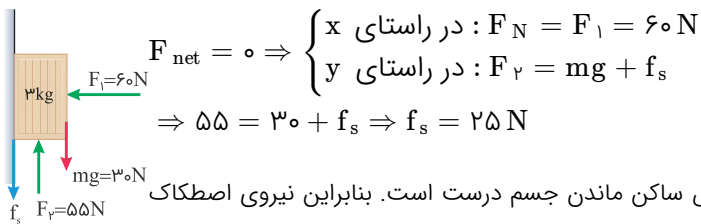
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

در حالت اول که نیروی F_1 به جسم وارد می‌شود و جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس:



با وارد شدن نیروی F_2 به جسم، چون $F_2 > mg$ است جهت نیروی اصطکاک قرینه می‌شود. باتوجه به اینکه در حالت اول $f_s = 30 \text{ N}$ بوده است و نیروی عمودی سطح و جنس دو سطح تغییر نکرده است، پس بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی بزرگ‌تر یا مساوی 30 N است.

پس در حالت دوم اگر فرض کنیم که جسم ساکن است، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با:

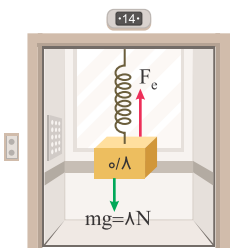


چون f_s در این حالت از $f_s = 30 \text{ N}$ در حالت اول کمتر است، پس فرض ساکن ماندن جسم درست است. بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم در این حالت $f_s = 25 \text{ N}$ است. نیروی سطح وارد بر جسم در این حالت برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 25^2} = \sqrt{(5 \times 12)^2 + (5 \times 5)^2} = 5\sqrt{12^2 + 5^2} = 5 \times 13 = 65 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم. چون جهت حرکت رو به بالا و حرکت آسانسور کندشونده است، شتاب به سمت پایین است، برآیند نیروها نیز به سمت پایین است. پس:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow mg - kx = ma$$

$$\Rightarrow 8 - 2x = 0/8 \times 2 \Rightarrow x = 3/2 \text{ cm}$$

چون جهت نیروی فنر به سمت بالا است یعنی طول فنر از طول عادی آن بیشتر شده است. پس طول فنر به $20 + 3/2 = 23/2 \text{ cm}$ می‌رسد.

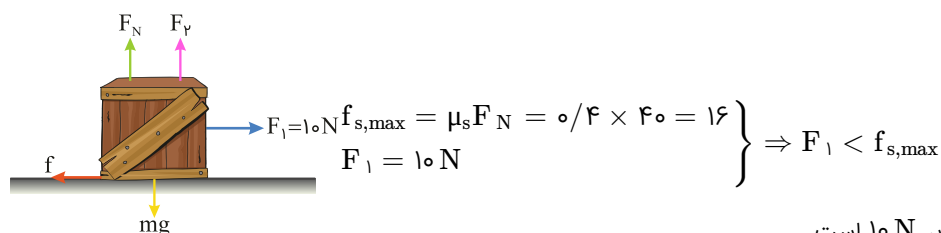
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

چون جهت شتاب حرکت رو به پایین است، می‌توان نوشت:

$$F_e = m(g - a) \Rightarrow Kx = m(g - a) \Rightarrow 200 \times 0.09 = m(10 - 1) \\ \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا شرط حرکت جسم را بررسی می‌کنیم:



پس جسم ساکن است و نیروی اصطکاک (f_s) برابر 10 N است.

اگر نیروی F_2 را افزایش دهیم، F_N کاهش می‌یابد. در این صورت داریم:

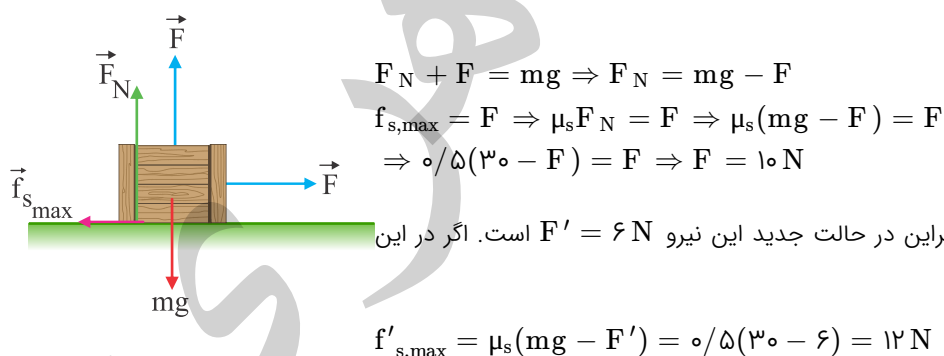
$$F_N = mg - F_2 = 40 - F_2 \Rightarrow f'_{s, \max} = 10$$

$$\Rightarrow F'_N = \frac{10}{0.4} = 25 \text{ N} \Rightarrow F_2 = 15 \text{ N}$$

تا لحظه‌ای که $F_2 = 15 \text{ N}$ شود، f_s ثابت است، پس از آن جسم شروع به حرکت می‌کند و با افزایش F_2 نیروی اصطکاک جنبشی ($f_k = \mu_k F_N$) کاهش می‌یابد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

در حالت اول، نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل هستند. با توجه به اینکه جسم حرکت نمی‌کند و در آستانه حرکت است می‌توان نوشت:



قرار است از F به اندازه ۴ نیوتون کم شود. بنابراین در حالت جدید این نیرو $F' = 6 \text{ N}$ است. اگر در این حالت $f'_{s, \max}$ را حساب کنیم، خواهیم داشت:

$$f'_{s, \max} = \mu_s (mg - F') = 0.5(30 - 6) = 12 \text{ N}$$

بنابراین همچنان جسم ساکن است و نیروی 6 N نمی‌تواند جسم را به حرکت درآورد. در این حالت اصطکاک هم‌اندازه نیروی خارجی وارد بر جسم در راستای افق یعنی همان 6 N است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

باتوجه به قانون سوم نیوتون داریم:

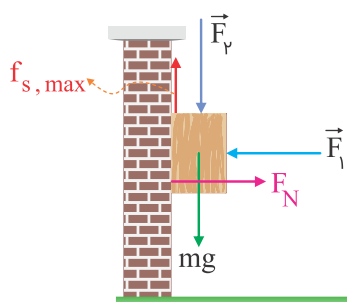
$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$F = F' \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 > m_1} a_1 > a_2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

با توجه به این که جسم در آستانه لغزش است، می‌توان نوشت:



$$f_{s,max} = F_1 + mg = 3/5 + 2/5 = 6 \text{ N}$$

نیرویی که دیوار به جسم وارد می‌کند طبق فرض سؤال برابر ۱۰ N است. این نیرو برآیند F_N و $f_{s,max}$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} \Rightarrow 10 = \sqrt{F_N^2 + 6^2} \Rightarrow F_N = 8 \text{ N}$$

حالا می‌توانیم μ_s را پیدا کنیم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow 6 = \mu_s \times 8 \Rightarrow \mu_s = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

اگر شتاب گرانش در سطح زمین g باشد، در ارتفاع خواسته شده، شتاب گرانش $\frac{1}{100}g$ است.

در ارتفاع h از سطح زمین، شتاب گرانش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$g = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

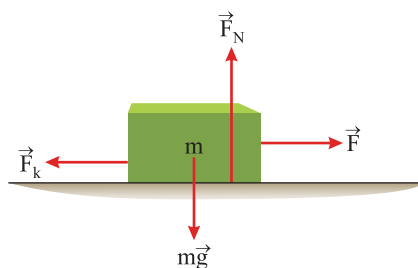
بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{100}g}{g} &= \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \\ \frac{1}{100} &= \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{10} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow R_e + h = 10R_e \\ \Rightarrow h &= 9R_e \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$x \text{ در راستای } F - f_k = ma \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m} \quad (1)$$

از رابطه مستقل از زمان:



$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{(1)} v_f^2 = 2\left(\frac{F - f_k}{m}\right)\Delta x$$

$$F \text{ بعد از قطع نیروی } -f_k = ma'$$

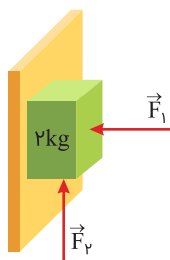
$$\xrightarrow{\text{معادله مستقل از زمان}} v_s^2 - v_f^2 = 2a'(\Delta x) \Rightarrow -v_f^2 = 2\left(\frac{-f_k}{m}\right)(\Delta x)$$

از برابری دو رابطه v_f^2 داریم:

$$2\left(\frac{F - f_k}{m}\right)\Delta x = 2\left(\frac{f_k}{m}\right)\Delta x \Rightarrow 2F - 2f_k = 2f_k \Rightarrow \frac{F}{f_k} = \frac{10}{2} = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

قبل از این که نیروی F وارد شود، نیروی وزن $W = mg = 20 \text{ N}$ و به سمت پایین است. چون جسم ساکن است، اصطکاک برابر نیروی وزن یعنی 20 N است. هنگامی که نیروی $F = 40 \text{ N}$ به جسم وارد می‌شود، 20 N آن توسط نیروی وزن خنثی می‌شود و 20 N باقی مانده نمی‌تواند باعث حرکت جسم شود چون نیروی اصطکاک ماکزیمم، 20 N است.



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

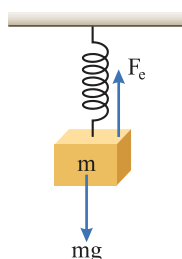
نیروی خالص برابر تغییرات تکانه نسبت به زمان است، پس:

$$F_{\text{net}} = \left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right| = \left| \frac{P_{2/5s} - P_{1s}}{2/5 - 1} \right| = \left| \frac{((2/5)^2 - 5(2/5) + 6) - ((1)^2 - 5(1) + 6)}{1/5} \right|$$

$$= \left| \frac{(\frac{4}{25} - \frac{2}{5} + 6) - (1 - 5 + 6)}{1/5} \right| \Rightarrow F_{\text{net}} = \left| \frac{-\frac{1}{5} - 2}{\frac{1}{5}} \right| = \frac{11}{1} \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

حالت اول:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = k\Delta L \Rightarrow mg = 0.1k \quad (1)$$

حالت دوم:



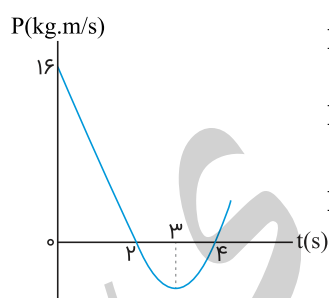
$$\begin{aligned} F_{\text{net}} = 0 &\Rightarrow F_e = f_k \Rightarrow k\Delta x = \mu F_N \\ &\Rightarrow 0.02k = (0.2)Mg \Rightarrow Mg = 0.1k \quad (2) \end{aligned}$$

به کمک رابطه‌های (۱) و (۲) نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{Mg}{mg} = \frac{0.1k}{0.1k} = 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

رابطه P با t درجه ۲ است و دو ریشه در $t = 2s$ و $t = 4s$ دارد پس معادله آن به صورت $P = k(t - 2)(t - 4)$ است. با قرار دادن $t = 0$ در رابطه بالا مقدار k به دست می‌آید:



$$P = k(t - 2)(t - 4) \xrightarrow[t=0s]{P=16 \text{ kg.m/s}} 16 = k(-2)(-4) \Rightarrow k = 2$$

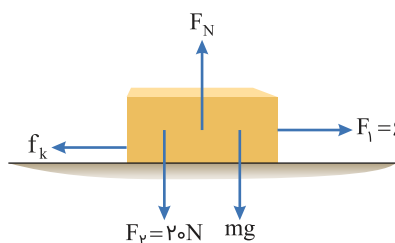
$$P = 2(t - 2)(t - 4) \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \Rightarrow P = -2 \text{ kg.m/s} \\ t = 5s \Rightarrow P = 6 \text{ kg.m/s} \end{cases}$$

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{6 - (-2)}{5 - 3} = 4 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$F_{\text{net}, y} = 0 \Rightarrow F_N = F_v + mg = 20 + 5 \times 10 = 70 \text{ N}$$

از رابطه مستقل از زمان، شتاب را به دست می‌آوریم:



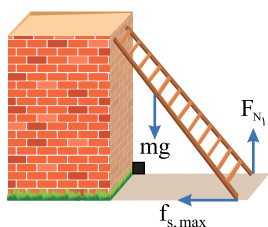
$$F_1 = 65 \text{ N} \quad v_f - v_o = a \Delta x \Rightarrow 12^2 - 0 = a \times 12 \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

$$F_{\text{net}, x} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = mg \Rightarrow 65 - f_k = 5 \times 6 \Rightarrow f_k = 35 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} = \sqrt{35^2 + 70^2} = 35\sqrt{5} \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

باتوجه به نیروهای وارد بر نردبان برای محاسبه نیروی وارد از طرف نردبان بر سطح افقی می‌توان نوشت:



$$F_{N_1} = mg = 250 \text{ N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_{N_1} = 0.4 \times 250 = 100 \text{ N}$$

اکنون برای محاسبه نیروی وارد بر سطح داریم:

$$R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,\text{max}}^2} = \sqrt{(250)^2 + (100)^2} = 50\sqrt{5^2 + 2^2} \\ \Rightarrow R = 50\sqrt{29} \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

نیروی T_1 ، نیرویی است که از طرف نخ بر گلوله اثر کرده است. در این صورت واکنش آن از طرف گلوله بر نخ اثر می‌کند. نیروی T_2 ، نیرویی است که از طرف نخ بر سقف وارد می‌شود. در این صورت واکنش آن از طرف سقف بر نخ رو به بالا اثر می‌کند. از طرفی باید توجه داشت که نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم اثر می‌کنند. در این صورت نیروهای T_1 و T_2 نمی‌توانند کنش و واکنش هم باشند.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

باتوجه به رابطه محاسبه شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین، در دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{9/8} = \left(\frac{6400}{6400 + 1600} \right)^2$$

$$\Rightarrow g_h = 6/272 \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

جرم گلوله ثابت است.

$$p_1 = mv_1 = 20 \text{ kg.m/s}$$

$$p_2 = mv_2 = 22 \text{ kg.m/s}$$

$$\text{درصد افزایش انرژی جنبشی} = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m}}{\frac{p_1^2}{2m}} \times 100 = \frac{p_2^2 - p_1^2}{p_1^2} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد افزایش انرژی جنبشی} = \frac{22^2 - 20^2}{20^2} \times 100 = \frac{(22 - 20)(22 + 20)}{400} \times 100 = \frac{84}{400} \times 100 = 21\%$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} + \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{FN}} = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow F \cos 37^\circ \cdot d + f_k \cdot d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \times 4(4^2 - 0)$$

$$\Rightarrow 40 \times 0/8 \times 1/6 - f_k \times 1/6 = 32 \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

طبق قانون اول نیوتن اگر به جسمی به‌طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، به عبارت دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\uparrow N = mg + ma = 50 + 10 = 60 \text{ N}$$

$$\downarrow N' = mg - ma = 50 - 10 = 40 \text{ N}$$

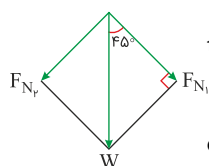
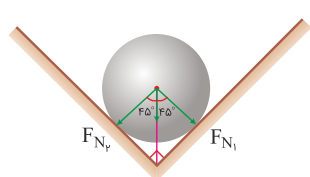
$$N - N' = 60 - 40 = 20 \text{ N}$$

نکته: وقتی بردار شتاب آسانسور رو به بالاست علامت آن مثبت و وقتی رو به پایین است علامت آن منفی است. به طور کلی نیرویی که از کف آسانسور به جسم وارد می‌شود برابر وزن ظاهری جسم بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = mg \pm ma$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

نیروهای F_{N_1} و F_{N_2} به دیواره‌ها عمودند؛ بنابراین چون دیواره‌ها برهم عمودند F_{N_1} و F_{N_2} نیز بر یکدیگر عمودند و هم‌اندازه هستند:



$$\tan 40^\circ = \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = 1 \Rightarrow F_{N_2} = F_{N_1}$$

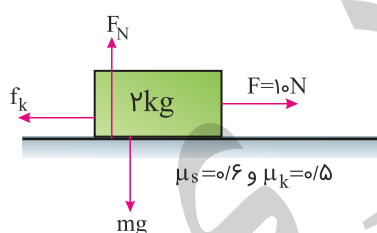
$$\cos 40^\circ = \frac{F_{N_1}}{W} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{F_{N_1}}{50} \Rightarrow F_{N_1} = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

در صورتی که آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا یا کندشونده به سمت پایین حرکت کند عدد ترازو بیشتر از وزن عدد آن هنگام سکون آسانسور است. به عبارتی هنگامی که بردار شتاب به سمت بالا باشد، عددی که ترازو نشان می‌دهد بیشتر از حالت سکون است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

با کاهش ۳۰ نیوتنی از مقدار نیروی F ، اندازه F به ۱۰ نیوتن می‌رسد.



$$F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 0.5 \times 20 = 2 \times a \Rightarrow a = 0$$

چون شتاب صفر شده است، بنابراین بردار سرعت تغییر نمی‌کند و چون قبل از کاهش نیرو جسم در حال حرکت بوده است با همان سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

سؤال ترکیبی از فصل حرکت بر خط راست و فصل دینامیک است. ابتدا از فصل حرکت بر خط راست، شتاب را به دست می‌آوریم (سؤال از کتاب درسی است).

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=36 \text{ km/h}=10 \text{ m/s}} 0 - 10^2 = 2a \times 5 \Rightarrow a = -12/5 \text{ m/s}^2$$

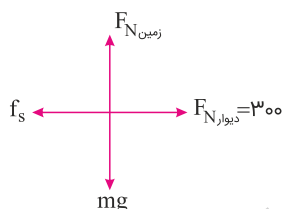
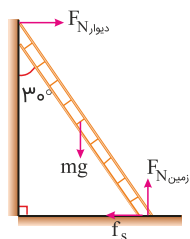
اکنون از فصل دینامیک بزرگی نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$-f_k = ma \Rightarrow -f_k = 2000 \times (-12/5) \Rightarrow f_k = 24000 \text{ N}$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.



$$\begin{cases} f_s = F_{N_{\text{دیوار}}} = 300 \text{ N} \\ F_{N_{\text{زمین}}} = mg = 400 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{f_s^2 + F_{N_{\text{زمین}}}^2} = 500 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

چون اصطکاک وجود ندارد و گلوله‌ها از حال سکون رها شده‌اند، برای هر گلوله انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن، هنگام رسیدن به زمین برابر است.

$$U = K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

بنابراین سرعت گلوله‌ها در لحظه رسیدن به زمین به جرم آن‌ها بستگی ندارد و فقط به ارتفاع و شتاب گرانش بستگی دارد که برای هر سه گلوله یکسان است؛ پس بزرگی سرعت هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول: ابتدا با استفاده از نیروی وزن، جرم توپ را به دست می‌آوریم:

$$W = F/\lambda \Rightarrow mg = F/\lambda \Rightarrow m \times 10 = F/\lambda \Rightarrow m = 0/48 \text{ kg}$$

گام دوم: دو نیروی f_D و W در نقطهٔ اوج بر هم عمودند و برآیند آن‌ها در این نقطه برابر است با:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + W^2} = \sqrt{f_D^2 + F/\lambda^2}$$

گام سوم: برآیند نیروها را طبق قانون دوم نیوتون برابر با ma قرار می‌دهیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + F/\lambda^2} = 0/48 \times \frac{65}{6} \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + F/\lambda^2} = 5/2$$

$$f_D^2 = 5/2^2 - F/\lambda^2 = (5/2 - F/\lambda)(5/2 + F/\lambda) = 0/4 \times 10 = 4 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_D = 2 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

$$\mu_s = 0/6$$

$$\mu_k = 0/3$$

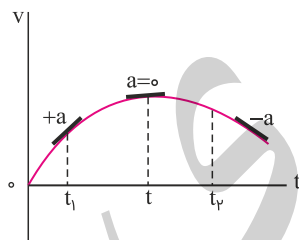
$$f_{s \text{ max}} = \mu_s N = \mu_s W = 0/6 \times 500 = 300 \text{ N}$$

چون $F < f_{s \text{ max}}$ است، جسم حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاک ایستایی هم‌اندازه با نیروی محرک وارد بر جسم است: $|f_s| = |F| = 250 \text{ N}$. نیروهایی که جسم به سطح وارد می‌کند عبارت است از: (۱) عکس‌العمل نیروی اصطکاک و (۲) عکس‌العمل نیروی عمودی سطح. پس:

$$\vec{R}' = f_s' \vec{i} + F_N' \vec{j} = 250 \vec{i} - 500 \vec{j} \text{ برحسب نیوتون}$$

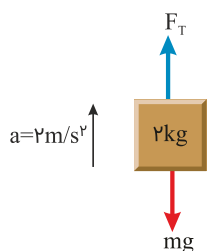
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر با شتاب حرکت است و تغییرات نیروی خالص تابع تغییرات شتاب متحرک است. ($F = ma$) از t_1 تا t اندازهٔ شتاب در حال کاهش و از t تا t_2 اندازهٔ شتاب در حال افزایش است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: در حالت اول که وزنه را به بالا می‌کشیم، نیروی کشش طناب را به دست می‌آوریم:



$$F_T - mg = ma \Rightarrow F_T - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow F_T = 24 \text{ N}$$

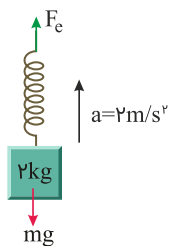
گام دوم: با دو برابر شدن نیروی کشش طناب، با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:



$$2F_T - mg = ma_2 \Rightarrow 2 \times 24 - 20 = 2 \times a_2 \Rightarrow a_2 = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب در حالت جدید $\frac{a_2}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$ برابر حالت اول است.

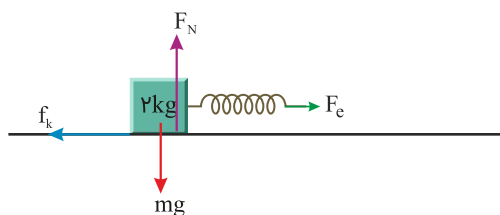
گام اول: در حالت اول باتوجه به قانون دوم نیوتون، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:



$$F_e - mg = ma \Rightarrow k\Delta x - mg = ma$$

$$\Rightarrow k \times \left(\frac{۴۲ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow k = ۲۰۰ \text{ N/m}$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون برای حالت جدید به صورت زیر است:



$$F_N = mg = ۲۰ \text{ N}$$

$$F_e - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow ۲۰۰ \times \left(\frac{۳۶ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - \mu_k \times ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow \mu_k \times ۲۰ = ۸ \Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

با استفاده از رابطه $k = \frac{P^۲}{۲m}$ به صورت نسبی، نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^۲ \times \left(\frac{m_B}{m_A} \right) = \left(\frac{۴}{۳} \right)^۲ \times \left(\frac{۵}{۸} \right) = \frac{۱۰}{۹}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1}$$

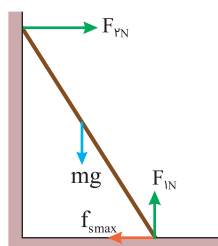
$$t_1 = 3s \Rightarrow P_1 = 15(3)^2 + 5 \times 3 = 150 \text{ kgm/s}$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow P_2 = 15(6)^2 + 5 \times 6 = 570 \text{ kgm/s}$$

$$F_{av} = \frac{570 - 150}{6 - 3} = 140 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

نردبان در حال تعادل است بنابراین برآیند نیروهایی که در هر راستا بر نردبان وارد می‌شود، صفر است، پس داریم:



$$F_{IN} - mg = 0 \Rightarrow F_{IN} = 160 \text{ N}$$

نیرویی که از طرف نردبان به سطح افقی وارد می‌شود هم‌اندازه نیرویی است که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند. این نیرو برآیند نیروهای F_{IN} و $f_{s \max}$ است:

$$R = \sqrt{F_1^2 + f_{s \max}^2} \Rightarrow (200)^2 = (160)^2 + f_{s \max}^2 \Rightarrow f_{s \max} = 120 \text{ N}$$

حالا از رابطه $f_{s \max} = F_{IN} \mu_s$ ضریب اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم:

$$f_{s \max} = F_{IN} \mu_s \Rightarrow 120 = 160 \times \mu_s \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: نیروی افقی F را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} F - f_k &= Ma \\ F_N = Mg &= 1600 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F - 1600 \times 0.2 = 160 \times \frac{1}{4} \Rightarrow F = 360 \text{ N}$$

گام دوم: در حالتی که m کیلوگرم از محتویات صندوق کم کرده‌ایم، نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه می‌کنیم:

$$F'_N = (160 - m)g$$

گام سوم: با همان اندازه $F = 360 \text{ N}$ ، شتاب دو برابر شده است:

$$F - f'_k = (160 - m)a \Rightarrow 360 - (160 - m)g \times \underbrace{\mu_k}_2 = (160 - m)0.5$$

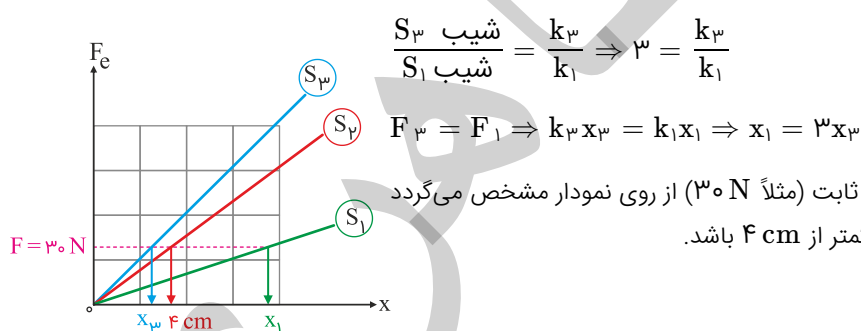
$$\Rightarrow 360 - 320 + 2m = 80 - 0.5m \Rightarrow 40 = 2.5m \Rightarrow m = 16 \text{ kg}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

در حالت اول عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه $F_{1N} = m(g + a)$ به دست می‌آید و در حالت دوم عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه $F_{2N} = m(g - 2a)$ محاسبه می‌شود پس داریم:

$$\begin{aligned} F_{1N} - F_{2N} &= \cancel{mg} + ma - \cancel{mg} + 2ma \\ \Rightarrow 270 &= 3ma = 3 \times 60 \times a \Rightarrow a = \frac{270}{180} = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰



به راحتی و با مقایسه تغییر طول فنرها در اثر اعمال نیروی ثابت (مثلاً 30 N) از روی نمودار مشخص می‌گردد که تغییر طول فنر S_1 باید بیشتر از 4 cm و فنر S_3 باید کمتر از 4 cm باشد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

$$\left. \begin{aligned} m(g - a) &= k\Delta L \\ \Rightarrow 5(10 - 2) &= 200(L_1 - L_0) \\ \text{حرکت آسانسور با شتاب } 1 \text{ m/s}^2 \text{ کند شوند رو به پایین (a رو به بالاست)} \\ m(g + a) &= k\Delta L \Rightarrow 5(10 + 1) = 200(L_2 - L_0) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} L_1 - L_0 &= 0.2 \Rightarrow L_1 = 0.2 + L_0 \\ \Rightarrow L_2 - L_0 &= 0.275 \Rightarrow L_2 = 0.275 + L_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow L_2 - L_1 = 0.075 \text{ m} = 7.5 \text{ cm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 15 - 0.2 \times 50 = 5a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 = 1 \times 2 + 0 = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 = 2 \text{ m}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

$$-\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -2 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(\Delta x) \Rightarrow 0 - 2^2 = 2(-2)(\Delta x) \Rightarrow \Delta x = 1 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 2 + 1 = 3 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

باتوجه به رابطه محاسبه نیروی خالص وارد بر جسم برحسب تغییرات تکانه می‌توان نوشت:

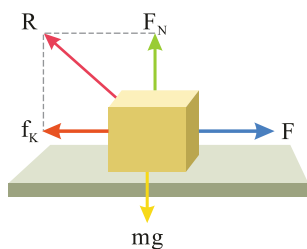
$$\vec{p} = m\vec{v}_1 = 100(\text{kgm/s})\vec{i}$$

$$\vec{F}_{\text{av}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_i = \frac{\vec{p}_2 - 100\vec{i}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_i = \frac{200\vec{i} - 100\vec{i}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{100}{4} = 25 \text{ s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا نیروی اصطکاک وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \Rightarrow 1625 = \sqrt{(1500)^2 + f_k^2} \Rightarrow f_k = 625 \text{ N}$$

اکنون برای محاسبه نیروی افقی وارد بر جسم با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} \Rightarrow 2 = \frac{F - 625}{150} \Rightarrow F = 925 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از قانون دوم نیوتون ابتدا شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{Eq}{m} \Rightarrow a = \frac{125 \times 1/6 \times 10^{-19}}{10^{-30}} \Rightarrow a = 2 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

برای محاسبه مدت زمان جابه‌جایی داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \frac{10}{100} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{13} \times t^2 \Rightarrow t^2 = 10^{-14} \Rightarrow t = 10^{-7} \text{ s}$$

$$\Rightarrow t = 100 \text{ ns}$$

برای محاسبه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در جابه‌جایی بین این دو نقطه می‌توان نوشت:

$$\Delta U = -W_E = -Eqd$$

در رابطه بالا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بر حسب ژول محاسبه می‌شود، برای تبدیل آن به الکترون-ولت کافی است رابطه اخیر بر بار الکترون تقسیم شود در این صورت داریم:

$$\Delta U = -Ed = -125 \times 0/1 = -12/5 \text{ eV}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا سرعت برخورد گلوله به سطح را حساب می‌کنیم:

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v^2 = -2 \times 10(0 - 20) \Rightarrow v = -20 \text{ m/s}$$

اکنون با استفاده از رابطه محاسبه نیروی متوسط و تغییرات تکانه داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t} = \frac{0.2(10 - (-20))}{0.2} \\ \Rightarrow F_{av} = 30 \text{ N}$$

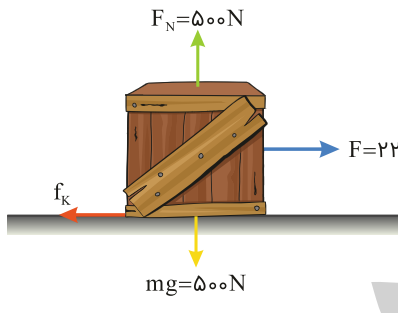
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

برای محاسبه تغییرات تکانه برحسب نیروی متوسط داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = (100 - 60) \times 1 \Rightarrow \Delta P = 40 \text{ kgm/s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از قانون دوم نیوتون ابتدا شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:



$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{F_{net}}{m} = \frac{F - f_k}{m} \\ f_k &= \mu_k F_N = 0.4 \times 500 = 200 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{220 - 200}{50} = 0.4 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (2)^2 = 0.8 \text{ m}$$

اکنون جابه‌جایی انجام شده توسط جسم را حساب می‌کنیم:

در این صورت کار نیروی F برابر است با:

$$W = Fd \cos \alpha = 220 \times 0.8 \times 1 = 176 \text{ J}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

سطح زیر نمودار نیرو- زمان با تغییرات تکانه برابر است:

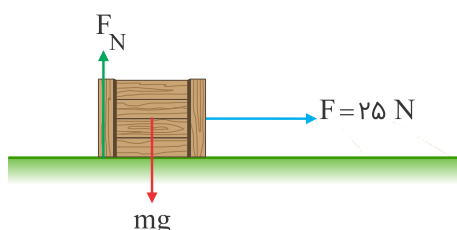
$$\Delta p = \frac{(v_0 + \omega_0)}{v} \times v_0 = 700 \text{ N.s}$$

اکنون باتوجه به رابطه محاسبه نیروی خالص داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{700}{50} = 14 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا مشخص می‌کنیم جسم می‌تواند حرکت کند یا خیر؟!



$$F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = 60 \text{ N}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.75 \times 60 = 45 \text{ N}$$

چون $F < f_{s,max}$ است، جسم ساکن می‌ماند. پس داریم:

$$f_s = F = 25 \text{ N}$$

در این صورت نیروی سطح تکیه‌گاه برابر است با:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{(25)^2 + (60)^2} = \sqrt{5^2(25 + 144)} = 65 \text{ N}$$

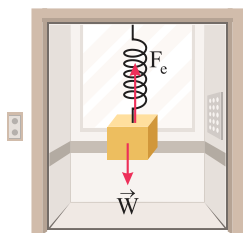
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

باتوجه به رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{P^2}{2m} \\ P_A &= P_B \\ K_A &= 4K_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow 4 = 1 \times \frac{m_B}{2} \Rightarrow m_B = 8 \text{ kg}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

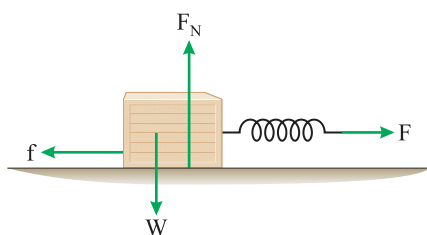
نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم؛ طبق قانون دوم نیوتن در راستای قائم داریم:



$$\begin{aligned} F_{\text{net}, y} &= ma \Rightarrow F_e - W = ma \Rightarrow F_e - 3 \times 10 = -3/2 \\ \Rightarrow F_e &= 24 \text{ N} \Rightarrow k\Delta x = 24 \Rightarrow 400(x_p - 0/42) = 24 \\ \Rightarrow x_p &= \frac{24}{400} + 0/42 = 0/48 \text{ m} \Rightarrow x_p = 48 \text{ cm} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

در حالت اول: قبل از این که $F = 47/5 \text{ N}$ شود، نیروی اصطکاک ایستایی داریم:



$$\begin{aligned} F_{\text{net}, x} &= 0 \Rightarrow F - F_s = 0 \Rightarrow F_e = F_s \\ \Rightarrow k\Delta x &= F_s \Rightarrow \mu_s \times F_N = k\Delta x \\ \Rightarrow \mu_s &= \frac{k\Delta x}{F_N} = \frac{400 \times 0/075}{50} = 0/6 \end{aligned}$$

در حالت دوم: جسم شروع به حرکت می‌کند:

$$\begin{aligned} F_{\text{net}, x} &= ma \Rightarrow F_e - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k F_N = ma \\ \Rightarrow \mu_k &= \frac{k\Delta x - ma}{F_N} \Rightarrow \mu_k = \frac{400 \times 0/075 - 10}{50} = 0/4 \end{aligned}$$

خواسته سوال:

$$\frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{0/6}{0/4} = \frac{3}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

می‌دانیم مساحت زیر نمودار $F - t$ بیانگر تغییرات تکانه است، پس در بازه $t_1 = 1\text{ s}$ تا $t_2 = 5\text{ s}$ مساحت زیر نمودار را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{(1\text{ s}, 5\text{ s})} = (1 \times (-2)) + (1 \times 2) + (1 \times 3) = 3\text{ N.s}$$

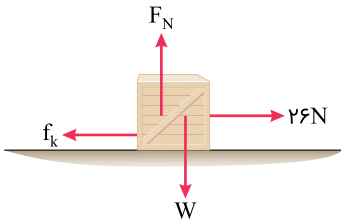
$$S = \Delta P \Rightarrow 3 = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{3}{5/5} = 6\text{ m/s}$$

حال برای محاسبه شتاب از تغییرات سرعت به دست آمده کمک می‌گیریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6}{5-1} = 1.5\text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

دیagram آزاد نیروها را رسم می‌کنیم:



دقت کنید چون جسم در حال حرکت است f_k داریم.

$$F_{\text{net}, y} = 0 \Rightarrow W = F_N \Rightarrow F_N = 5 \times 10 = 50\text{ N}$$

$$F_{\text{net}, x} = ma \Rightarrow 26 - f_k = ma \Rightarrow 26 - (0.4 \times 50) = 5a \Rightarrow a = 1.2\text{ m/s}^2$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{50^2 + 20^2} = 10\sqrt{29}\text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_{3\text{ s}} - P_{1\text{ s}}}{3 - 1} = \frac{3 - (-3)}{2} = 3\vec{i}$$

$$P_{3\text{ s}} = (3 \times 3 - 6) = 3\text{ kg.m/s}$$

$$P_{1\text{ s}} = (3 \times 1 - 6) = -3\text{ kg.m/s}$$

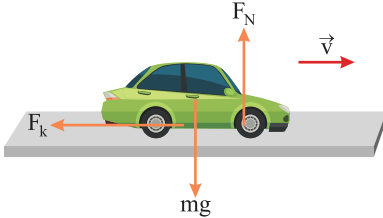
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

ابتدا با استفاده از روابط حرکت شناسی، شتاب توقف را حساب می‌کنیم:

$$54 \text{ km/h} \div 3.6 = 15 \text{ m/s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - (15)^2 = 2a \times 22/5 \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

نیروی خالص وارد بر اتومبیل هنگام ترمز نیروی اصطکاک است، پس:

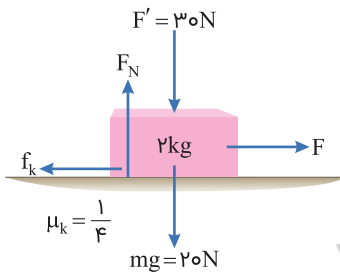


$$\begin{aligned} \vec{f}_k &= m\vec{a} \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \\ \Rightarrow -\mu_k \times 10 &= -5 \Rightarrow \mu_k = 0.5 \end{aligned}$$

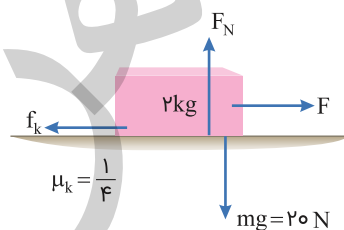
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

روش اول: روش کلاسیک

برای هر دو حالت قانون دوم نیوتن را می‌نویسیم ابتدا حالت دوم سپس اول را می‌نویسیم. زیرا مجهول مسأله در حالت اول قرار دارد.



$$\begin{cases} a_y = 0 \Rightarrow F_N = 30 + 20 = 50 \\ a_x = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow F = \mu_k F_N = \frac{1}{4} \times 50 = 12.5 \text{ N} \end{cases}$$



$$\begin{cases} a_y = 0 \Rightarrow F_N = mg = 20 \text{ N} \\ F - f_k = ma \Rightarrow 12.5 - \frac{1}{4} \times 20 = 2 \times a \Rightarrow a = 3/75 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

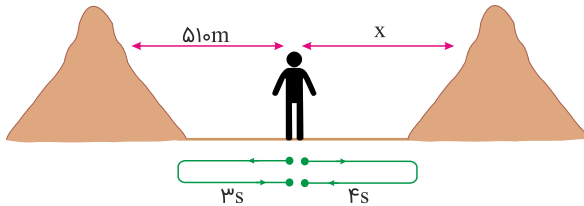
روش دوم: تنها نیروی متغیر وارد بر جسم نیروی اصطکاک است، پس:

$$\begin{aligned} |\Delta \vec{F}| &= m|\Delta \vec{a}| \Rightarrow \mu_k \Delta F_N = m\Delta a \Rightarrow \frac{1}{4} \times 30 = 2 \times |0 - a| \\ \Rightarrow 7.5 &= 2a \Rightarrow a = 3/75 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گزینه ۲

۱



صدا مسافت ۵۱۰m را در مدت ۱/۵s طی می‌کند و همین صدا مسافت x را در مدت ۲s طی می‌کند. بنابراین باتوجه به ثابت بودن سرعت صوت می‌توان نوشت:

$$\frac{510 \text{ m}}{1/5 \text{ s}} = \frac{x \text{ (m)}}{2 \text{ s}} \Rightarrow x = 680 \text{ m}$$

$$\text{فاصله دو صخره} = 510 + 680 = 1190 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۳

۲

با توجه به نقش موج درمی‌یابیم که طول موج برابر با ۵cm است. به این ترتیب دوره تناوب آن را می‌توان بدست آورد:

$$\lambda = vT \Rightarrow 5 = 20T \Rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$

زمان $\frac{1}{\lambda}$ s نصف دوره تناوب است که در این مدت، مسافتی که یک ذره از طناب طی می‌کند ۲ برابر دامنه نوسان است. بنابراین:

$$x = 2A = 2 \times 2 = 4 \text{ cm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۴

۳

چون از تلفات انرژی صرف نظر شده است بنابراین انرژی مکانیکی پایسته است. در نتیجه:

$$\begin{cases} E = K + U \\ K = U \end{cases}$$

$$\Rightarrow E = 2K \Rightarrow 2\pi^2 m A^2 f^2 = 2 \times \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)$$

$$\Rightarrow 2\pi^2 (5)^2 (10)^4 = v^2 \Rightarrow v = 50\pi\sqrt{2} \text{ cm/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

با توجه به داده‌های سوال براحتی می‌توان دوره تناوب و دامنه نوسان را بدست آورد و به کمک رابطه $v_m = A\omega$ می‌توان بیشینه سرعت نوسانگر را حساب کرد:

$$T = 2 \times 1 = 2 \text{ s}$$

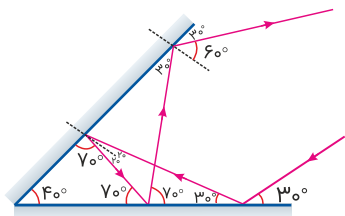
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T=2s} \omega = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$A = \left(\frac{f}{\gamma}\right) \text{ cm} = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

$$v_m = A\omega \xrightarrow{A=0.02\text{m}, \omega=\pi} v_m = 0.02 \times \pi = 0.02\pi \text{ m/s} = 2\pi \text{ cm/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

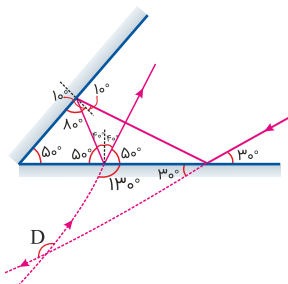
زوایای تابش و بازتاب باهم برابرند. مجموع زاویه‌های داخل مثلث 180° است.



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$D = 130^\circ + 30^\circ = 160^\circ$$

نکته: برای درست فهمیدن این سؤال باید به کلمه امتداد پرتوها دقت شود.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

بسامد نور ثابت است و با تغییر محیط انتشار نور، تغییر نمی‌کند.

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow 0.6 \times 10^{-6} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda' = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.45 \times 10^{-6} = \frac{v}{5 \times 10^{14}} \Rightarrow v = 2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

بسامد زاویه‌ای تمام نقاط طناب باهم برابر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

دو رابطه تندی انتشار موج را با هم ترکیب می‌کنیم و با جایگذاری مقادیر در آن، سطح مقطع سیم را بدست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{V}{f} \rightarrow V = \lambda f \\ V &= \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda f = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\frac{2}{10} \times 600 = \sqrt{\frac{36}{10^3 \times A}} \Rightarrow A = \frac{1}{4} \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A = \frac{1}{4} \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times 10^6 \left(\frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2} \right) = \frac{1}{4} \text{ mm}^2 = 0.25 \text{ mm}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

شدت صوت هزار برابر شده است؛ پس داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^3$$

از رابطه $\beta_2 - \beta_1 = 10(\text{dB}) \log \frac{I_2}{I_1}$ می‌توان تغییر تراز شدت صوت را حساب کرد:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log 10^3 \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 30 \text{ dB}$$

پس تراز شدت صوت ۳۰ dB افزایش یافته است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

باتوجه به اینکه در هر دوره نوسانگر ۲ بار تغییر جهت می‌دهد، در هر نصف دوره یک‌بار تغییر جهت می‌دهد. کافی است مشخص کنیم Δt با T چه رابطه‌ای دارد. برای این منظور ابتدا دوره تناوب (T) و سپس Δt را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{2} = \frac{1}{4} \text{ s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{9}{4} \text{ s}$$

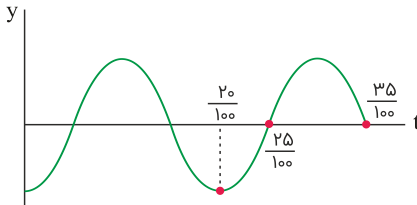
$$\frac{\Delta t}{\frac{T}{2}} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{1}{4}} = 9 \Rightarrow 9 \text{ بار تغییر جهت}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{0.4}{v} = 0.2 \text{ s}$$

تا لحظه $t_1 = 0.25 \text{ s}$ نقطه M از $y = -A$ به $y = 0$ رسیده است، در واقع بعد از یک نوسان کامل از $y = 0$ حرکت روبه‌بالا دارد.
در لحظه $t = 0.35$ نقطه M مجدداً در نقطه $y = 0$ قرار دارد و حرکت آن روبه‌پایین است. از قبل هم می‌دانیم در $y = 0$ تندی نوسانگر بیشینه است پس حرکت آن ابتدا کندشونده و سپس تندشونده بوده است.
(نمودار مکان- زمان حرکت ذره M را مشاهده می‌کنید)



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

از معادله پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E = K + U = K_{\max} \Rightarrow K + 0.4 = 0.8 \Rightarrow K = 0.4 \text{ mJ}$$

تندی نوسانگر را از رابطه انرژی جنبشی به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{4}{10} \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times v^2 \\ \Rightarrow v^2 = 80 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v = 4\sqrt{5} \times 10^{-2} \text{ m/s} = 4\sqrt{5} \text{ cm/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

همان‌طور که از نمودار نتیجه می‌شود $A = 2 \text{ cm}$ و زمانی که طول می‌کشد تا انرژی جنبشی از صفر به بیشینه برسد برابر با $\frac{T}{4}$ است:

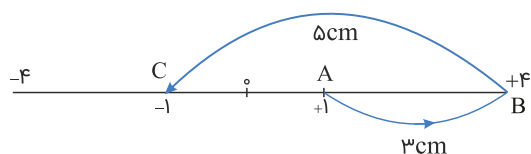
$$\frac{T}{4} = 0.05 \rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

در $x = 0$ انرژی جنبشی و تندی جسم بیشینه است.

$$v_m = A\omega = A \frac{2\pi}{T} = 2 \times 10^{-2} \frac{2\pi}{0.2} = \frac{\pi}{5} \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

دامنه نوسان 4 cm است و با توجه به فرض سوال، نوسانگر از نقطه A می‌گذرد و پس از بازگشت از نقطه B به حرکت ادامه می‌دهد و از نقطه C می‌گذرد.



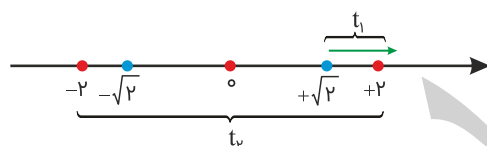
مسافت پیموده‌شده برابر با 8 cm است (که همان طول پاره‌خط بوده) که در نصف دوره طی می‌شود. بنابراین:

$$f = 5\text{ Hz}, T = \frac{1}{5}\text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} = 0.1\text{ s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ به A برسد برابر با $\frac{T}{8}\text{ s}$ است.



و زمانی که طول می‌کشد تا برای اولین بار از A به $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ برسد، $\frac{3T}{8}\text{ s}$ است؛ پس کل زمان حرکت $\frac{T}{2} + \frac{3T}{8} = \frac{5T}{8}\text{ s}$ است.

$$f = \frac{1}{4}\text{ Hz} \Rightarrow T = 4\text{ s} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} = 2\text{ s}$$

کل جابه‌جایی نوسانگر:

$$\Delta x = -\sqrt{2} - \sqrt{2} = -2\sqrt{2}\text{ cm}$$

حالا سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow V_{av} = \frac{-2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}\text{ m/s} \Rightarrow |v_{av}| = \sqrt{2}\text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

در سونوگرافی از بازتاب امواج فراصوتی و در دستگاه سونار کشتی‌ها از بازتاب امواج صوتی استفاده می‌شود؛ در رادار دوپلری و اجاق خورشیدی از بازتاب امواج الکترومغناطیسی استفاده می‌شود.

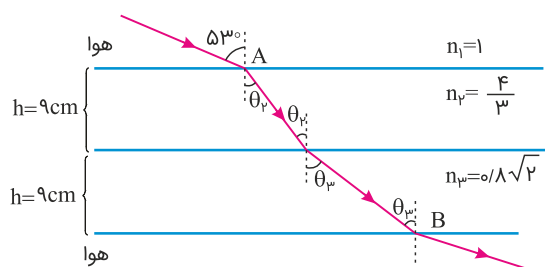
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: سرعت نور را در محیط‌های ۲ و ۳ به دست می‌آوریم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{n_1}{n_2} \times v_1 = \frac{1}{\frac{4}{3}} \times 3 \times 10^8 = \frac{9}{4} \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$v_3 = \frac{n_1}{n_3} \times v_1 = \frac{1}{\frac{4}{5}\sqrt{2}} \times 3 \times 10^8 = \frac{15}{4\sqrt{2}} \times 10^8$$

گام دوم: زاویه‌های θ_2 و θ_3 را محاسبه می‌کنیم:



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \frac{\lambda}{10} = \frac{4}{3} \times \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{6}{10} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 \Rightarrow \frac{4}{3} \times \frac{6}{10} = \frac{\lambda}{10} \sqrt{2} \sin \theta_3 \Rightarrow \sin \theta_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_3 = 45^\circ$$

گام سوم: به کمک زاویه‌های به دست آمده طول پاره‌های OA و OB را به دست می‌آوریم:

$$OA = \frac{h}{\cos \theta_2} = \frac{9}{\frac{4}{5}} = \frac{45}{4} \text{ cm}$$

$$OB = \frac{h}{\cos \theta_3} = \frac{9}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{9\sqrt{2}}{1} \text{ cm}$$

گام چهارم: مدت زمانی که نور در هریک از محیط‌های (۲) و (۳) بوده را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta t_2 = \frac{OA}{v_2} = \frac{\frac{45}{4} \times 10^{-2}}{\frac{9}{4} \times 10^8} = 5 \times 10^{-10} \text{ s} = 5/5 \text{ ns}$$

$$\Delta t_3 = \frac{OB}{v_3} = \frac{\frac{9\sqrt{2}}{1} \times 10^{-2}}{\frac{15}{4\sqrt{2}} \times 10^8} = \frac{72}{15} \times 10^{-10} = 4/8 \times 10^{-10} \text{ s} = 5/48 \text{ ns}$$

گام پنجم: مدت زمانی که طول می‌کشد تا نور از A به B برسد را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t = \Delta t_2 + \Delta t_3 = 5/5 + 5/48 = 5/98 \text{ ns}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

اساس کار میکروفون سهموی بازتاب پرتوهای صوتی؛ دستگاه لیتوتریپسی بازتابنده‌های بیضوی و دستگاه کنترل سرعت مکان‌یابی پژواکی امواج الکترومغناطیس به همراه اثر دوپلر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

ابتدا ترکیب دو رابطه $\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ و $\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$ را برای ناظرهای A و B می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}\beta_A - \beta_B &= 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \beta - \frac{5}{6}\beta = 10 \log \left(\frac{r_2}{r}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{6}\beta &= 10 \log r_2^2 \Rightarrow \beta = 36 \text{ dB}\end{aligned}$$

حالا رابطه $\frac{r_1}{r_2} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{\frac{1}{2}}$ را برای ناظرهای A و C می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}\beta_A - \beta_C &= 10 \log \left(\frac{r_C}{r_A}\right)^2 \Rightarrow 36 - \beta_C = 10 \log \left(\frac{r_2}{r}\right)^2 \\ \Rightarrow 36 - \beta_C &= 40 \log 2 = 12 \Rightarrow \beta_C = 24 \text{ dB}\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: ابتدا طول موج و دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم. باتوجه به نمودار $\frac{\lambda}{v} = 5 \text{ cm}$ است. طبق رابطه $\lambda = v.T$ ، دوره نوسان نقاط موج برابر است با:

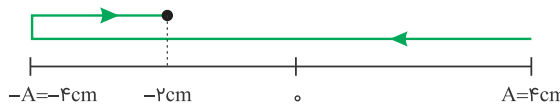
$$\lambda = v.T \Rightarrow 5/1 = 5/2 \times T \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ (s)}$$

چون مدت زمان بین t_1 تا $t_1 + \frac{1}{f}$ برابر نصف دوره است، نقطه M از مکان $x = +3 \text{ cm}$ به مکان $x = -3 \text{ cm}$ می‌رسد. پس جابه‌جایی نوسانگر برابر $\Delta x = -6 \text{ cm}$ است. طبق رابطه سرعت متوسط، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6}{\frac{1}{4}} = -24 \text{ cm/s} \Rightarrow |v_{av}| = 24 \text{ cm/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

ابتدا دوره نوسان را به دست می‌آوریم و معادله حرکت نوسانگر را می‌نویسیم. باتوجه به نمودار صورت سؤال، زمان $\frac{1}{3}S$ برحسب دوره نوسان برابر است با:



$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{4T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2T}{3} \Rightarrow T = 1 (s)$$

معادله مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 0.07 \cos(2\pi t)$$

مکان متحرک در $t = \frac{3}{16} s$ را به دست می‌آوریم:

$$x = 0.07 \cos\left(2\pi \times \frac{3}{16}\right) = 0.07 \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) = -0.02\sqrt{2}$$

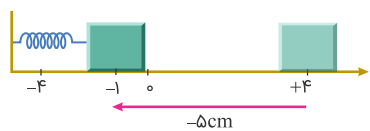
متأسفانه همانطور که می‌دانیم چون $x = 0$ و $x = \pm A$ است در این مکان ما توانایی به دست آوردن انرژی جنبشی را نداریم. اما راه حل آن به صورت زیر است:

$$\frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 = \left(\frac{A^2 - x^2}{A^2}\right) = \left(\frac{7^2 - (2\sqrt{2})^2}{7^2}\right) \Rightarrow \frac{K}{E} = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

حداقل مسافتی که نوسانگر در این شرایط طی می‌کند $8 \text{ cm} = 5 + 3$ است.

نوسانگر در هر نوسان کامل $4A = 16 \text{ cm}$ را طی می‌کند بنابراین در بازه زمانی ۲ ثانیه‌ای نوسانگر 8 cm یا $2A$ را طی کرده پس $t = \frac{T}{2} = 2 \text{ s}$ است:



$$\frac{T}{2} = 2s \Rightarrow T = 4s \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

حال انرژی مکانیکی نوسانگر را از رابطه $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$ به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times \left(\frac{4}{100}\right)^2 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ J} = 0.4 \text{ mJ}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2}\lambda = 450 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 300 \text{ nm}$$

سپس دوره موج را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{\lambda}{c} = \frac{300 \times 10^{-9}}{3 \times 10^8} = 10^{-15} \text{ s}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) درست: دوره نوسان موج 10^{-15} s است.

(۲) نادرست: بسامد موج 10^{15} Hz است.

(۳) نادرست: مسافتی که موج در یک ثانیه طی می‌کند $3 \times 10^8 \text{ m}$ است.

(۴) نادرست: ناحیه نور مرئی بین 400 nm تا حدود 700 nm است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{5}{4}\lambda = 10 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 8 \text{ cm}$$

گام دوم: دوره تناوب موج را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{8 \times 10^{-2}}{4} = \frac{2}{100} \text{ s}$$

گام سوم: تعداد نوسان‌های هر ذره را در مدت $\frac{25}{100} \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{0/25}{0/02} = 12/5$$

گام چهارم: مسافتی که هر ذره در یک دوره تناوب انجام می‌دهد $4A$ است بنابراین هر ذره در مدت $0/25 \text{ s}$ ، مسافت $4A \times 12/5$ را طی می‌کند:

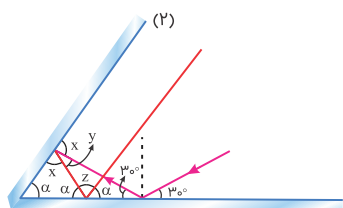
$$\ell = 4A \times 12/5 = 50A$$

گام پنجم: حال از رابطه تندی متوسط دامنه را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{50A}{0/25} \Rightarrow A = \frac{1/5}{50} = \frac{3}{100} \text{ m} \Rightarrow A = 3 \text{ cm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

پرتویی که برای اولین بار از آینه (۱) بازتاب می‌شود موازی آینه (۲) است پس باید زاویه آن با سطح آینه (۱)، α باشد حال به کمک رابطه بین زوایای داخلی مثلث، مجموع زوایای مکمل و قوانین بازتاب، پرتوها را مانند شکل زیر رسم می‌کنیم و زاویه α را به دست می‌آوریم:



$$x + \alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 2\alpha \quad (I)$$

$$y + 2x = 180^\circ \xrightarrow{(I)} y = 180^\circ - 2(180^\circ - 2\alpha) \Rightarrow y = 4\alpha - 180^\circ \quad (II)$$

$$\alpha + Z + \alpha = 180^\circ \Rightarrow Z = 180^\circ - 2\alpha \quad (III)$$

$$(1) y + Z + \alpha + 30^\circ = 180^\circ \xrightarrow{(II), (III)} 4\alpha - 180^\circ + 180^\circ - 2\alpha + \alpha + 30^\circ = 180^\circ \\ \Rightarrow 3\alpha = 150^\circ \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

زاویه انحراف برای دو آینه متقاطع، اگر پرتو از هر آینه تنها یک بار بازتاب شود، دو برابر زاویه حاده بین دو آینه است. پس زاویه خواسته شده برابر است با:

$$2\alpha = 2 \times 50 = 100$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

با استفاده از رابطه محاسبه انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E = U + K = 20 \text{ mJ}$$

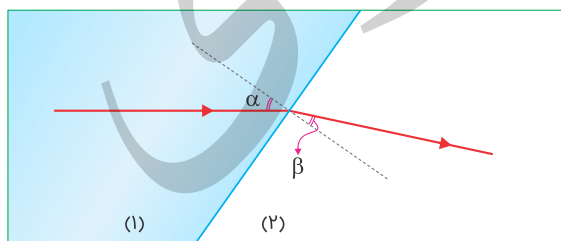
$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow 20 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 4 \times 10^{-4} \omega^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{20}{0.02} = 1000 \Rightarrow \omega = \sqrt{1000\pi^2} = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{10\pi}{2\pi} = 5 \text{ Hz}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

هر زاویه‌ای که جبهه‌های موج با مرز دو محیط می‌سازند، زاویه پرتو با خط عمود هم همان است. بنابراین نمودار پرتوی مربوط به این سؤال مطابق شکل زیر است:

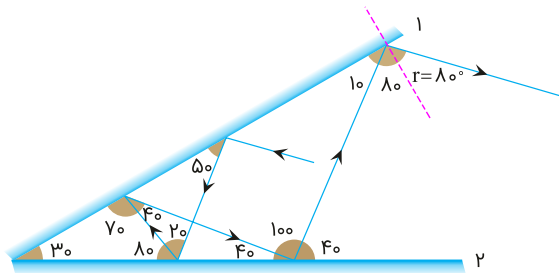


حال می‌توان طبق قانون عمومی شکست نوشت:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{0.6}{0.5} = \frac{6}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

با رسم امتداد پرتو تابش و استفاده از قانون بازتاب عمومی نتیجه می‌شود، آخرین زاویه بازتابش برابر ۸۰° است.



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

لازم است دوره تناوب موج را به دست آوریم. برای این کار به طول موج نیاز داریم. با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\frac{5\lambda}{4} = 25 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.2}{10} = 0.02 \text{ s}$$

حالا عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

عبارت (الف) نادرست است. چون تندی موج 10 m/s است، موج در هر ثانیه 10 متر پیشروی می‌کند.

عبارت (ب) درست است. زیرا 0.01 ثانیه معادل $\frac{T}{2}$ است و هر ذره محیط در این مدت مسافتی به اندازه 2 برابر دامنه موج یعنی 4 cm طی می‌کند.

عبارت (پ) نادرست است. زیرا جابه‌جایی در مدت $\frac{T}{2}$ به این بستگی دارد که در ابتدای این مدت این ذره در چه فاصله‌ای از مرکز نوسان خودش قرار دارد و به کدام سمت می‌رود.

عبارت (ت) درست است. هر ذره در مدت یک دوره تناوب، یک نوسان کامل انجام داده و به محل اول خود برمی‌گردد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

ابتدا دوره حرکت را حساب می‌کنیم:

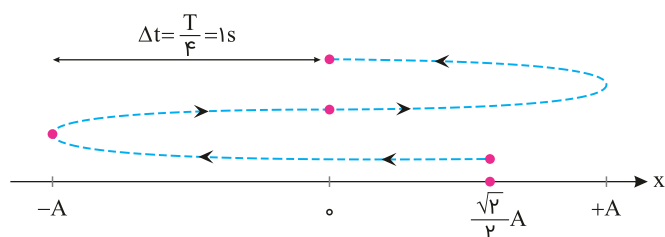
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{\tau} \Rightarrow T = \tau s$$

اکنون دو لحظه مشخص شده را بر حسب دوره حرکت می‌نویسیم:

$$t_1 = 0/\omega s \Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{\lambda}$$

$$t_2 = \omega s \Rightarrow \frac{t_2}{T} = \frac{\omega}{\tau} \Rightarrow t_2 = T + \frac{T}{\tau}$$

مکان جسم در لحظه $t_1 = 0/\omega s$ را مشخص می‌کنیم:



$$x = 0/\omega \cos \frac{\pi}{\tau} t \xrightarrow{t_1=0/\omega s} x = 0/\omega \cos \frac{\pi}{\tau} = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

در حرکت جسم از $(-A)$ تا نقطه O ، شتاب و سرعت در جهت محور x هستند. پس مدت زمان خواسته شده برابر یک ثانیه است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

باتوجه به مسیر حرکت پرتو نور می‌توان نتیجه گرفت:

$$\theta_3 > \theta_F = \theta_1 > \theta_2$$

در این صورت برای مقایسه تندی حرکت نور می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} &= \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{\theta_1 > \theta_2} v_1 > v_2 \\ \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_F} &= \frac{v_3}{v_F} \xrightarrow{\theta_3 > \theta_F} v_3 > v_F \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_3 > v_F = v_1 > v_2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا دوره تناوب را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

مکان نوسانگر را نیز در $t_1 = \frac{1}{12} \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$x = 0.02 \cos(4\pi \times \frac{1}{12}) = 0.02 \cos(\frac{\pi}{3}) = 0.01 \text{ s}$$

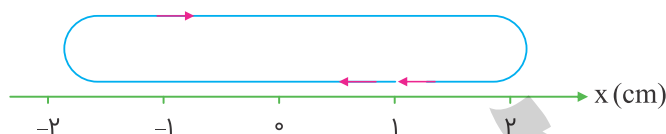
چون $\frac{1}{12} \text{ s}$ از $\frac{T}{4}$ کوچک‌تر است، پس نوسانگر در این لحظه در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است.



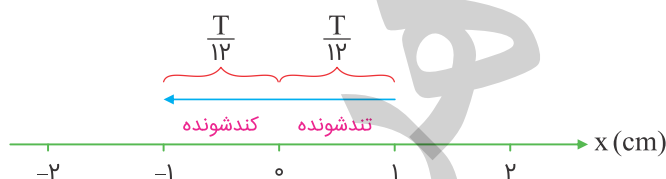
حالا باید ببینیم $(t_2 - t_1)$ چند برابر دوره تناوب است:

$$\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{\frac{7}{6} - \frac{1}{12}}{\frac{1}{2}} = \frac{13}{6} \Rightarrow t_2 - t_1 = 2T + \frac{T}{6}$$

یعنی نوسانگر در این مدت دو نوسان کامل انجام می‌دهد و $\frac{T}{6}$ دیگر هم به حرکت خود ادامه می‌دهد.



مطابق شکل در هر نوسان کامل، به مدت $2 \times \frac{T}{4}$ در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است و حرکت آن تندشونده است. پس در ۲ نوسان کامل، به مدت $4 \times \frac{T}{4}$ حرکت نوسانگر تندشونده است. از طرفی می‌دانیم در مدت $\frac{T}{6}$ نوسانگر از $+\frac{A}{2}$ به $-\frac{A}{2}$ می‌رسد که در مدتی که از $\frac{A}{2}$ به ۰ می‌رود حرکت آن تندشونده است.



بنابر این توضیحات، در مدت‌زمان گفته‌شده، نوسانگر به مدت $T + \frac{T}{12}$ حرکت تندشونده داشته است.

$$T + \frac{T}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{24} = \frac{13}{24} \text{ s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

امواج صوتی جزو امواج مکانیکی هستند و برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند. پرتوهای x ، امواج رادیویی و پرتوهای فرسرخ جزو امواج الکترومغناطیسی بوده و برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

می‌دانیم اختلاف کمترین و بیشترین طول فنر برابر $۲A$ است پس:

$$\omega_0 - \varphi_0 = ۲A \Rightarrow ۱۰ = ۲A \Rightarrow A = ۵ \text{ cm}, x_0 = ۴۵ \text{ cm}$$

برای محاسبه بسامد زاویه‌ای از رابطه کمک می‌گیریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{۲۰۰}{۲}} = ۱۰ \text{ rad/s}$$

از رابطه $a = -\omega^2 x$ در لحظه‌ای که شتاب ۲ m/s است، طول فنر را به دست می‌آوریم:

$$a = -\omega^2 x_1 \Rightarrow ۲ = -(۱۰)^2 x_1 \Rightarrow x_1 = -۰/۰۲ \text{ m} = -۲ \text{ cm}$$

$$\text{طول فنر در این لحظه: } x = x_0 + x_1 = ۴۵ + (-۲) = ۴۳ \text{ cm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

از روی نمودار مشخص است $T + \frac{T}{۴}$ برابر $۰/۵ \text{ s}$ شده، پس:

$$\frac{۵}{۴}T = ۰/۵ \Rightarrow T = ۰/۴ \text{ s}$$

سرعت نوسانگر را در لحظات $t_1 = ۰/۱ \text{ s}$ و $t_2 = ۰/۸ \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

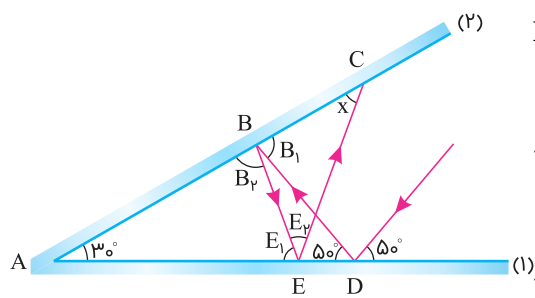
$$\begin{cases} t_1 = ۰/۱ \text{ s} = \frac{T}{۴} \Rightarrow v_1 = v_{\max} = A\omega = \frac{۶}{۱۰۰} \times \frac{۲\pi}{۰/۴} = ۰/۳\pi \text{ m/s} \\ t_2 = ۰/۸ \text{ s} = ۲T \Rightarrow v_2 = ۰ \end{cases}$$

حال از رابطه شتاب داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{۰ - ۰/۳\pi}{۰/۸ - ۰/۱} = \frac{۳}{۷}\pi \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

در مثلث ABC زاویه B_2 برابر است با:



$$\hat{B}_2 = 180 - 30 - 50 = 100^\circ$$

اگر از این زاویه 90° کم کنیم زاویه تابش در نقطه B به دست می‌آید:

$$100 - 90 = 10^\circ$$

پس:

$$180 = B_1 + B_2 \Rightarrow 180 = 100 + B_1 \Rightarrow B_1 = 80^\circ$$

زاویه تابش و بازتابش برابر است پس در مثلث BED داریم:

$$E_0 + 50 + 10 + 10 = 180 \Rightarrow E = 110^\circ \Rightarrow E_1 = 70^\circ$$

$$E_2 + E_1 + 50 = 180 \Rightarrow E_2 = 60^\circ$$

در مثلث BEC داریم:

$$x + E_2 + B_1 = 180 \Rightarrow x + 60 + 80 = 180 \Rightarrow x = 40^\circ$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

از رابطه $\lambda = cT$ داریم:

$$\lambda = cT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{c} = \frac{3}{3 \times 10^8} = 10^{-8} \text{ s} = 10 \text{ ns}$$

پس ۶ ns برابر ۶ T است:

$$\Delta x = c\Delta t \Rightarrow \Delta x = c \times 6T = \frac{\lambda}{T} \times 6T = 6\lambda$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

از رابطه سرعت ماکزیمم داریم:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow 0.08\pi = (0.02)\omega \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

در لحظه‌ای که جهت حرکت تغییر می‌کند، $v = 0$ است پس:

$$a = a_{\max} = A\omega^2 \Rightarrow (0.02)(4\pi)^2 = 0.32\pi^2 \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

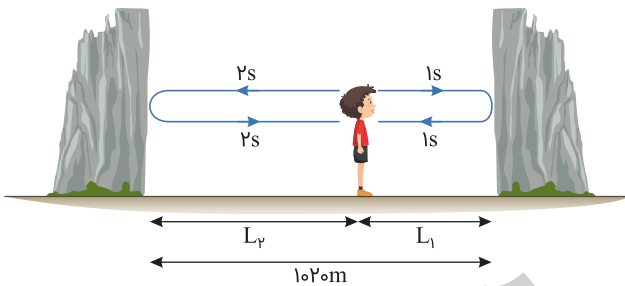
معادله داده شده را با معادله مکان زمان نوسانگر مقایسه می‌کنیم:



$$x = 0.04 \cos \frac{4\pi}{3} t, \quad x = A \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} A = 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm} \\ \omega = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{3}{2} \text{ s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \times \frac{3}{2}}{6} = 0.5 \text{ s}$$

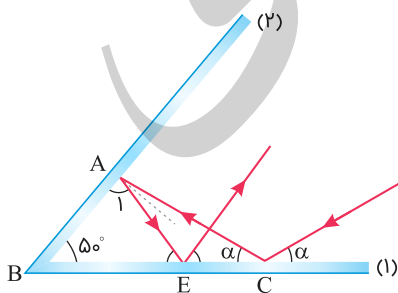
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲



$$\begin{aligned} \text{پژواک اول} &= 2s \\ \text{پژواک دوم} &= 2 + 2 = 4s \\ v &= \frac{1020}{3} = 340 \text{ m/s} \\ L_1 &= v \times t_1 = 340 \times 1 = 340 \text{ m} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

زوایای مشخص شده در رأس E، هستند چون پرتو خروجی نهایی موازی آینه (۲) است. پس زاویه A برابر ۸۰° است. در نتیجه دو زاویه تابشی و بازتابشی در رأس A برابر ۱۰° می‌شوند. پس در مثلث ABC:



$$\begin{aligned} \hat{A} &= 80 + 10 + 10 = 100^\circ, \quad \hat{B} = 50^\circ, \quad \hat{C} = \alpha \\ \Rightarrow \alpha &= 180 - 100 - 50 = 30^\circ \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{234}{7800 \times 3 \times 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{234}{78 \times 3 \times 10^{-4}}} = 100 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{200} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

فاصله یک دره تا یک قله برابر $\frac{\lambda}{2}$ است پس $\frac{\lambda}{2} = 25 \text{ cm}$.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$T_1 = \frac{t}{N} = \frac{36}{20} = 1.8 \text{ s}$$

$$\Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow 1.8 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{10}} = 2\sqrt{L_1}$$

$$\Rightarrow L_1 = 0.81 \text{ m} = 81 \text{ cm}, \quad L_2 = 81 - 17 = 64 \text{ cm}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{64}{81}} \Rightarrow \frac{T_2}{1.8} = \frac{8}{9} \Rightarrow T_2 = 1.6 \text{ s}$$

$$T_2 = \frac{t}{N} \Rightarrow 1.6 = \frac{t}{N} \Rightarrow N = \frac{t}{1.6} = \frac{40}{1.6} = 25$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

باتوجه به رابطه محاسبه تکانه، ابتدا تندی بیشینه جسم را حساب می‌کنیم:

$$P_{\max} = mv_{\max} \Rightarrow 2 \times 10^{-3} \pi = \frac{1}{10} v_{\max}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = 2\pi \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

می‌دانیم انرژی مکانیکی نوسانگر با بیشینه انرژی جنبشی برابر است. در این صورت داریم:

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{10}\right)(2\pi \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{20} \times 4\pi^2 \times 10^{-4} = 2\pi^2 \times 10^{-5} \text{ J} = 2\pi^2 \times 10^{-5} \times 10^6 \mu\text{J}$$

$$\Rightarrow E = 20\pi^2 \mu\text{J}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

طول پاره‌خط مسیر دو برابر دامنه نوسان است. پس داریم:

$$A = \frac{AA'}{\nu} = \frac{\lambda}{\nu} = ۴ \text{ cm}$$

با استفاده از رابطه محاسبه شتاب بر حسب مکان در حرکت نوسانی ساده داریم:

$$|a| = |\omega^2 x| \Rightarrow \frac{\pi^2}{\nu} = \omega^2 \times \frac{\nu}{100} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

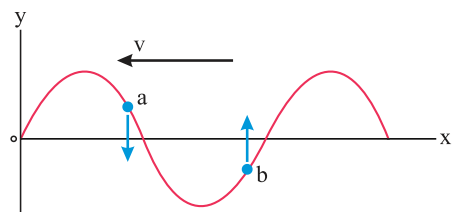
تندی نوسانگر در لحظه عبور از وضع تعادل بیشینه است. پس داریم:

$$v_{\max} = A\omega = ۴ \times 10^{-2} \times 5\pi = \frac{\pi}{5} \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

انرژی جنبشی ذره a در حال افزایش است، پس ذره در حال حرکت به سمت وضع تعادل ($x = 0$) است. در این صورت می‌توان نتیجه گرفت موج در حال انتشار در جهت منفی محور x است.

می‌دانیم هر ذره از محیط انتشار، رفتار نقاط قبل از خود را باتوجه به جهت انتشار موج تکرار می‌کند، در این صورت ذره b در حال حرکت به سمت وضع تعادل ($x = 0$) بوده و به دلیل قرار گرفتن در مکان‌های منفی، شتاب آن در جهت مثبت محور y و در حال کاهش است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

در اندازه‌گیری تندی شارش خون و دستگاه سونار از امواج مکانیکی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.

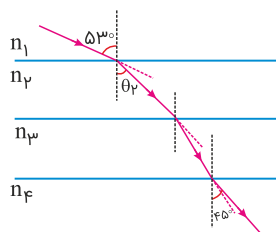
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

باتوجه به رابطه محاسبه تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log (2\sqrt{10} \times 10^5) \\ &\Rightarrow \beta = 10(\log 2 + \log \sqrt{10} + \log 10^5) \\ &\Rightarrow \beta = 10(0.3 + 0.5 + 5) \Rightarrow \beta = 58 \text{ dB} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

قانون اسنل را برای عبور پرتوی نور از محیط ۱ به ۲ و عبور پرتوی نور از محیط ۳ به ۴ می‌نویسیم:



$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{v_1}{\frac{c}{\lambda}} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\frac{n_3}{n_4} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_4} \Rightarrow \frac{v_3}{v_4} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_4} \Rightarrow \frac{v_3}{\frac{c}{\lambda}} = \frac{\sin \theta_3}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \theta_3 = 30^\circ$$

حال قانون اسنل را برای عبور پرتو نور از محیط ۲ به ۳ می‌نویسیم:

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_3} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

البته باید در صورت سؤال موازی بودن سطح مشترک محیط‌ها ذکر می‌شد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

ابتدا تندی انتشار موج را حساب می‌کنیم و به کمک آن می‌توان طول موج را بدست آورد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{250}{4 \times 10^{-3}}} = 250 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{250}{312/5} = 0.8 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

طول موج B دو برابر طول موج A است.

باتوجه به اینکه دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند، تندی انتشارشان مساوی است.

$$\lambda_B = 2\lambda_A \xrightarrow{\lambda=vT, v_A=v_B} v_B T_B = 2v_A T_A \Rightarrow T_B = 2T_A \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

ابتدا تندی انتشار موج در تار را حساب می‌کنیم و سپس زمان انتشار موج را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}} = \sqrt{\frac{320 \times 1}{8 \times 10^{-3}}} = 200 \text{ m/s}$$

$$x = vt \Rightarrow 1 = 200t \Rightarrow t = \frac{1}{200} = 0.005 \text{ s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

به کمک رابطه دوره تناوب آونگ ساده می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{\ell'}{\ell} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \ell' = \frac{1}{4}\ell$$

بنابراین طول آونگ باید به اندازه $\frac{3}{4}$ طول اولیه کاهش یابد.

$$\Delta\ell = \ell' - \ell = -\frac{3}{4}\ell = -\frac{3}{4} \times 80 = -60 \text{ cm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

چون از تلفات انرژی صرف نظر شده است بنابراین انرژی مکانیکی پایسته است. پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} E &= K + U \\ K &= U \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = 2K$$

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{E}{2} = \frac{1}{2} mJ = 4 \times 10^{-3} \text{ J} \\ K &= \frac{1}{2} mv^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2}{25} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{5} \text{ m/s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

باتوجه به اینکه انرژی مکانیکی نوسانگر معلوم است، از رابطه آن استفاده می‌کنیم.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}m(2\pi f)^2 A^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}m \times 4\pi^2 f^2 A^2$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 4 \times 10 \times f^2 (8 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

برای پاسخ به این سوال کافی است بسامد نوسان را بدست آوریم:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2 \times 3} \sqrt{\frac{360}{0.4}} = 5 \text{ Hz}$$

توجه: تعداد نوسان‌ها در یک ثانیه همان بسامد نوسان است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

نور از محیط رقیق به محیط غلیظ وارد می‌شود پس پرتوها به خط عمود نزدیک می‌شوند. از طرفی ضریب شکست مایع شفاف برای نور قرمز کمتر از نور سبز است بنابراین نور قرمز کمتر منحرف می‌شود.

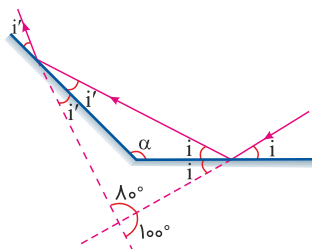
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

در مثلث بزرگ:

$$2i + 2i' + 180 = 180 \Rightarrow i + i' = 90^\circ$$

در مثلث کوچک:

$$i + i' + \alpha = 180 \Rightarrow 90 + \alpha = 180 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول: برای هر دو حالت رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ را به صورت نسبتی استفاده می‌کنیم تا m به دست بیاید.

$$\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \times \frac{k_1}{k_2}} \\ \Rightarrow \frac{0.09\pi}{0.1\pi} &= \sqrt{\frac{m - 190}{m} \times 1} \Rightarrow \frac{9}{10} = \sqrt{\frac{m - 190}{m}} \\ \Rightarrow \frac{81}{100} &= \frac{m - 190}{m} \Rightarrow m = 1000 \text{ g} \end{aligned}$$

گام دوم: رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ را برای حالت اول می‌نویسیم تا k به دست بیاید.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 0.1\pi = 2\pi\sqrt{\frac{1}{k}} \Rightarrow \sqrt{k} = 20 \Rightarrow k = 400 \text{ N/m}$$

k را به N/cm تبدیل می‌کنیم:

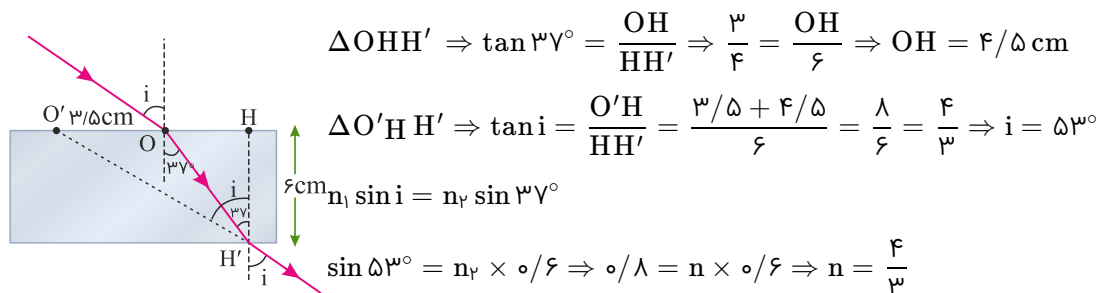
$$k = 400 \text{ N/m} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 4 \text{ N/cm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

نیروی کشسانی فنر باعث شتاب نوسانگر می‌شود و طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$F = ma \Rightarrow kx = ma \Rightarrow k = \frac{ma}{x} = \frac{2 \times 4}{1 \times 10^{-2}} = 800 \text{ N/m}$$

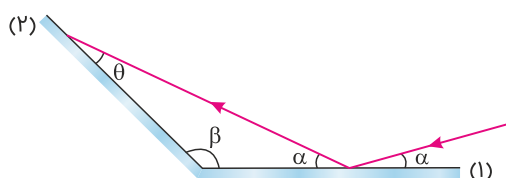
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

به کمک رابطه بین زوایای داخلی مثلث و قانون بازتاب می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ \Rightarrow \theta^\circ = 180^\circ - (\beta + \alpha)$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

با استفاده از رابطه تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^8 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$$P = IA \Rightarrow 48 = 10^{-4} (4\pi d^2) \Rightarrow d = 200 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: باتوجه به نمودار، طول موج را به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطه $\lambda = V \cdot T$ ، دوره نوسان موج که همان دوره نوسان ذرات است را به دست می‌آوریم.

$$\frac{3}{2} \lambda = 120 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$\lambda = V \cdot T \Rightarrow 0.8 = 10 \times T \Rightarrow T = 0.08 \text{ s}$$

گام دوم: مدت زمان $\Delta t = 0.05 - 0.01 = 0.04 \text{ s}$ برابر با نصف دوره نوسان است و هر ذره از محیط که در آن موج منتشر شده است در این مدت مسافتی به اندازه ۲ برابر دامنه نوسان را طی می‌کند؛ پس مسافت طی شده توسط ذره M نیز در این مدت برابر با $l = 2A = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

تعداد نوسان در مدت زمان t برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow \frac{n_M}{n_N} = \frac{T_N}{T_M} \quad (1)$$

مطابق شکل:

$$\frac{\lambda_M}{f} = \frac{\lambda_N}{f} \Rightarrow \lambda_M = 2\lambda_N$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{\lambda_M}{T_M} = \frac{\lambda_N}{T_N} \Rightarrow T_M = 2T_N$$

$$(1) \Rightarrow \frac{2}{n_N} = \frac{T_N}{2T_N} \Rightarrow n_N = 4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

با توجه به داده‌های سوال، دامنه و بسامد آن را بدست می‌آوریم و به کمک آن v_m را حساب می‌کنیم:

$$A = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

$$f = \frac{150}{60} = 2.5 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v = 5\sqrt{2}\pi \text{ cm/s} = 5\sqrt{2}\pi \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$v_m = A\omega = 2 \times 10^{-2} \times 5\pi = \frac{\pi}{10} \text{ m/s}$$

$$U = E - K = \frac{1}{2}mv_m^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_m^2 - v^2)$$

$$U = \frac{1}{2} \times \frac{2}{100} \left(\frac{\pi^2}{100} - 25 \times 2\pi^2 \times 10^{-4} \right) = 0.005J \Rightarrow U = 5 \text{ mJ}$$

تبدیل J به mJ $\leftarrow \times 10^3$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

هنگامی که نوسانگر تغییر جهت می‌دهد، شتاب بیشینه است:

$$a_{\max} = 0.1\pi^2 \text{ m/s}^2 = A\omega^2$$

هنگامی که نیرو صفر است، نوسانگر از مرکز نوسان می‌گذرد و سرعت آن بیشینه است:

$$v_{\max} = 0.2\pi \text{ m/s} = A\omega$$

$$\omega = \frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{0.1\pi^2}{0.2\pi} = 0.5\pi \text{ rad/s}$$

$$|a| = |\omega^2 x| \Rightarrow a = \omega^2 x$$

$$a = (0.5\pi)^2 \times 1 \times 10^{-2} \Rightarrow a = 0.16\pi^2 \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: انرژی مکانیکی نوسانگر که همان انرژی پتانسیل بیشینه نوسانگر است را از رابطه $E = \frac{1}{2} kx^2$ به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times (0.04)^2 = 0.4 \text{ J}$$

گام دوم: طبق پایستگی انرژی، انرژی جنبشی نوسانگر در نقطه‌ای از مسیر که $U = 0.2 \text{ J}$ است را به دست می‌آوریم:

$$E = U + K \Rightarrow 0.4 = 0.2 + K \Rightarrow K = 0.2 \text{ J}$$

گام سوم: با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ ، تندی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 0.2 = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} \text{ m/s}$$

تست، تندی را برحسب سانتی‌متر بر ثانیه خواسته است که برابر است با:

$$v = \frac{2\sqrt{10}}{10} \text{ m/s} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 20\sqrt{10} \text{ cm/s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول: ابتدا با استفاده از رابطه $\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$ ، نسبت شدت صوت‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow 18 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow 1.8 = \log \frac{I_1}{I_2}$$

$$6 \times 0.3 = \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow 6 \log 2 = \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \log 2^6 = \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 2^6$$

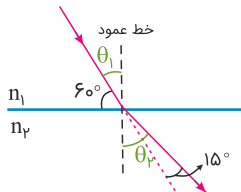
توجه کنید که چون $\beta_1 > \beta_2$ بود، از $\beta_1 - \beta_2$ برای محاسبات استفاده کردیم.

گام دوم: با استفاده از رابطه $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$ ، نسبت $\frac{d_2}{d_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow 2^6 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow 2^3 = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 8$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

در شکست یک پرتو رابطه $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$ برقرار است که در این رابطه، θ زاویه پرتوها با خط عمود است.



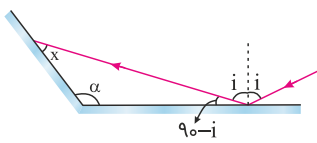
$$\begin{cases} \theta_1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \\ \theta_2 = \theta_1 + 15^\circ = 45^\circ \end{cases}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

زاویه γ همان زاویه انحراف است. زاویه انحراف در دو آینه متقاطع، پس از یکبار بازتاب از هر آینه به زاویه تابش بستگی ندارد و ۲ برابر زاویه حاده بین دو آینه است. پس در اینجا با تغییر زاویه α ، زاویه γ تغییر نمی‌کند.

اثبات:



$$x + \alpha + 90 - i = 180$$

$$x = 90 + i - \alpha$$

$$\gamma = 2x + 2(90 - i)$$

$$\gamma = 180 + 2x - 2i$$

$$\xrightarrow{x=90+i-\alpha} \gamma = 180 + 180 + 2i - 2\alpha - 2i$$

$$\gamma = 360 - 2\alpha = 2(180 - \alpha)$$

زاویه حاده بین دو آینه

همان‌طور که در بالا می‌بینیم، اثری از زاویه α در مقدار به‌دست‌آمده در γ وجود ندارد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول: با استفاده از رابطه $T = \frac{t}{n}$ ، دوره نوسان آونگ را قبل از تغییر طول به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ، طول اولیه آونگ را به دست می‌آوریم:

$$T_1 = \frac{t}{n_1} = \frac{72}{90} = 1/8 \text{ s}$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow 1/8 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{\pi^2}} \Rightarrow l_1 = 0/81 \text{ m} = 81 \text{ cm}$$

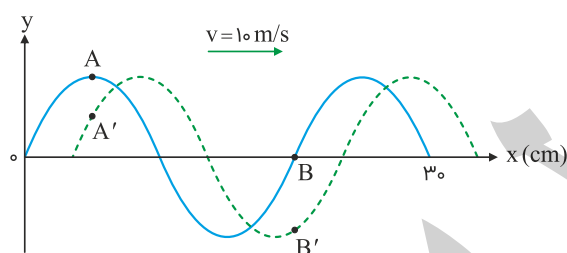
گام دوم: گام اول را برای آونگ پس از تغییر طول می‌نویسیم تا طول ثانویه آونگ به دست بیاید.

$$T_2 = \frac{t}{n_2} = \frac{72}{95} = 1/6 \text{ s}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow 1/6 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{\pi^2}} \Rightarrow l_2 = 0/64 \text{ m} = 64 \text{ cm}$$

گام سوم: باتوجه به نتایج به دست آمده، طول آونگ را باید ۱۷ cm کاهش دهیم.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹



با توجه به شکل موج درمی‌یابیم که $\frac{\lambda}{v}$ برابر با ۳۰ cm است. بنابراین:

$$\frac{1}{5\lambda} = \frac{30}{100} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0/2}{10} = \frac{2}{100} \text{ s} = \frac{\lambda}{400} \text{ s}$$

حال زمان $\frac{9}{400}$ را بر حسب دوره تناوب می‌نویسیم:

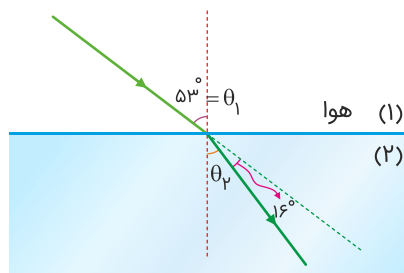
$$\frac{9}{400} = \frac{\lambda}{400} + \frac{1}{400} =$$

$\downarrow$ T $\uparrow$ $\frac{T}{\lambda}$
 بعد از یک دوره کامل حرکت عیناً تکرار می‌شود است $\frac{\lambda}{T}$ با $\frac{T}{\lambda}$ معادل

بنابراین ذره A از حال سکون به A' می‌رود و در این حرکت تندی‌اش افزایش می‌یابد. اما ذره B از بیشینه تندی به B' می‌رود که در آنجا تندی‌اش کمتر است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

چون نور از هوا وارد محیط دیگری شده پس تندی آن کاهش یافته و در نتیجه به خط عمود نزدیک تر می شود.



$$\text{هوا} \quad (1) \theta_2 = 53^\circ - 16^\circ = 37^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{\lambda_1 - \frac{1}{\lambda}}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{0.6}{0.8} = \frac{\lambda_1 - \frac{1}{\lambda}}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\lambda_1 - \frac{1}{\lambda}}{\lambda_1} \Rightarrow 3\lambda_1 = 4\lambda_1 - \frac{1}{\nu} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{\nu} \mu\text{m} = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

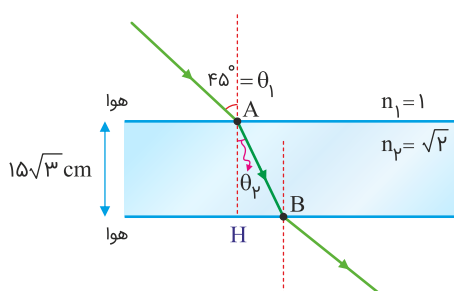
$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \times 10^8}{0.5 \times 10^{-6}} = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

گزینه ۳

۷۷

برای ورود پرتو نور از هوا به محیط شفاف، قانون اسنل را می نویسیم:



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

$$\cos \theta_2 = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow AB = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\text{سرعت نور در خلأ}}{n} = \frac{\widehat{\Delta x}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} = \frac{0.3}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{0.3 \times \sqrt{2}}{3 \times 10^8}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \sqrt{2} \times 10^{-9} \text{ s} = \sqrt{2} \text{ ns}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

گزینه ۳

۷۸

زاویه بین جبهه موج تابش شده و سطح جداکننده هم اندازه زاویه تابش است، بنابراین $\theta_1 = 45^\circ$ و $\theta_2 = 30^\circ$ است. حال از رابطه $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$ نسبت تندی ها را به دست می آوریم:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

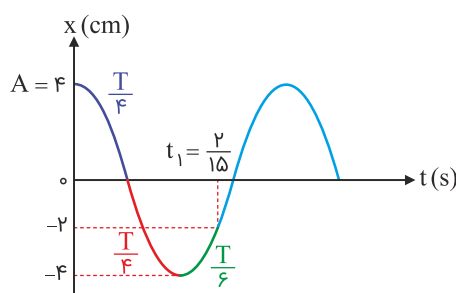
$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 92 - 28 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 64 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 6/4 = 1.5 - 0.4 = \log 10^1 - \log 2 = \log 10^1 - \log 2^1$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log \frac{10^1}{2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10/2 \times 10^6$$

در این تست به لزوم تسلط روی مفاهیم ریاضی مثل لگاریتم پی می‌بریم.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰



ابتدا دوره تناوب و سپس بسامد نوسان را بدست می‌آوریم و به کمک آن انرژی مکانیکی را حساب می‌کنیم:

$$\frac{2}{15} s = 2 \times \frac{T}{4} + \frac{T}{6} \Rightarrow T = \frac{1}{5} s \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2 \Rightarrow E = 2 \times 10 \times \frac{50}{1000} \times (0.04)^2 \times 5^2 = 0.04 \text{ J} = \frac{1}{25} \text{ J}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

ابتدا دوره تناوب و دامنه نوسان را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4 s$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{25}{12} - \frac{1}{12} = \frac{24}{12} = 2 s = \frac{T}{2}$$

می‌دانیم نوسانگر در یک دوره مسافت $4A$ را طی می‌کند پس در مدت $\frac{T}{2}$ مسافت $2A$ را طی خواهد کرد و داریم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2A}{\frac{T}{2}} = \frac{2 \times 2 \text{ cm}}{2} = 2 \text{ cm/s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آوریم:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times 0.2}{200}} = \sqrt{\frac{4}{100}} = 0.2 \text{ s}$$

مسافتی که نوسانگر در مدت 0.1 s یعنی $\Delta t = \frac{1}{2}T$ طی می‌کند برابر $2A$ است. بنابراین:

$$\ell = 2 \times 4 = 8 \text{ cm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

ابتدا دوره نوسان را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\omega}{4}T = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{\omega} \text{ s}$$

سپس بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{\omega}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

حالا از رابطه $F = -m\omega^2 x$ نیروی وارد بر نوسانگر را در لحظه t_1 به دست می‌آوریم:

$$F = -m\omega^2 x = -\frac{2}{10} \times (-1/5 \times 10^{-2}) \times 100 = 0.4 \text{ N}$$

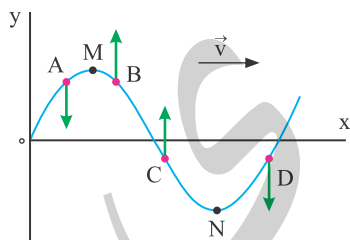
توجه:

$$\left. \begin{array}{l} F = ma \\ a = -\omega^2 x \end{array} \right\} \Rightarrow F = -m\omega^2 x$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

ابتدا با توجه به جهت انتشار موج جهت حرکت هر یک از ذره‌ها را مشخص می‌کنیم:

تندی ذره‌ها در نقاط قله یا دره (نقاط M یا N) صفر می‌شود، ذره‌های A و C که در حال دور شدن از این نقاط هستند و ذره B نسبت به ذره D به یکی از این نقاط نزدیک‌تر است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

با تغییر محیط انتشار موج بسامد موج ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نمی‌توانند درست باشند.
تندی موج در قسمت ضخیم طناب کمتر از قسمت نازک طناب است، با توجه به ثابت بودن بسامد از رابطه $v = f\lambda$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که طول موج کاهش می‌یابد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: شدت صوت را از رابطه $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}\beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 96 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 9/6 = \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \Rightarrow 9 + 2 \times 0/3 &= \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \Rightarrow \log 10^9 + 2 \log 2 &= \log 4 \times 10^9 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2\end{aligned}$$

گام دوم: از رابطه $I = \frac{E}{A} t$ انرژی که در هر دقیقه از هر میلی‌متر مربع می‌گذرد را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{E}{t.A} \Rightarrow E = 4 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^{-6} \Rightarrow E = 0/24 \times 10^{-6} \text{ J} = 0/24 \mu\text{J}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

نور مسیر مستقیم را طی نمی‌کند، بلکه مقداری منحرف شده به‌طوری‌که نور آبی‌رنگ بیشتر از نور قرمز رنگ دارای انحراف می‌شود. همچنین چون نور از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شده است، پس زاویه شکست کوچک‌تر از زاویه تابش است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

با استفاده از رابطه محاسبه تندی در تار مرتعش برحسب چگالی و سطح مقطع آن خواهیم داشت (توجه: مقادیر باید بر حسب SI جایگذاری شوند):

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow 25 = \sqrt{\frac{F}{8 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6}}} \Rightarrow F = 10 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا شدت صوت موردنظر را حساب می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 60 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^6 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

برای محاسبه توان چشمه صوت داریم:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-6} = \frac{P}{4 \times 3 \times 50^2} \Rightarrow P = 3 \times 10^{-2} \text{ W} = 30 \text{ mW}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا شدت صوت B را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow 10 = 10 \log \frac{4 \times 10^{-2}}{I_B} \Rightarrow 10 = \frac{4 \times 10^{-2}}{I_B} \\ \Rightarrow I_B = 4 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

در این صورت اختلاف شدت دو صوت برابر است با:

$$\Delta I = I_A - I_B = 4 \times 10^{-2} - 4 \times 10^{-3} = 36 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2 \\ \Rightarrow \Delta I = 36 \text{ mW/m}^2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

هر ذره از محیط انتشار موج، حرکت ذره قبل از خود را تکرار می‌کند. در این صورت باتوجه به حرکت جبهه موج، نقطه M به سمت پایین حرکت می‌کند. با استفاده از نقش موج داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 0.2 \Rightarrow \lambda = 0.4 \text{ m} \\ \lambda = vT \Rightarrow 0.4 = 20T \Rightarrow T = 0.02 \text{ s}$$

نقطه M در حال عبور از وضع تعادل است. بنابراین تندی آن بیشینه و برابر است با:

$$v_m = A\omega = A\left(\frac{2\pi}{T}\right) \Rightarrow v_m = 2 \times 10^{-2} \times \frac{2 \times 3.14/0.02}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow v_m = 6.28 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از رابطه محاسبه دوره حرکت آونگ کم دامنه می‌توان نوشت:

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{1}{1} = 1 \text{ s} \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\pi^2}} \Rightarrow \sqrt{L} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا دوره حرکت را حساب می‌کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{50}} = 2\sqrt{\frac{2}{50}} = 0.4 \text{ s}$$

در این صورت مدت‌زمان طی کردن یک بار دامنه برابر است با:

$$\Delta t = \frac{T}{4} = 0.1 \text{ s}$$

در ۰/۵ ثانیه اول به مدت $\frac{T}{4}$ در حرکت است و مسافت پیموده شده در این مدت‌زمان برابر $5A$ است. اما جابه‌جایی در این مدت برابر A است. پس داریم:

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{5A}{A} = 5$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا دوره حرکت نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \Rightarrow T = 0.5 \text{ s}$$

اکنون مشخص می‌کنیم، بازه موردنظر چندبرابر دوره نوسان است:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/35 - 0.1}{0.5} = 2/5 \Rightarrow \Delta t = 2T + \frac{T}{2}$$

یعنی در بازه زمانی موردنظر، نوسانگر، $2/5$ نوسان انجام می‌دهد. در این صورت مسافت پیموده شده برابر است با:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\ell}{4A} \Rightarrow 2/5 = \frac{\ell}{4A} \Rightarrow \ell = 10A \xrightarrow{A=0.04 \text{ m}} \ell = 0.4 \text{ m} = \frac{2}{5} \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

مدت‌زمانی که طول می‌کشد تندی آونگ به بیشینه مقدار خود برسد برابر $\frac{T}{4}$ و مدت‌زمانی که طول می‌کشد آونگ برای اولین بار به انتهای مسیر در طرف دیگر برسد برابر $\frac{T}{4}$ است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_A}{4} &= \frac{T_B}{2} \Rightarrow T_A = 2T_B \\ T &= 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell_A}{g}} = 2(2\pi\sqrt{\frac{\ell_B}{g}}) \Rightarrow \ell_A = 4\ell_B$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

انرژی مکانیکی و جنبشی نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(\omega^2)(4 \times 10^{-2})^2 = 0.4 \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{2}}{2}v_m\right)^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{2}A^2\omega^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}E = 0.2 \text{ J}$$

در این صورت داریم:

$$E - K = 0.2 \text{ J}$$

نکته: در لحظه‌ای که تندی نوسانگر $\frac{\sqrt{2}}{2}v_m$ باشد، انرژی جنبشی و پتانسیل باهم برابر هستند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

طبق نمودار:

$$\frac{3\lambda}{4} = 4\lambda \Rightarrow \lambda = 0.3 \text{ m}$$

از رابطه $\lambda = vT$ دوره را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow 0.3 = 4 \times T \Rightarrow T = 0.075 \text{ s}$$

سوال تندی متوسط در بازه زمانی (۰ تا ۰.۵) را خواسته پس t را بر حسب دوره به دست می‌آوریم:

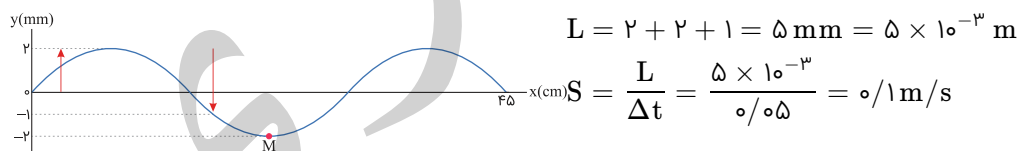
$$\frac{T}{0.075} = \frac{t}{0.5} \Rightarrow t = \frac{2}{3}T$$

به کمک معادله مکان زمان نوسانگر مکان نوسانگر در $t = 0.5 = \frac{2}{3}T$ را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow x = 0.02 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{2}{3}T\right) = 0.02 \times \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow x = 0.02 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -0.01 \text{ m} = -1 \text{ mm}$$

به کمک نمودار مشاهده می‌کنیم که متحرک از مکان $x = 0$ شروع به حرکت کرده به $x = 2 \text{ mm}$ رسیده و تا $x = -1 \text{ mm}$ پایین آمده است، پس:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

طبق صورت سوال: $U_1 = \frac{U_{\max}}{\gamma}$ و $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ و $E = U_1 + K_1$ طبق پایستگی انرژی نوسانگر:

$$E = U_1 + K_1 = \frac{U_{\max}}{\gamma} + \frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{E=U_{\max}} \frac{U_{\max}}{\gamma} + \frac{1}{2}mv_1^2 = U_{\max}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{\max}}{\gamma} = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2}mv_1^2 \gamma$$

از رابطه انرژی نوسانگر، $U_{\max}$ را به دست می‌آوریم:

$$U_{\max} = E = \gamma m A^2 \omega^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 \gamma = \gamma m A^2 \omega^2 \Rightarrow A^2 = \frac{v_1^2}{2\omega^2} \Rightarrow A = \frac{v_1}{\sqrt{2}\omega}$$

حال معادله مکان زمان نوسانگر را می‌نویسیم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = \frac{v_1}{\sqrt{2}\omega} \cos(\omega t) \Rightarrow x = \frac{v_1}{\sqrt{2}\omega} \cos(2\pi f t)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

از رابطه $\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B} \right) \Rightarrow 11/5 = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B} \right) \Rightarrow 1/5 = \log \left(\frac{I_A}{I_B} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10^{1/5} = 10^1 \times 10^{-4/5} = 10 \times 10^{-0.8} = 10 \times 10^{-4/5} = 10 \times \sqrt[5]{10^{-4}} = 10 \times \sqrt[5]{10^{-4}}$$

از داده صورت سوال داریم: $\log 2 = 0.3$ یعنی $10^{0.3} = 2$

$$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10 \times \sqrt[5]{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

با مقایسه معادله حرکت هماهنگ ساده با معادله صورت سوال داریم:

$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos(\omega t) \\ x &= A \cos(5\pi t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega = 5\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 5\pi \Rightarrow T = \frac{2}{5} \text{ s}$$

بازه مورد نظر سوال $\frac{T}{2}$ ($\Delta t = 0.2 - 0 = 0.2 \text{ s}$) است که در این مدت زمان؛ مسافت طی شده توسط نوسانگر برابر $2A$ است پس:

$$S = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 1/5 = \frac{2A}{0.2} \Rightarrow A = 1/5 \times 10^{-2} \text{ m} = 1/5 \text{ cm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ، T با L رابطه مستقیم دارد پس:

$$T_2 = T_1 + 0.125T_1 = 1.125T_1 \Rightarrow T_2 = \frac{9}{8}T_1$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{81}{64} \Rightarrow L_2 = \frac{81}{64}L_1 \quad (1)$$

$$\text{سوال} \quad L_2 - L_1 = 0.17 \xrightarrow{(1)} \frac{81}{64}L_1 - L_1 = 0.17 \Rightarrow L_1 = 0.64 \text{ m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.64}{\pi^2}} = 2 \times 0.8 = 1.6 \text{ s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

ابتدا با کمک رابطه $I = \frac{P}{A}$ نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \xrightarrow{\text{رابطه مقایسه‌ای}} \frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2 \times 4 = 8 \quad (1)$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\xrightarrow{(1)} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 8 = 10 \log 2^3 = 30 \log 2 = 9 \text{ dB}$$

پس تراز شدت صوت ۹ دسی بل افزایش یافته است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

ابتدا طول موج نور در خلا را حساب می‌کنیم:

$$\lambda_1 = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{14}} = 6 \times 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

با ورود نور از خلأ به محیط دیگر، تندی و طول موج آن کاهش می‌یابد. پس:

$$\lambda_2 = \lambda_1 - 150 = 600 - 150 = 450 \text{ nm}$$

حالا نسبت $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$ را به کار می‌بریم تا ضریب شکست محیط به دست بیاید:

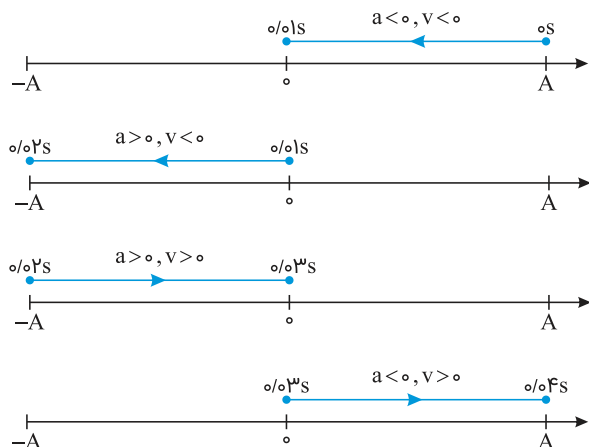
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{450}{600} = \frac{1}{n_2} \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

ابتدا دوره نوسان را تعیین می‌کنیم:

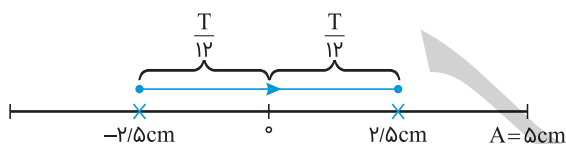
$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ x = 0.03 \cos 50\pi t \end{cases} \Rightarrow \omega = 50\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

مسیر حرکت نوسانگر در یک دوره ابتدایی حرکت به صورت زیر است:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

حداقل زمان لازم برای طی کردن مسافت ۵ cm، هنگامی است که نصف آن را قبل از $x = 0$ و نصف دیگر را بعد از آن طی کند. پس:



$$2 \frac{T}{12} = \frac{1}{30} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s}$$

بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m (A\omega)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{10} \times \left(\frac{5}{100} \times \frac{2\pi}{1/5} \right)^2$$

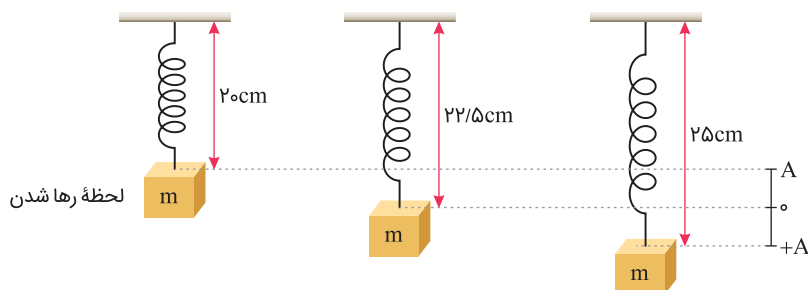
$$K_{\max} = \frac{1}{10} \times \frac{\pi^2}{4} = \frac{9}{20} \text{ J} = 450 \text{ mJ}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

ابتدا طول فنر در حالت تعادل وزن را حساب می‌کنیم:

$$F_e = mg \Rightarrow kx = 10 \Rightarrow 400 \times x = 10 \Rightarrow x = \frac{1}{40} \text{ m} = 2.5 \text{ cm}$$

بنابراین طول فنر در حالت $a = 0$ که همان مرکز نوسان است برابر $20 + 2.5 = 22.5 \text{ cm}$ است اما سوال بیشترین طول فنر را خواسته است که هنگامی است که نوسانگر A تا پایین‌تر از مرکز نوسان می‌کند. پس بیشترین طول فنر در حین نوسان به 25 cm می‌رسد.



در انتهای مسیر تندی نوسانگر صفر است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

کافی است از قاعده دست راست استفاده کنیم. ۴ انگشت دست راست در جهت E به گونه‌ای که انگشت شست جهت مثبت محور z را نشان دهد. در این وضعیت کف دست به سمت خلاف محور x ‌ها است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

ابتدا تندی انتشار موج در طناب را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{v}{200} \Rightarrow v = 50 \text{ m/s}$$

حالا مساحت سطح مقطع طناب و سپس قطر آن را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow 50 = \sqrt{\frac{60}{\lambda \times 10^3 \times A}} \Rightarrow A = \frac{60}{\lambda \times 10^3 \times 2500} = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow 3 \times 10^{-6} = 3 \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{D}{2} = 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow D = 2 \times 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گزینه ۲

۱

روش تستی: اگر در یک واکنش هسته‌ای عدد اتمی هسته مادر و هسته دختر مساوی باشند، تعداد ذرات بتا دو برابر تعداد ذرات آلفا خواهد بود؛ بنابراین تنها گزینه "۲" صحیح است.
روش محاسباتی:

$${}_Z^AX \rightarrow {}_Z^{A-\lambda}Y + m{}_2^4\alpha + n{}_1^0\beta$$

$$A = A - \lambda + m \times 4 + n \times 0 \Rightarrow m = 2 \text{ آلفا}$$

$$Z = Z + m \times 2 + n \times (-1) \xrightarrow{m=2} n = 4 \text{ بتا}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۱

۲

شکل مربوط به پدیده فوتوالکتریک است.

پدیده فوتوالکتریک: خروج الکترون از سطح فلز توسط تاباندن نور با بسامد مناسب به آن.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۲

۳

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow 3 : \Delta E = E_R(1 - \frac{1}{9}) = \frac{8}{9}E_R \\ 4 \rightarrow 6 : \Delta E' = E_R(\frac{1}{16} - \frac{1}{36}) = \frac{5}{144}E_R \end{cases}$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{8}{9}E_R}{\frac{5}{144}E_R} = 25/6$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۱

۴

نیروی هسته‌ای بین ذرات به نوع آن‌ها (پروتون و نوترون بودن) بستگی ندارد و علت نامیدن پروتون و نوترون با نام عام نوکلئون همین است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$$

این طول موج مربوط به رشته لیمان است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه "۲" صحیح است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

باتوجه به اینکه n شماره تراز مبدأ و n' شماره تراز مقصد الکترون است، از رابطه بالا داریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ \frac{1}{1200} &= \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{3}{9 \times 12} \\ \Rightarrow \frac{1}{n^2} &= \frac{1}{9 \times 4} \Rightarrow n = 6 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

گام اول: طول موج فوتون موردنظر را به دست می‌آوریم. باتوجه به اینکه انرژی فوتون برحسب الکترون‌ولت داده شده از رابطه $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ استفاده می‌کنیم:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{4 \times 10^{-7} \text{ eV}} \Rightarrow \lambda = 310 \times 10^7 \text{ nm} = 3/1 \text{ m}$$

طول موج به دست آمده در ناحیه امواج رادیویی است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

از روی شکل می‌توان متوجه شد که روی محور x عدد $50 \mu\text{m}$ برابر با 2λ است:

$$\lambda = 25 \mu\text{m} = 25 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$E_{\text{فوتون}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{25 \times 10^{-6}} = 4/8 \times 10^{-2} \text{ eV}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$\left. \begin{aligned} E &= nhf \\ P &= \frac{E}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P \cdot t = nhf$$

$$۳۳ \times ۶۰ = n \times ۶/۶ \times ۱۰^{-۳۴} \times ۶ \times ۱۰^{۱۴} \Rightarrow n = ۵ \times ۱۰^{۲۱}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$n = n' + ۱ = ۴ \Rightarrow \lambda_{\max}$$

$$n = \infty \Rightarrow \lambda_{\min}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{۱۰۰} \left(\frac{1}{۳^۲} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = ۹۰۰ \text{ nm} \Rightarrow \lambda_{\min} = ۰/۹ \mu\text{m}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{۱۰۰} \left(\frac{1}{۳^۲} - \frac{1}{۴^۲} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} \simeq ۲۰۰۰ \text{ nm} \Rightarrow \lambda_{\max} \simeq ۲ \mu\text{m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

در رشته لیمان ۱ $n' = ۱$ است.

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{c}{\lambda} \\ \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{n'^۲} - \frac{1}{n^۲} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f = cR \left(\frac{1}{n'^۲} - \frac{1}{n^۲} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{۳} \times ۱۰^{۱۵} \text{ Hz} = (۳ \times ۱۰^{۱۷} \text{ nm/s}) \left(\frac{1}{۱۰۰ \text{ nm}} \right) \left(۱ - \frac{1}{n^۲} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{۹} = ۱ - \frac{1}{n^۲} \Rightarrow \frac{1}{n^۲} = \frac{1}{۹} \Rightarrow n = ۳$$

اولین خط برای گذار الکترون از $n = ۲$ به $n' = ۱$ و دومین خط برای گذار الکترون از $n = ۳$ به $n' = ۱$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

کم انرژی‌ترین فوتون، فوتونی است که از گذار الکترون از تراز $n = ۵$ به $n' = ۴$ گسیل می‌شود.

$$E = E_R \left(\frac{1}{n'^۲} - \frac{1}{n^۲} \right) \Rightarrow E = ۱۳/۶ \left(\frac{1}{۱۶} - \frac{1}{۲۵} \right)$$

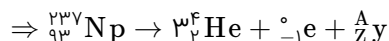
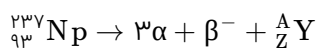
$$\Rightarrow E = \frac{۱۳/۶ \times ۹}{۱۶ \times ۲۵} \text{ eV}$$

حال بسامد فوتون را محاسبه می‌کنیم:

$$E = hf \Rightarrow \frac{۱۳/۶ \times ۹}{۱۶ \times ۲۵} = ۴ \times ۱۰^{-۱۵} \times f$$

$$\Rightarrow f = ۷۶/۵ \times ۱۰^{۱۳} \text{ Hz} = ۷۶/۵ \text{ THz}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰



مجموع نوکلئون‌ها و بار الکتریکی هر دو سمت واکنش باید یکسان باشد:

$$237 = 4 + A \Rightarrow A = 233$$

$$93 = 2 - 1 + Z \Rightarrow Z = 91$$

از رابطه $A = N + Z$ تعداد نوترون‌ها را هم محاسبه می‌کنیم:

$$A = Z + N \Rightarrow N = 233 - 91 = 142$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

طبق رابطه انرژی الکترون در هر لایه، انرژی الکترون در لایه‌های مختلف را به دست می‌آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{-13/6}{1^2} = -13/6 \text{ eV} \\ E_2 = \frac{-13/6}{2^2} = -13/24 \text{ eV} \\ E_3 = \frac{-13/6}{3^2} = -13/54 \text{ eV} \\ E_4 = \frac{-13/6}{4^2} = -13/96 \text{ eV} \end{cases}$$

باتوجه به اعداد به دست آمده و این که انرژی فوتون گسیل شده برابر اختلاف انرژی دو تراز است، الکترون از تراز ۴ به تراز ۲ آمده است. شعاع مدار n ام از رابطه $r = a_0 n^2$ به دست می‌آید. پس:

$$r = a_0 n^2 = a_0 (4)^2 = 16a_0, \quad r' = a_0 n'^2 = a_0 (2)^2 = 4a_0$$

پس خواسته سؤال برابر است با:

$$r - r' = 16a_0 - 4a_0 = 12a_0$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

سومین خط رشته n' یعنی گذار الکترون از $n' + 3$ به n' . طول موج این رشته برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} \frac{f}{c} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \right) \\ \Rightarrow \frac{2/5 \times 10^{14}}{3 \times 10^8} &= \frac{1}{100} \times 10^9 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \right) \\ \Rightarrow \frac{1}{12} &= \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \Rightarrow n' = 3 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

معادله واپاشی را می‌نویسیم تا عدد اتمی و عدد جرمی هسته جدید به دست بیاید.

$${}_{11}^{24}\text{Na} \rightarrow {}_{-1}^0\text{e} + {}_Z^AX \Rightarrow \begin{cases} A = 24 \\ 11 = -1 + Z \Rightarrow Z = 12 \end{cases}$$

پس هسته جدید $Z = 12$ پروتون و $N = A - Z = 12$ نوترون دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

برای محاسبه کمترین بسامد $n = 4$ و بیشترین بسامد $n = \infty$ را در نظر می‌گیریم. در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{f}{c} \times 10^{-9} \Rightarrow f_1 \\ &= 3 \times 10^8 \times 10^9 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right) = \frac{V}{48} \times 10^{15} \text{ Hz} \\ f_2 &= 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{9} - 0\right) = \frac{1}{3} \times 10^{15} \text{ Hz} \\ \Delta f &= f_2 - f_1 = \left(\frac{V}{48} - \frac{1}{3}\right) \times 10^{15} = 1/875 \times 10^{14} \text{ Hz} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

باتوجه به رابطه محاسبه انرژی فوتون تابش شده می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} E &= E_U - E_L \Rightarrow \frac{4/08 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = \frac{-13/6}{n^2} - \left(\frac{-13/6}{n'^2}\right) \\ \Rightarrow 2/55 &= 13/6 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \frac{2/55}{13/6} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \\ \Rightarrow \begin{cases} n' = 2 \\ n = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

اکنون باتوجه به رابطه بین شعاع مدار و شماره مدار داریم:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_n}{a_0} = n^2 = (4)^2 = 16$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

باتوجه به معادله واپاشی انجام شده می‌توان نوشت:

$${}_Z^AX \rightarrow {}_2^4\alpha + {}_{12}^{20}\text{Pb} \Rightarrow \begin{cases} A = 24 \\ Z = 14 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا طول موج تابش شده را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2/25 \times 10^{15}} = \frac{4}{3} \times 10^{-7} \text{ m} = \frac{400}{3} \text{ nm}$$

حالا از رابطه ریدبرگ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{3}{400} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{3}{4}$$

با کمی دقت مشخص است که $n' = 1$ و $n = 2$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

دومین خط رشته براکت یعنی گذار الکترون از $n = 6$ به $n' = 4$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{16 \times 36}{20R}$$

برای چهارمین خط رشته بالمر ($6 \Rightarrow 2$) می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{4 \times 36}{32R}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\frac{16 \times 36}{20R}}{\frac{4 \times 36}{32R}} = \frac{32 \times 16}{20 \times 4} = \frac{32}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

هنگامی که الکترون در مدار $n = 1$ باشد، در حالت پایه و هنگامی که در دومین حالت برانگیخته است در مدار $n = 3$ است. از طرفی انرژی الکترون از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = -\frac{E_R}{n^2}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{E_3}{E_1} = \frac{-\frac{E_R}{9}}{-\frac{E_R}{1}} = \frac{1}{9}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

از رابطه $r_n = a_0 n^2$ نسبت شعاع ها را به دست می آوریم:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_{n_2}}{r_{n_1}} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

حال اختلاف انرژی را محاسبه می کنیم:

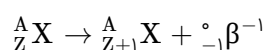
$$\Delta E = E_5 - E_2 = 0/544 - (-3/4) = 2/856 \text{ eV}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

طبق مدل رادرفورد، طیف گسیلی توسط اتم باید پیوسته باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

وقتی واپاشی β^{-1} صورت می گیرد، یک واحد به عدد اتمی اضافه می شود:



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

در مرحله (۲) بیشتر الکترون ها در تراز بالاتر قرار دارند (وارونی جمعیت) - مرحله (۴) گسیل القایی را نشان می دهد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

کمترین انرژی مربوط به گذار ۵ به ۴ است:

$$\left| \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{n'^2} \right| = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \left| \frac{13/6}{16} - \frac{13/6}{25} \right| = \frac{1240}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = 4052 \text{ nm}$$

بیشترین انرژی مربوط به گذار ۲ به ۱ است:

$$\left| \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{n'^2} \right| = \frac{hc}{\lambda_2} \Rightarrow \left| \frac{13/6}{4} - \frac{13/6}{1} \right| = \frac{1240}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = 121 \text{ nm}$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 4052 - 121 = 3931 \text{ nm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

عنصر X پس از گسیل یک پرتو آلفا، یک الکترون و یک پوزیترون مراحل زیر را طی می‌کند:

$${}^A_Z X \rightarrow {}^4_2\alpha + {}^0_{-1}\beta + {}^0_{+1}\beta + {}^{A'}_{Z'} Y \Rightarrow \begin{cases} A = 4 + A' \Rightarrow A' = A - 4 \\ Z = 2 + Z' \Rightarrow Z' = Z - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' - Z' = A - 4 - Z + 2$$

$$\xrightarrow{A=Z} A' - Z' = Z - 2$$

$$= Z - 2 - (Z - 2) = 0$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

با استفاده از رابطه محاسبه طول موج تابشی و رابطه طول موج با بسامد می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} f = RC \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

اولین و دومین خط طیف اتم هیدروژن در یک رشته معین برابر هستند با:

$$n_1 = n' + 1, \quad n_2 = n' + 2$$

باتوجه به اختلاف بسامد داده شده داریم:

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= RC \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 1)^2} \right) \\ f_2 &= RC \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 2)^2} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow f_2 - f_1 = RC \left(\frac{1}{(n' + 1)^2} - \frac{1}{(n' + 2)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{35}{24} \times 10^{14} = \frac{1}{100} \times \frac{1}{10^{-9}} \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{(n' + 1)^2} - \frac{1}{(n' + 2)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{7}{144} = \frac{1}{9} - \frac{1}{16} = \frac{1}{(n' + 1)^2} - \frac{1}{(n' + 2)^2}$$

با بررسی گزینه‌ها در معادله بالا می‌توان نتیجه گرفت $n' = 2$ جواب است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

- در واپاشی e^- ، تعداد پروتون‌ها یک واحد افزایش پیدا کرده و تعداد نوترون‌ها یک واحد کاهش می‌یابد. اما باید توجه داشت عدد جرمی ثابت می‌ماند. (یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود).

- در واپاشی e^+ ، یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود، سپس این پوزیترون از هسته گسیل می‌شود. در این صورت از عدد اتمی یک واحد کم می‌شود و تعداد نوترون‌ها یک واحد افزایش می‌یابد. باید توجه داشت عدد جرمی ثابت می‌ماند.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

چهارمین حالت برانگیخته یعنی $n = ۴ + ۱$ و حالت پایه $n' = ۱$ است. برای محاسبه بسامد فوتون گسیل شده باتوجه به رابطه محاسبه انرژی الکترون داریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_5 = -\frac{۱۳/۶}{۲۵} \text{ eV} \\ E_1 = -\frac{۱۳/۶}{۱} \text{ eV} \end{cases}$$

$$\Rightarrow hf = |E_1 - E_5| \Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۱۵} f = ۱۳/۶ - \frac{۱۳/۶}{۲۵}$$

$$\Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۱۵} f = ۱۳/۶ \left(\frac{۲۵-۱}{۲۵} \right) \Rightarrow f = ۳/۲۶۴ \times ۱۰^{۱۵} \text{ Hz}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

گام اول: پنجمین خط طیف اتم هیدروژن در رشته بالمر ($n' = ۲$) در گذار الکترون از $n = n' + ۵ = ۷$ به $n' = ۲$ رخ می‌دهد. طبق رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ، طول موج این خط برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{11}{۱۰۰۰} \left(\frac{1}{۲^2} - \frac{1}{۷^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{11}{۱۰۰۰} \left(\frac{۴۵}{۴۹ \times ۴} \right) \Rightarrow \lambda \simeq ۳۹۶ \text{ nm}$$

گام دوم: طول موج خطوط چهارم، پنجم و ... در رشته بالمر در ناحیه فرابنفش قرار دارند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n' = ۳, n = ۵, n = ۶$$

$$\text{دومین طول موج} \quad \frac{1}{\lambda_۲} = \frac{1}{۱۰۰} \left(\frac{1}{۳^2} - \frac{1}{۵^2} \right) = \frac{1}{۱۰۰} \left(\frac{۲۵-۹}{۹ \times ۲۵} \right)$$

$$\text{سومین طول موج} \quad \frac{1}{\lambda_۳} = \frac{1}{۱۰۰} \left(\frac{1}{۳^2} - \frac{1}{۶^2} \right) = \frac{1}{۱۰۰} \left(\frac{۳۶-۹}{۹ \times ۳۶} \right)$$

$$\Delta\lambda = ۱۰۰ \times ۹ \left(\frac{۲۵}{۱۶} - \frac{۳۶}{۲۷} \right) = \frac{۸۲۵}{۴}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

می‌دانیم که بسامد گستره نور مرئی حدوداً از $4 \times 10^{14} \text{ Hz}$ تا $7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است، بسامد $4/75 \times 10^{14} \text{ Hz}$ در گستره نور مرئی قرار دارد. تنها رشته‌ای که بسامد نور مرئی دارد رشته بالمر است یعنی تراز مقصد الکترون $n = 2$ است بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) نمی‌توانند درست باشند. حالا یکی از گزینه‌های (۱) یا (۳) را امتحان می‌کنیم، اگر پاسخ معادله درست بود، گزینه درست همان گزینه‌ای است که انتخاب کرده‌ایم در غیر این صورت گزینه درست، گزینه بعدی است. گزینه ۳ را امتحان می‌کنیم:

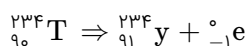
$$\Delta E = hf \Rightarrow |E_2| - |E_4| = hf$$

$$3/4 - 5/8 = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow f = 6/375 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

بنابراین گزینه (۱) گزینه درست است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

در واپاشی β^- یک نوترون داخل هسته به یک الکترون و یک پروتون تبدیل می‌شود.



عدد اتمی هسته دختر ۹۱ و عدد نوترونی آن $N = 234 - 91 = 143$ است پس داریم:

$$\frac{Z}{N} = \frac{91}{143}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: از رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ شماره ترازها را به دست می‌آوریم:

$$-5/8 = -\frac{13/6}{n_1^2} \Rightarrow n_1 = 4$$

$$-5/44 = -\frac{13/6}{n_2^2} \Rightarrow n_2 = 5$$

گام دوم: K اُمین حالت برانگیخته را می‌توانیم از رابطه $K = n - 1$ به دست آوریم:

$$K_1 = n_1 - 1 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow K = 3$$

$$K_2 = n_2 - 1 = 5 - 1 = 4 \Rightarrow L = 4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

انرژی فوتون A، $\frac{2}{5}$ برابر انرژی فوتون B است. از رابطه $E = hf$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که بسامد فوتون A نیز $\frac{2}{5}$ برابر انرژی فوتون B است:

$$f_A = \frac{2}{5} f_B$$

$$f_A - f_B = 9 \times 10^{14} \Rightarrow \frac{3}{5} f_B = 9 \times 10^{14} \Rightarrow f_B = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow f_A = 15 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

حالا طول موج فوتون A را از رابطه $\lambda = \frac{c}{f}$ به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{15 \times 10^{14}} = 0.2 \times 10^{-6} = 0.2 \mu\text{m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

درستی یا نادرستی جمله‌ها را بررسی می‌کنیم:

(الف) پرتوهای α کوتاه برد هستند پس (الف) نادرست است.

(ب) درست است.

(پ) درست است.

(ت) واپاشی α فقط در هسته‌های سنگین صورت می‌گیرد پس ت نادرست است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

$$n = \frac{t}{T} = \frac{22920}{5730} = 4 \Rightarrow \text{کسر باقی‌مانده} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 6.25\%$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

حالت پایه: $n = 1$ و اولین حالت: $n = 2$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{-ER}{2^2} - \left(\frac{-ER}{1^2} \right) = \frac{-ER}{4} + ER = \frac{3}{4} ER$$

$$\Delta E = \frac{3}{4} \times 13.6 \text{ eV} \xrightarrow{\times e} \Delta E = \frac{3}{4} \times 13.6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 1.632 \times 10^{-18}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

$$\text{بالمر} \quad (n' = 2) \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{\text{بلندترین}}: n = 3 \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \\ = \frac{1}{100} \times \frac{5}{36} \\ \lambda_{\text{کوتاهترین}}: n = \infty \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} \right) \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\text{max}} &= \frac{3600}{5} = 720 \text{ nm} \\ \lambda_{\text{min}} &= 400 \text{ nm} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}} = 320 \text{ nm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

مدل بور به رغم موفقیت‌هایی که اشاره شد، نارسایی‌هایی نیز دارد که تنها به دو مورد از آن‌ها اشاره می‌کنیم. این مدل برای وقتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می‌گردد به کار نمی‌رود، زیرا در مدل بور، نیروی الکتریکی که یک الکترون بر الکترون دیگر وارد می‌کند به حساب نیامده است. همچنین این مدل نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد. برای مثال مدل بور نمی‌تواند توضیح دهد که چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی در طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی با یکدیگر متفاوت است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

$$\begin{cases} f_0 = \frac{5}{\lambda} \times 10^{15} \text{ Hz} \\ hf = 4/125 \times 10^{-19} \text{ J} \\ v_{\text{max}} = ? \end{cases}$$

$$K_{\text{max}} = hf - hf_0 = 4/125 \times 10^{-19} - 4 \times 10^{-15} \times \frac{5}{\lambda} \times 10^{15} \times 1/6 \times 10^{-19} = 0/125 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 0/125 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{0/25}{9} \times 10^{12} \xrightarrow{\text{جذر}} v = \frac{0/5}{3} \times 10^6 = \frac{1}{6} \times 10^6$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

الف: درست، ب: درست، پ: نادرست، ت: نادرست

نکته: در نوعی دیگر از فرایند واپاشی بتا، ذره گسیل‌شده توسط هسته، جرم یکسان با الکترون دارد، ولی به جای بار $-e$ حامل بار $+e$ است. به این الکترون مثبت، پوزیترون می‌گویند و با β^+ یا e^+ نمایش داده می‌شود. درواقع آنچه در این واپاشی رخ می‌دهد این است که یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود و سپس این پوزیترون از هسته گسیل می‌شود. اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

- (۱) در هسته‌های سبک پایدار $N = ۲$ است اما در هسته‌های سنگین $N > ۲$ می‌باشد. (نادرست)
- (۲) در هسته‌های سنگین پایدار، نسبت $\frac{N}{Z}$ بزرگ‌تر از یک و در عناصر سبک پایدار $\frac{N}{Z}$ تقریباً برابر یک است. (نادرست)
- (۳) هسته ناپایدار با شرط $N > Z$ نیز وجود دارد. (نادرست)
- (۴) در هسته‌های پایدار سنگین‌تر، نسبت $\frac{N}{Z}$ بزرگ‌تر است. (درست)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

الکترون در سومین حالت برانگیخته قرار دارد، بنابراین $n_U = ۴$ است. وقتی الکترون به تراز پایه جهش پیدا کند، $n_L = ۱$ است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$E_U - E_L = hf \Rightarrow -\frac{E_R}{n_U^2} + \frac{E_R}{n_L^2} = hf \Rightarrow \frac{-13/6}{4^2} + \frac{13/6}{1^2} = ۴ \times 10^{-15} f$$

$$\Rightarrow f = \frac{13/6 \times \frac{15}{16}}{4 \times 10^{-15}} = 3/1875 \times 10^{15} \text{ Hz} \Rightarrow f = 318/75 \text{ THz}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از رابطه بین ماده اولیه و ماده باقی‌مانده می‌توان نوشت:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{16}{T}} = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\Rightarrow N = \frac{N_0}{16} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{16}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

باتوجه به واپاشی انجام‌شده می‌توان نوشت:

$${}_{53}^{124}\text{I} \rightarrow {}_{52}^{124}\text{I} + {}_Z^AX \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = 1 \end{cases} \Rightarrow {}_+^0X = {}_+^0\beta = \text{پوزیترون}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

برای محاسبه نیم‌عمر ماده موردنظر می‌توان نوشت:

$$\frac{N_0}{16} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{t}{T}} = 16 = 2^4 \Rightarrow \frac{24}{T} = 4 \Rightarrow T = 6 \text{ روز}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

$$E_B = 0.75 E_A \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_B} = \frac{3}{4} \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_B = \frac{4}{3} \lambda_A$$

$$\lambda_B - \lambda_A = 50 \text{ nm} \Rightarrow \frac{4}{3} \lambda_A - \lambda_A = \frac{1}{3} \lambda_A = 50 \text{ nm}$$

$$\Rightarrow \lambda_A = 150 \text{ nm}, \lambda_B = 200 \text{ nm}$$

$$f_A - f_B = \frac{c}{\lambda_A} - \frac{c}{\lambda_B} = \frac{3 \times 10^{17}}{150} - \frac{3 \times 10^{17}}{200} = (2 - 1.5) \times 10^{15}$$

$$\Rightarrow f_A - f_B = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

بررسی سایر گزینه‌ها:
 (۱) اگر فاصله بین نوکلئون‌ها بیشتر از ۳ fm شود، نیرو صفر می‌شود پس تا یک فاصله معین رابطه برقرار است.
 (۲) طبق نمودار $Z - N$ با تعداد نوکلئون‌ها، نیروی هسته‌ای رابطه مستقیم ندارد.
 (۴) نیروی هسته‌ای از نوع جاذبه است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

معادله توان را نوشته و اطلاعات را جایگذاری می‌کنیم:

$$P = \frac{nhc}{\lambda t} \Rightarrow 0.3 \times 10^{-3} = \frac{n \times 6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{663 \times 10^{-9} \times 1} \Rightarrow n = 10^{15}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

از رابطه ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

چون کوتاه‌ترین طول موج تابش شده پس الکترون به مدار $n = \infty$ رفته:

$$\frac{1}{1600} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - 0 \right) \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{n'^2} \Rightarrow n' = 4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

$${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_Z^AX + {}_2^4\alpha \Rightarrow \begin{cases} 238 = A + 4 \Rightarrow A = 234 \\ 92 = Z + 2 \Rightarrow Z = 90 \end{cases} \Rightarrow {}_{90}^{234}\text{X}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

به کمک رابطه $E_n - E_{n'} = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ و n' را به دست می‌آوریم:

$$12/75 = -13/6 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow 0/937 = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}$$

با چک گزینه‌ها در معادله بالا $n = 1$ و $n' = 4$ به دست می‌آید.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

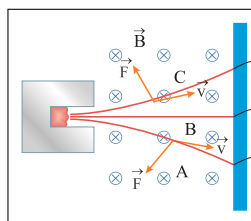
در واپاشی صورت سوال، عدد اتمی یک واحد کم شده و عدد جرمی تغییر نکرده، پس:

$$\left. \begin{array}{l} 11 = 11 + a \Rightarrow a = 0 \\ 6 = 5 + b \Rightarrow b = +1 \end{array} \right\} \Rightarrow {}_{+1}^0X = \beta^+$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

باتوجه به مسیر انحرافی هر ذره جهت نیروی وارد بر آن تعیین می‌شود. سپس باتوجه به این‌که هر ذره با دست راست هم‌خوانی دارد یا دست چپ علامت آن تعیین می‌شود.

بنابراین باتوجه به گزینه‌ها A الکترون، B گاما و C آلفا است.



- $q > 0 \Rightarrow$ با دست راست هم‌خوانی دارد
- $q = 0 \Rightarrow$ بدون انحراف
- $q < 0 \Rightarrow$ با دست چپ هم‌خوانی دارد

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

روش اول (کلاسیک):

این که ۷۵ درصد از هسته‌ها تبدیل شده یعنی ۲۵ درصد باقی مانده است، پس نیمه عمر برابر است با:

$$\frac{N_0}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times N_0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 2$$

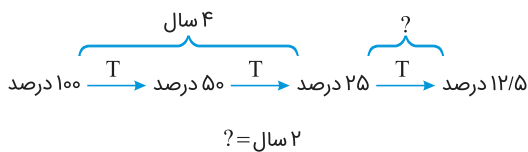
$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 2 = \frac{4}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 2 \text{ سال}$$

حالا برای این که ۱۲/۵ درصد باقی بماند، زمان سپری شده را از ابتدا حساب می‌کنیم:

$$\frac{12.5}{100} N_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} N_0 \Rightarrow \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} \Rightarrow n' = 3$$

$$n' = \frac{t'}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 3 = \frac{t'}{2} \Rightarrow t' = 6 \text{ سال}$$

بنابراین باید ۲ سال $t' - t = 6 - 4 = 2$ دیگر بگذرد.
روش دوم:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

محدوده طول موج نور مرئی ۴۰۰ nm تا ۷۰۰ nm است. پس محدوده انرژی فوتون آن برابر است با:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{\max}} \leq E_{\text{مرئی}} \leq \frac{hc}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \frac{1240}{700} \leq E_{\text{مرئی}} \leq \frac{1240}{400}$$

$$\Rightarrow 1.7 \text{ eV} \leq E_{\text{مرئی}} \leq 3.1 \text{ eV}$$

تنها گزینه "۲" در این محدوده است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲